

Tugas Proyek Tahap 13-15

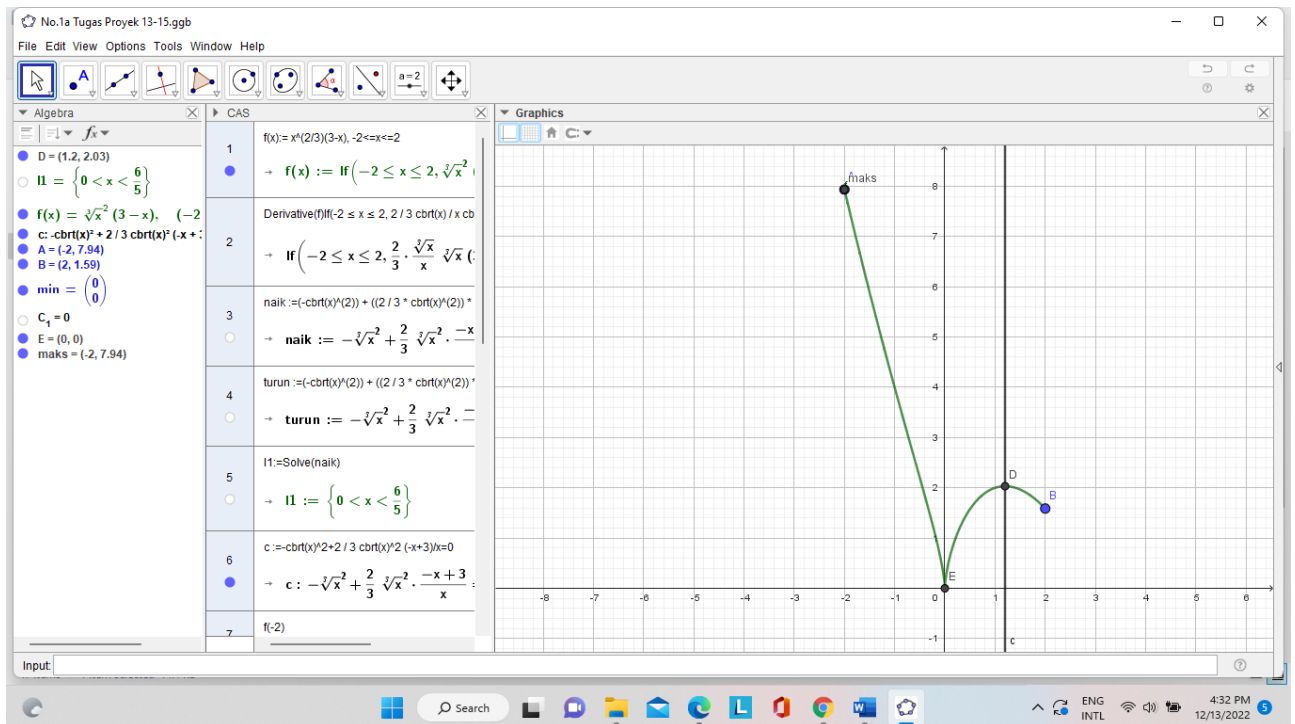
Kelompok 2 :

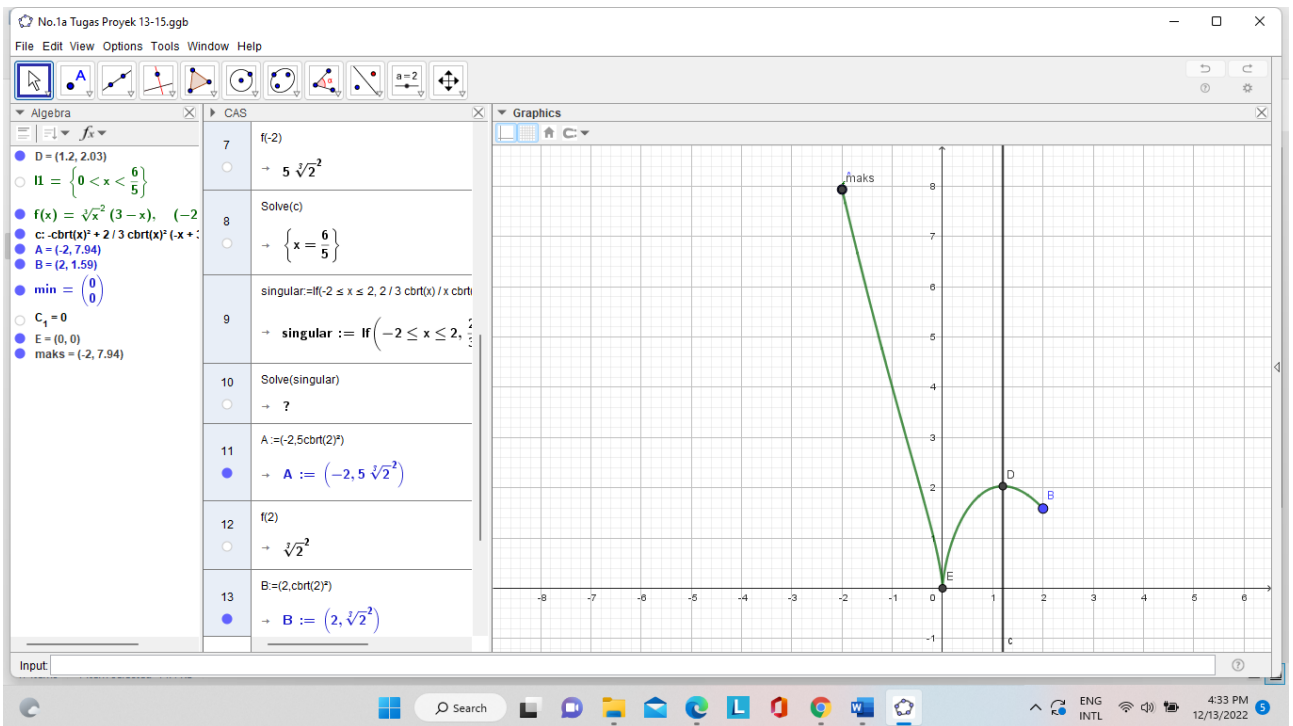
1. Alifka Gusnindia (K1322005)
2. Alya Ghina Ramadhani (K1322009)
3. Amala Eva Khusuma (K1322010)
4. Andika Bagus Kurniawan (K1322013)
5. Ariq Fakri Nugroho (K1322020)
6. Asma' Amalia Sholihah (K1322022)
7. Aulia Dwi Swasti (K1322025)

1. Untuk fungsi-fungsi yang diberikan ikuti langkah berikut :
 - a) Dengan menggunakan geogebra buat sketsa grafik fungsi f dan f' pada interval yang ditentukan
 - b) Cari titik dimana $f'(x) = 0$ dan $f'(x)$ tidak ada (gunakan a))
 - c) Hitung nilai fungsi pada titik yang diperoleh di bagian b) dan pada titik ujung selang
 - d) Tentukan nilai maksimum dan minimum fungsi

- $f(x) = x^2(3-x), [-2,2]$

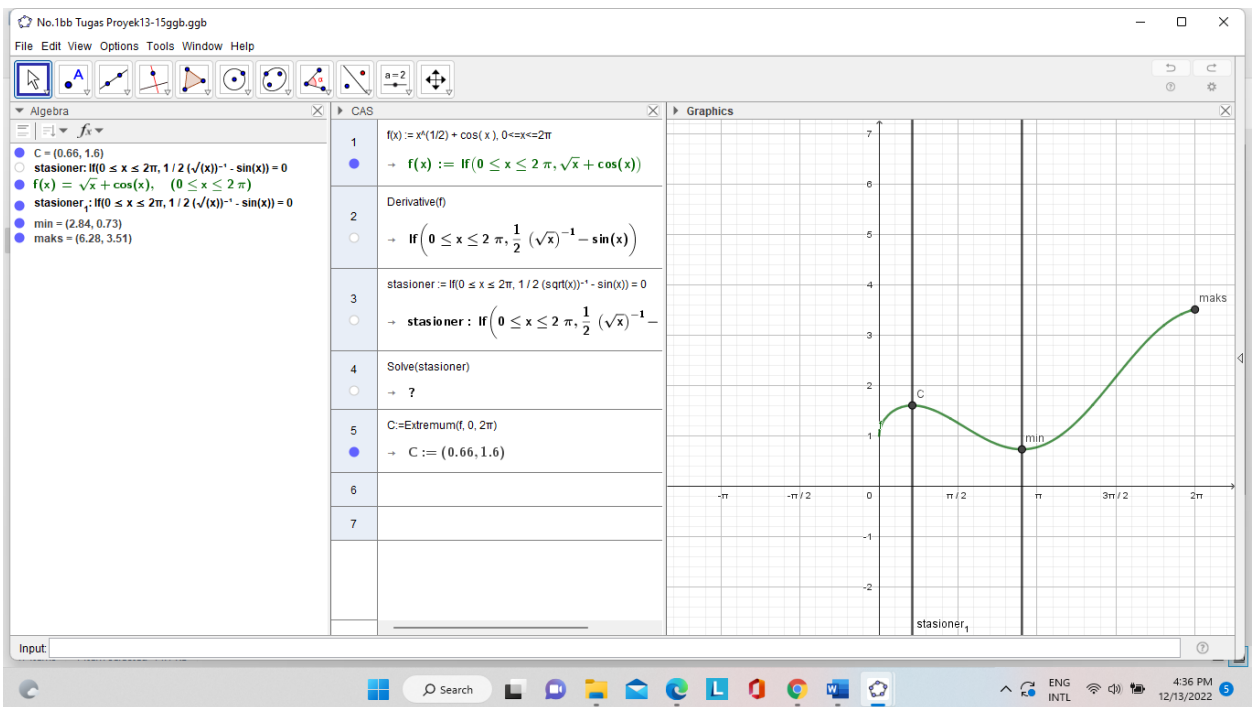
dapat dilihat : <https://www.geogebra.org/m/ymtkwedge>





- $f(x) = \sqrt{x} + \cos x, [0, 2\pi]$

dapat dilihat : <https://www.geogebra.org/m/kher7cmn>



2. Buat sketsa grafik berikut dengan geogebra kemudia deskripsikan kemonotonan, kecekungan, nilai ekstrim local, titik belok dan asimtot (jika ada)

- $y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

dapat dilihat : <https://www.geogebra.org/m/ersnws2d>

No.2aTugas Proyek 13-15.ggb

File Edit View Options Tools Window Help

Algebra CAS Graphics

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2+4}}$

1 $f(x) := x / (4 - x^2)^{1/2}$

2

3

Input

Search

ENG INTL

4:41 PM 12/13/2022

$$2. \quad y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$= \frac{x}{(4-x^2)^{1/2}}$$

$$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{x}{(4-x^2)^{1/2}} \text{ terdefinisi} \right\}$$

$$= \{ x \in \mathbb{R} \mid 4-x^2 > 0 \}$$

$$= \{ x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2 \}$$

$$\text{Perhatikan } y' = (1)(4-x^2)^{-1/2} - \left(\frac{1}{2}(4-x^2)^{-3/2}(-2x) \right) x$$

$$= \frac{(4-x^2)^{-1/2} + x^2(4-x^2)^{-3/2}}{4-x^2}$$

$$= \frac{(4-x^2)^{-1/2}((4-x^2) + x^2)}{4-x^2}$$

$$= \frac{4(4-x^2)^{-1/2}}{4-x^2}$$

$$= \frac{4}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}}$$

• Titik stasioner $f'(x) = 0$ (tidak ada)

• Titik singular $f'(x)$ tidak terdefinisi

$$\frac{4}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} \text{ tidak terdefinisi}$$

Tidak terdefinisi apabila $(4-x^2)\sqrt{4-x^2} = 0$ jika,

$$\bullet 4-x^2 = 0$$

$$\bullet \sqrt{4-x^2} = 0$$

$$-x^2 = -4$$

$$4-x^2 = 0$$

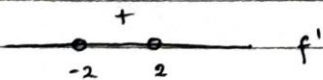
$$x^2 = 4$$

$$-x^2 = -4$$

$$x = \pm 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$



f naik pada selang $(-2, 2)$ tidak pernah turun

Nilai maksimum dan minimum tidak terdeteksi

$$f'(x) = \frac{4}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}}$$

$$= \frac{4}{(4-x^2)^{3/2}}$$

$$f''(x) = \frac{0(4-x^2)(\sqrt{4-x^2}) - \frac{9}{2}(4-x^2)^{1/2}(-2x)(4)}{((4-x^2)^{3/2})^2}$$

$$= \frac{12x(4-x^2)^{1/2}}{(4-x^2)^3}$$

$$= \frac{12x}{(4-x^2)^{5/2}}$$

*) Titik stasioner $f''(x) = 0$

$$f''(x) = 0$$

$$\frac{12x}{(4-x^2)^{5/2}} = 0$$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

*) Titik angular $f''(x)$ tidak terdefinisi

$$\frac{12x}{(4-x^2)^{5/2}} \text{ tidak terdefinisi}$$

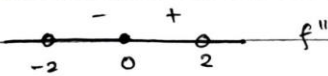
$$(4-x^2)^{5/2} = 0$$

$$4-x^2 = 0$$

$$-x^2 = -4$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$



f cekung ke bawah di $(-2, 0)$

f cekung ke atas di $(0, 2)$

Jadi $(0, f(0))$ adalah titik belok

Perhatikan : Uji Asimtot datar

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \text{tidak terdefinisi}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \text{tidak terdefinisi}$$

Jadi $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ tidak punya asimtot datar

Tidak memiliki asimtot miring berdasarkan grafik $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

Pertahankan : Uji asimtot tegak

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} x = -2 < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{4-x^2} = 0$$

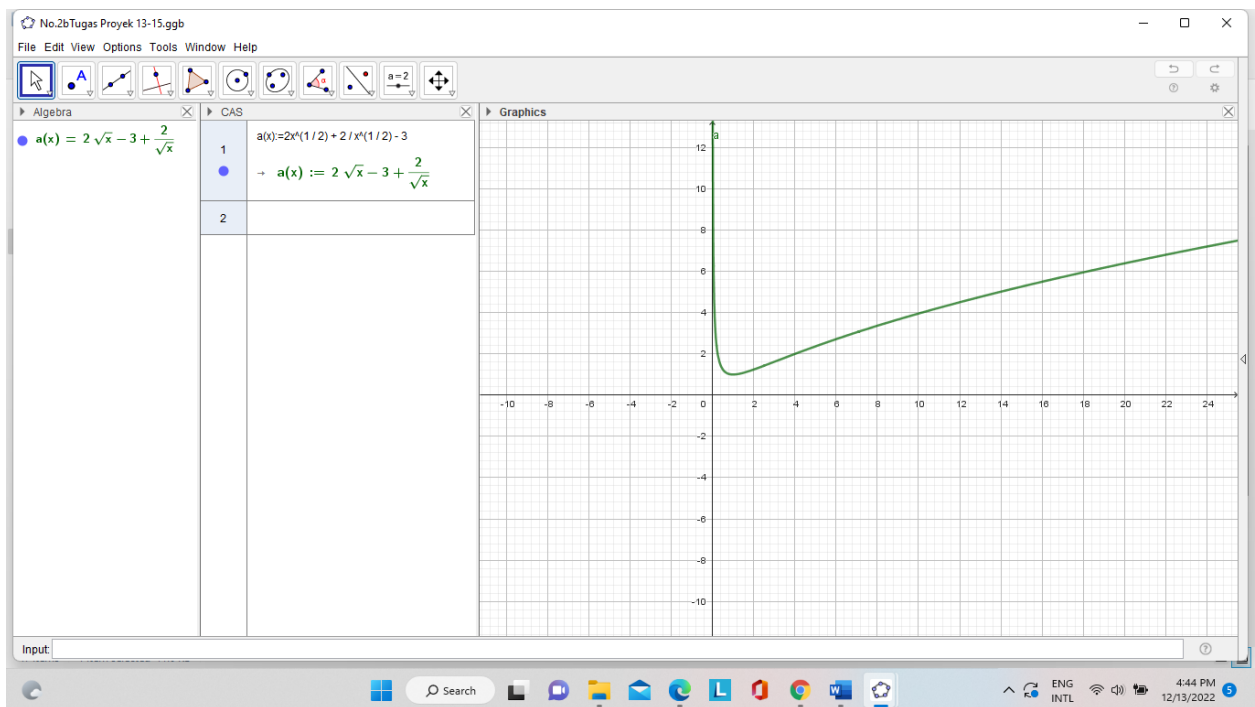
Jika $x \rightarrow 0^-$ maka $\sqrt{4-x^2} \rightarrow 0^-$ sehingga $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = +\infty$

Jika $x \rightarrow 0^+$ maka $\sqrt{4-x^2} \rightarrow 0^+$ sehingga $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = -\infty$

Jadi $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ mempunyai asimtot tegak

- $y = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$

dapat dilihat : <https://www.geogebra.org/m/utacmyv2>



$$y = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid y \text{ terdefinisi}\}$$
$$= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

→ kemonotonan (turunan pertama)

$$y' = \frac{d}{dx} \left(2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 \right)$$

$$= \frac{d}{dx} 2\sqrt{x} + \frac{d}{dx} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} \right) - \frac{d}{dx} 3$$

$$= 2 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2 \times \frac{1}{\sqrt{x}^2} - 0$$

$$= \frac{x-1}{x\sqrt{x}}$$

→ Titik stasioner $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x-1}{x\sqrt{x}} = 0$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

→ Titik singular $f'(x)$ tidak terdefinisi

$$\frac{x-1}{x\sqrt{x}} \text{ tidak terdefinisi}$$

$f'(x)$ tidak terdefinisi saat $x = 0$ tapi $0 \notin D_f$

$f'(x) = \frac{x-1}{x\sqrt{x}}$ tidak memiliki titik singular



f turun pada selang $(0, 1)$

f naik pada selang $(1, \infty)$

*) Kecekungan turunan kedua

$$f'(x) = \frac{x-1}{x\sqrt{x}}$$

$$f''(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{x-1}{x\sqrt{x}} \right)$$

$$= \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right)$$

$$= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^{3/2}} \right)$$

$$= \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) - \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^{3/2}} \right)$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{x}} - \left(-\frac{3}{2} \frac{x^{-3/2}}{(x^{3/2})^2} \right)$$

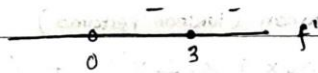
$$= \frac{-x+3}{2x^2\sqrt{x}}$$

*) Titik stasioner $f''(x) = 0$

$$\frac{-x+3}{2x^2\sqrt{x}} = 0$$

$$-x+3 = 0$$

$$x = 3$$



*) Titik singular $f''(x)$ tidak terdefinisi

$$\frac{-x+3}{2x^2\sqrt{x}} \text{ tidak terdefinisi}$$

$f''(x)$ tidak terdefinisi saat $2x^2\sqrt{x} = 0$

$x = 0$ tapi $0 \notin D_f$

f cekung ke bawah di $(0, 3)$

f cekung ke bawah di $(3, \infty)$

(Tidak memiliki titik belok)

Perhatikan : Uji asimtot datar

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = -\infty$$

Jadi $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$ tidak punya asimtot datar

Perhatikan : Uji asimtot tegak

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 2 - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2x + 2 - 3\sqrt{x} = 2 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} = 0$$

Jika $x \rightarrow 0^-$ maka $\sqrt{x} \rightarrow 0^-$

sehingga $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = -\infty$

Jika $x \rightarrow 0^+$ maka $\sqrt{x} \rightarrow 0^+$

sehingga $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3 = +\infty$

Jadi $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 3$ punya asimtot tegak