

# Bab 1

Bagian 2 –  
ANAVA satu jalan

# Contoh 1

Sebagai manager produksi, seorang QC ingin melihat efektifitas mesin pengisi Bahan bakar dengan melihat rata-rata waktu pengisiannya. Dipilih 3 mesin pengisi. Diperoleh data seperti di bawah. Pada tingkat signifikansi 0.05 adakah perbedaan rata-rata waktu pengisian dari ketiga mesin?

## Mesin1

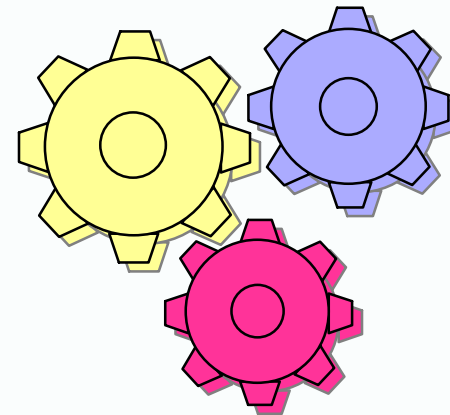
25.40  
26.31  
24.10  
23.74  
25.10

## Mesin2

23.40  
21.80  
23.50  
22.75  
21.60

## Mesin3

20.00  
22.20  
19.75  
20.60  
20.40



# Estimasi Parameter

$$\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet}$$

$$\hat{\tau}_1 = \bar{y}_{1\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} = 24.93 - 22.71 = 2.22$$

$$\hat{\tau}_2 = \bar{y}_{2\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} = 22.61 - 22.71 = -0.1$$

$$\hat{\tau}_3 = \bar{y}_{3\bullet} - \bar{y}_{\bullet\bullet} = 20.59 - 22.71 = -2.12$$

$$\hat{\mu}_i = \bar{y}_{i\bullet} \Rightarrow \bar{y}_{1\bullet} = 24.93$$

$$\bar{y}_{2\bullet} = 22.61$$

$$\bar{y}_{3\bullet} = 20.59$$

	<b>i=1</b>	<b>i=2</b>	<b>i=3</b>	
	<b>25.4</b>	<b>23.4</b>	<b>20</b>	
	<b>26.31</b>	<b>21.8</b>	<b>22.2</b>	
	<b>24.1</b>	<b>23.5</b>	<b>19.75</b>	
	<b>23.74</b>	<b>22.75</b>	<b>20.6</b>	
	<b>25.1</b>	<b>21.6</b>	<b>20.4</b>	
$y_{i\bullet} =$	<b>124.65</b>	<b>113.05</b>	<b>102.95</b>	$y_{\bullet\bullet} = \mathbf{340.65}$
$\bar{y}_{i\bullet} =$	<b>24.93</b>	<b>22.61</b>	<b>20.59</b>	$\bar{y}_{\bullet\bullet} = \mathbf{22.71}$

# Penyelesaian

i. Hipotesa :

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3$$

$H_1$ : Ada rata-rata yang tidak sama

ii. Tingkat signifikansi  $\alpha = 0.05$

	<b><math>\bar{y}_{.1}</math></b>	<b><math>\bar{y}_{.2}</math></b>	<b><math>\bar{y}_{.3}</math></b>	
	<b>25.4</b>	<b>23.4</b>	<b>20</b>	
	<b>26.31</b>	<b>21.8</b>	<b>22.2</b>	
	<b>24.1</b>	<b>23.5</b>	<b>19.75</b>	
	<b>23.74</b>	<b>22.75</b>	<b>20.6</b>	
	<b>25.1</b>	<b>21.6</b>	<b>20.4</b>	
<b><math>y_{..} =</math></b>	<b>124.65</b>	<b>113.05</b>	<b>102.95</b>	<b><math>y_{..} = 340.65</math></b>
<b><math>\bar{y}_{..} =</math></b>	<b>24.93</b>	<b>22.61</b>	<b>20.59</b>	<b><math>\bar{y}_{..} = 22.71</math></b>

iii. Menyusun Tabel ANAVA

	i=1	i=2	i=3		
	25.4	23.4	20		
	26.31	21.8	22.2		
	24.1	23.5	19.75		
	23.74	22.75	20.6		
	25.1	21.6	20.4		
yi.=	124.65	113.05	102.95	y..=	340.65

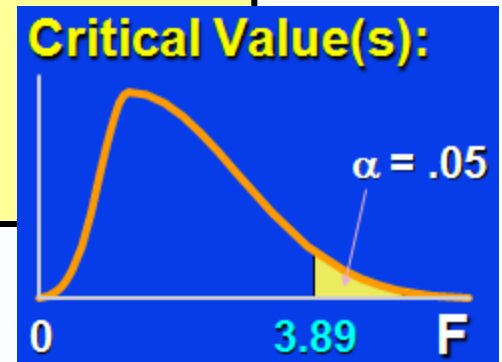
$$\begin{aligned}
 JK_T &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{a.n} \\
 &= 25.40^2 + 26.31^2 + 24.10^2 + 23.74^2 + 25.10^2 + 23.40^2 + 21.80^2 + 23.50^2 + 22.75^2 + 21.60^2 + \\
 &\quad 20.00^2 + 22.20^2 + 19.75^2 + 20.60^2 + 20.40^2 - \frac{340.65^2}{5 \times 3} = 58.2172
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 JK_P &= \frac{\sum_{i=1}^a y_{i.}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{a.n} \\
 &= \frac{124.65^2 + 113.05^2 + 102.95^2}{5} - \frac{340.65^2}{5 \times 3} = 47.1640
 \end{aligned}$$

$$JK_S = 58.2172 - 47.1640 = 11.0532$$

## Tabel Anova dan Kesimpulan

SV	JK	db	RK	Fo
Perlakuan	47.1640	3-1=2	23.5820	F = 25.60
Sesatan	11.0532	12	0.9211	
Total	58.2172	15-1=14		



Karena  $df_1$  = derajat bebas perlakuan = 2 dan  $df_2$  = derajat bebas sesatan = 12, maka  $f(0.05;2;12) = 3.89$ . Jadi daerah penolakannya:

$H_0$  ditolak jika  $F > 3.89$

Karena  $F_{hitung} = 25.60 > 3.89$  maka  $H_0$  ditolak. Jadi ada rata-rata waktu pengisian yang tidak sama.

# Dengan Spss

## ANOVA

waktu

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	47.164	2	23.582	25.602	.000
Within Groups	11.053	12	.921		
Total	58.217	14			

Keputusan :

→ Tolak  $H_0$  jika  $F=25.602 > F(0.05, 2, 12)=3.89$

→ Tolak  $H_0$  jika  $\alpha=0.05 > \text{Sig.}=0.000$

## Tabel Anova

Untuk ukuran sampel yang berbeda

Sumber Variasi	Derajat bebas	Jumlah kuadrat	Rerata Kuadrat	F
Perlakuan	$a - 1$	JKP	$RKP = \text{JKP}/(a - 1)$	$F = \text{RKP}/\text{RKS}$
Sesatan	$N - a$	JKS	$\text{RKS} = \text{JKS}/(N - a)$	
Total	$N - 1$	JKT		



# Partisi JK untuk ANAVA jumlah sampel tidak sama

$$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ y_{ij} - \bar{y}_{..} \right\}^2 = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$JK_P = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ y_{i\cdot} - \bar{y}_{..} \right\}^2$$
$$= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$JK_S = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} \left\{ y_{ij} - y_{i\cdot} \right\}^2 = JK_T - JK_P$$

$$JK_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ y_{ij} - \bar{y}_{..} \right\}^2 = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$JK_P = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n \left\{ y_{i\cdot} - \bar{y}_{..} \right\}^2$$
$$= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot}^2}{n} - \frac{y_{..}^2}{N}$$



## Contoh 2

- Dalam Sebuah percobaan biologi 4 konsentrasi bahan kimia digunakan untuk merangsang pertumbuhan sejenis tanaman tertentu selama periode waktu tertentu. Data pertumbuhan berikut, dalam sentimeter, dicatat dari tanaman yang hidup.
- Apakah ada beda pertumbuhan rata-rata yang nyata yang disebabkan oleh keempat konsentrasi bahan kimia tersebut.
- Gunakan signifikansi 0,05.

Konsentrasi			
1	2	3	4
8.2	7.7	6.9	6.8
8.7	8.4	5.8	7.3
9.4	8.6	7.2	6.3
9.2	8.1	6.8	6.9
	8.0	7.4	7.1
		6.1	

# Penyelesaian

i. Hipotesa :

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$$

$H_1$ : Ada rata-rata yang tidak sama

No	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$
1	8.2	7.7	6.9	6.8
2	8.7	8.4	5.8	7.3
3	9.4	8.6	7.2	6.3
4	9.2	8.1	6.8	6.9
5		8	7.4	7.1
6			6.1	
$y_i$	35.5	40.8	40.2	34.4
$\bar{y}_i$	8.875	8.16	6.7	6.88

$$\hat{\mu}_i = \bar{y}_i \Rightarrow \bar{y}_{1\cdot} = 8.875$$

$$\bar{y}_{2\cdot} = 8.16$$

$$\bar{y}_{3\cdot} = 6.7$$

$$\bar{y}_{4\cdot} = 6.88$$

ii. Tingkat signifikansi  $\alpha = 0.05$

No	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$j=4$
1	8.2	7.7	6.9	6.8
2	8.7	8.4	5.8	7.3
3	9.4	8.6	7.2	6.3
4	9.2	8.1	6.8	6.9
5		8	7.4	7.1
6			6.1	
$y_{i\cdot}$	35.5	40.8	40.2	34.4
$\bar{y}_{i\cdot}$	8.875	8.16	6.7	6.88

$$\begin{aligned}
 \text{JKT} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}^2 - \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{N} \\
 &= 8.2^2 + 8.7^2 + 9.4^2 + 9.2^2 + 7.7^2 + 8.4^2 + 8.6^2 + 8.1^2 + 8.0^2 + 6.9^2 + 5.8^2 + 7.2^2 \\
 &\quad + 6.8^2 + 7.4^2 + 6.1^2 + 6.8^2 + 7.3^2 + 6.3^2 + 6.9^2 + 7.1^2 - \frac{150.9^2}{20} = 19.350
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{JKP} &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot}^2}{n_i} - \frac{y_{\cdot\cdot}^2}{N} \\
 &= \frac{35.5^2}{4} + \frac{40.8^2}{5} + \frac{40.2^2}{6} + \frac{34.4^2}{5} - \frac{150.9^2}{20} = 15.462
 \end{aligned}$$

$$\text{JKS} = 19.350 - 15.462 = 3.888$$

# Tabel Anova dan Kesimpulan

Sumber Variasi	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Rerata Kuadrat	F
Perlakuan	4-1=3	15.462	5.154	F = 21.213
Sesatan	20-4=16	3.888	0.243	
Total	20-1=19	19.350		

Karena  $F_{hitung} = 21.213 > F_{0.05,3,16} = \underline{3.24}$  maka  $H_0$  ditolak.  
Jadi ada rata-rata yang tidak sama.