Model Autoregressive

Dynamic Econometric Model

- Digunakan pada data time series
- Di bidang ekonomi, hubungan ketergantungan antara variabel Y dan Xtidak berlangsung secara instant (pada *t* yang sama)
- variabel *Y* lebih sering dipengaruhi oleh variabel *X* yang terjadi beberapa periode sebelumnya *(lag)*.

Contoh:

Kenaikan gaji

- Efek kenaikan gaji (X) terhadap konsumsi (Y) tidak langsung saat itu juga, tapi bertahap
- MPC yang berbeda untuk beberapa tahun setelah kenaikan gaji (X)

Kenaikan suku bunga

- Membutuhkan waktu beberapa bulan sebaelum kenaikan suku bunga mempengaruhi peredaran uang

Alasan timbulnya “*lags*”

Psikologis

- Manusia selaku pelaku ekonomi butuh waktu untuk penyesuaian terhadap perubahan apapun
- Butuh rencana atau strategi baru dalam menghadapi perubahan

Teknologi

- Untuk pengusaha yang menanamkan investasi terhadap teknologi
- “*Wait and see*” terhadap cepatnya perubahan teknologi

Institusional

- Adanya minimum waktu di dalam kontrak kerja

Dua tipe Model dinamik

Distributed lag models

- Melibatkan unsur *lags* pada variabel X

Autoregressive models

- Melibatkan unsur *lags* pada variabel Y

Distributed Lag Models

- Pada suatu waktu terjadi perubahan pada *X*
- Membutuhkan beberapa periode waktu agar perubahan *X* mempengaruhi *Y* sepenuhnya

Contoh:

- Pada waktu *t-p* terjadi kenaikan gaji (*X*)
- Perubahan konsumsi pada *t-p*, …, *t*-1, *t* tidak sama
- Efek sepenuhnya pada *Y* baru terakumulasi pada waktu *t*

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} + u_t$$

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} + u_t$$

- β_0 : *impact multiplier,* bobot yang diberikan pada X_t
  - Rata-rata perubahan Y_t ketika X_t berubah satu unit
- β_i : *interim multipliers,* bobot yang diberikan pada X_{t-i}
  - Rata-rata perubahan Y_t ketika X_{t-i} berubah satu unit
- Total efek pada Y_t adalah jumlah dari seluruh β $\sum_{i=0}^{p} \beta_i$

Total efek: efek kesetimbangan jangka panjang – *long run equilibrium efek*

- Pada jangka panjang (long run) berlaku:

$$X^* = X_t = X_{t-1} = X_{t-2} = \ldots = X_{t-p}$$

- Sehingga:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t^* + \beta_1 X_t^* + \beta_2 X_t^* + \ldots + \beta_p X_t^* + u_t$$

$$Y_t = \alpha + X_t^* \sum_{i=0}^{p} \beta_i + u_t$$

Permasalahan pada model ini

- OLS tetap dapat digunakan dengan resiko tidak diketahuinya nilai p yang tepat
- Multikolinieritas akibat hubungan antar X_t, X_{t-1},…, X_{t-p}
- Nilai p yang besar: kehilangan banyak derajat bebas,
  - hanya dapat digunakan $p+1$ sampai dengan n pengamatan

Transformasi Koyck untuk *Distributed Lag Models*

- Diasumsikan bahwa nilai β menurun secara geometrik
- Semua β punya tanda yang sama

$$\beta_i = \beta_0 \lambda^i$$

$$0 \le \lambda \le 1, i = 0,1,2,\ldots$$

Bobot geometris bagi penurunan β_0 seiring waktu

- Untuk model *infinite distributed lag*:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + u_t$$

$$Y_t = \alpha + \beta_0 \lambda^0 X_t + \beta_0 \lambda^1 X_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 X_{t-2} + \ldots + u_t$$

- Transformasi untuk memperoleh model yang lebih sederhana

$$Y_t = \alpha + \beta_0 \lambda^0 X_t + \cancel{\beta_0 \lambda^1 X}_{t-1} + \cancel{\beta_0 \lambda^2 X}_{t-2} + \ldots + u_t \quad (*)$$

$$\left(Y_{t-1} = \alpha + \beta_0 \lambda^0 X_{t-1} + \beta_0 \lambda^1 X_{t-2} + \beta_0 \lambda^2 X_{t-3} + \ldots + u_{t-1}\right) \times \lambda$$

$$\lambda Y_{t-1} = \lambda \alpha + \cancel{\beta_0 \lambda^1 X}_{t-1} + \cancel{\beta_0 \lambda^2 X}_{t-2} + \cancel{\beta_0 \lambda^3 X}_{t-3} + \ldots + \lambda u_{t-1} \quad (**)$$

- Persamaan (*) – Persamaan (**)

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + u_t - \lambda u_{t-1}$$

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + u_t - \lambda u_{t-1}$$

$$Y_t = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t$$

- Efek langsung (*Immediate effect*): β_0
- *Long run equilbrium effect* ketika $Y^* = Y_t = Y_{t-1}$

$$(1-\lambda)Y^* = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + u_t - \lambda u_{t-1}$$

$$Y^* = \alpha + \frac{\beta_0}{1-\lambda} X_t + u_t$$

$$Y_t = \alpha(1-\lambda) + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t$$

$$Y_t = \alpha^* + \beta_0 X_t + \lambda Y_{t-1} + v_t$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\alpha}^*}{1-\hat{\lambda}}$$

Autoregressive Model

- Partial adjustment model
  - Penyesuaian dilakukan terhadap variabel *Y*
- Adaptive expectation model
  - Penyesuaian dilakukan terhadap variabel *X*

Partial adjustment model

- Contoh pada kasus supply uang sebagai fungsi dari suku bunga
- Target supply uang (Y^*) adalah fungsi dari suku bunga (X)
- Yang teramati adalah realisasi dari supply uang sebelum dan sesudah perubahan suku bunga (Y_t dan Y_{t-1})
- Dengan koefisien *adjustment* λ:

$$Y_t - Y_{t-1} = \lambda\left(Y_t^* - Y_{t-1}\right) \qquad 0 \leq \lambda \leq 1$$

- Ketika λ=0: $Y_t = Y_{t-1}$, tidak terjadi penyesuaian terhadap perubahan suku bunga
- Ketika λ=1: $Y_t = Y^*_t$, target terpenuhi seluruhnya pada saat t
- Ketika 0≤λ ≤ 1: persentase perbedaan antara target dengan realisasinya sebesar λ×100% pada saat t

- Hipotesis: tentang nyata tidaknya koefisien *adjustment*

$$Y_t - Y_{t-1} = \lambda\left(Y_t^* - Y_{t-1}\right)$$

$$Y_t^* = \beta_1 + \beta_2 X_t$$

TARGET

$$Y_t = Y_{t-1} + \lambda\left(Y_t^* - Y_{t-1}\right) + u_t$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \lambda\left(\beta_1 + \beta_2 X_t - Y_{t-1}\right) + u_t$$

$$Y_t = \lambda\beta_1 + (1 - \lambda)Y_{t-1} + \lambda\beta_2 X_t + u_t$$

$$Y_t = \lambda\beta_1 + (1-\lambda)Y_{t-1} + \lambda\beta_2 X_t + u_t$$

- Efek langsung (Immediate effect): $\lambda\beta_2$

- Efek *long run equilibrium* ketika: $Y^* = Y_t = Y_{t-1}$

$$Y_t^* = \lambda\beta_1 + (1-\lambda)Y_t^* + \lambda\beta_2 X_t + u_t$$

$$[1-(1-\lambda)]Y_t^* = \lambda\beta_1 + \lambda\beta_2 X_t + u_t$$

$$\lambda Y_t^* = \lambda\beta_1 + \lambda\beta_2 X_t + u_t$$

$$Y_t^* = \beta_1 + \beta_2 X_t + \frac{1}{\lambda} u_t$$

$$Y_t = \lambda\beta_1 + (1-\lambda)Y_{t-1} + \lambda\beta_2 X_t + u_t$$

$$Y_t = \beta_1^* + aY_{t-1} + \beta_2^* X_t + u_t$$

$$\hat{\lambda} = 1 - \hat{a}, \hat{\beta}_1 = \frac{\beta_1^*}{\hat{\lambda}}, \hat{\beta}_2 = \frac{\beta_2^*}{\hat{\lambda}}$$

Adaptive Expectations Model

- Contoh kasus:
- Konsumsi pada bulan ini adalah fungsi dari jumlah pendapatan yang diharapkan bulan ini
- Nilai harapan pendapatan bulan ini dibentuk berdasarkan nilai harapan pendapatan bulan lalu yang disesuaikan dengan realisasinya.

$$X_t^e - X_{t-1}^e = \theta\left(X_t - X_{t-1}^e\right) \qquad 0 < \theta \leq 1$$

- Jika θ =0 maka tidak ada penyesuaian pada nilai harapan

$$X_t^e = X_{t-1}^e$$

- Jika θ =1 maka nilai harapan segera disesuaikan dengan realisasinya

$$X_t^e = X_t$$

- Persamaan regresi adalah *Y* sebagai fungsi dari nilai harapan *X*

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t^e + u_t$$

$$X_t^e - X_{t-1}^e = \theta\left(X_t - X_{t-1}^e\right) \qquad 0 < \theta \le 1$$

$$X_t^e = X_{t-1}^e + \theta\left(X_t - X_{t-1}^e\right) \quad = \theta X_t + (1-\theta)X_{t-1}^e$$

- Dengan substitusi

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2\left(\theta X_t + (1-\theta)X_{t-1}^e\right) + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2\theta X_t + \beta_2(1-\theta)X_{t-1}^e + u_t$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 \theta X_t + \beta_2 (1-\theta) X_{t-1}^e + u_t \quad *$$

- Perlu dilakukan transformasi untuk mengatasi nilai harapan *X* yang tidak diketahui

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t^e + u_t$$

$$Y_{t-1} = \beta_1 + \beta_2 X_{t-1}^e + u_{t-1}$$

$$(1-\theta) Y_{t-1} = (1-\theta)\left(\beta_1 + \beta_2 X_{t-1}^e + u_{t-1}\right)$$

$$= (1-\theta)\beta_1 + (1-\theta)\beta_2 X_{t-1}^e + (1-\theta) u_{t-1} \quad **$$

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 \theta X_t + \cancel{\beta_2 (1-\theta) X^e_{t-1}} + u_t \quad *$$

$$(1-\theta) Y_{t-1} = (1-\theta)\beta_1 + \cancel{(1-\theta)\beta_2 X^e_{t-1}} + (1-\theta) u_{t-1} \quad **$$

- Kurangi persamaan (*) dengan (**)

$$Y_t - (1-\theta) Y_{t-1} = \theta\beta_1 + \theta\beta_2 X_t + u_t - (1-\theta) u_{t-1}$$

$$Y_t = \theta\beta_1 + \theta\beta_2 X_t + (1-\theta) Y_{t-1} + v_t$$

$$Y_t = \beta_1^* + \beta_2^* X_t + \beta_3^* Y_{t-1} + v_t$$

$$Y_t = \theta\beta_1 + \theta\beta_2 X_t + (1-\theta)Y_{t-1} + v_t$$

$$Y_t = \beta_1^* + \beta_2^* X_t + \beta_3^* Y_{t-1} + v_t$$

$$\hat{\theta} = 1 - \hat{\beta}_3^*, \hat{\beta}_1 = \frac{\hat{\beta}_1^*}{\hat{\theta}}, \hat{\beta}_2 = \frac{\hat{\beta}_2^*}{\hat{\theta}}$$

- Nyata tidaknya penduga θ dapat dijadikan bukti untuk asumsi adaptasi atau penyesuaian nilai harapan