PENERAPAN FUNGSI NON-LINIER DALAM ANALISIS EKONOMI

PENDAHULUAN

- Hubungan fungsional antara variabel-variabel ekonomi dan bisnis tidak selalu berbentuk linier, tapi juga nonlinier.
- Artinya perubahan suatu variabel terikat (dependent) yang diakibatkan perubahan variabel bebas (independent) tidak tetap.

FUNGSI NON-LINIER

Fungsi Kuadrat

$$Y = f(X) = aX^2 + bX + c$$

Dimana : Y = Variabel Terikat

X = Variabel Bebas

a,b dan c = Konstanta dan $a \neq 0$

Koordinat titik puncak

$$\text{Titik Puncak} = \left\{ \frac{-b}{2a}, \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$$

Akar-akar Kuadrat

$$X_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh

Gambarkanlah kurva parabola dari fungsi kuadrat :

$$Y = X^2 - 8x + 12$$

Koordinat titik puncak $= \left\{ \dfrac{-b}{2a}, \dfrac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \right\}$

$= \left\{ \dfrac{-8}{2}, \dfrac{-(64-48)}{4} \right\}$

$= (4, -4)$

Untuk $X = 0$, maka $Y = 12$

Titik potong sumbu X adalah (0, 12)

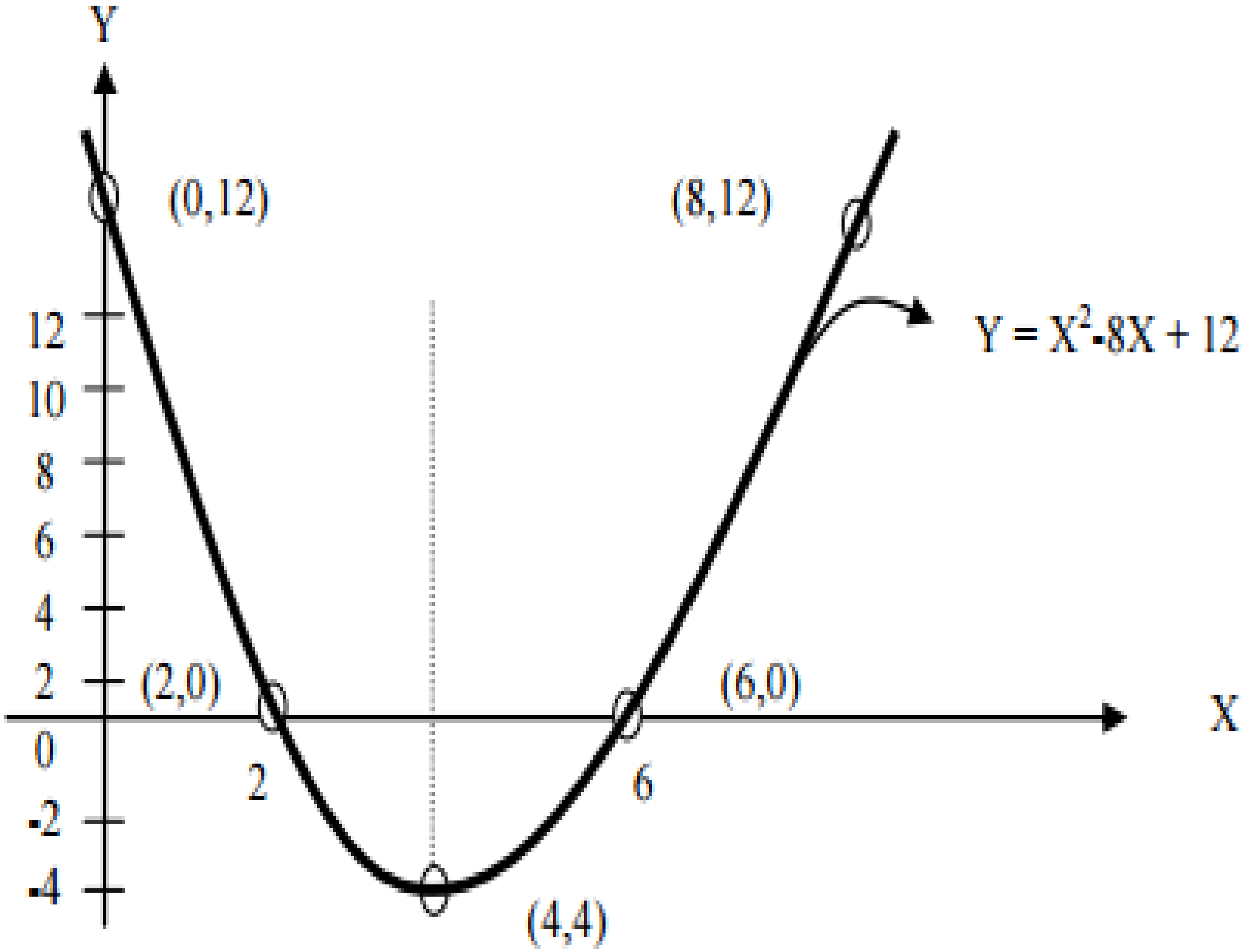
Untuk $Y = 0$, maka $X^2 - 8X + 12 = 0$

$$X_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$X_1 = \frac{8+4}{2} = 6$$

$$X_2 = \frac{8-4}{2} = 2$$

Titik potong sumbu X adalah (2,0) dan (6,0)


Y
(0,12)
(8,12)
Y = X2-8X + 12
12
10
8
6
4
2
(2,0)
(6,0)
X
0
2
6
-2
-4
(4,4)

Parabola Horizontal

Fungsi Kuadrat

$$X = f(Y) = aY^2 + bY + c$$

Dimana : X = Variabel Terikat
Y = Variabel Bebas
a,b dan c = Konstanta dan $a \neq 0$

Koordinat titik puncak

$$\left(Xp, Yp \right) = \left(\frac{-\left(b^2 - 4ac \right)}{4a}, \frac{-b}{2a} \right)$$

Akar-akar Kuadrat

$$\left(Y_1, Y_2 \right) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Terapan Fungsi Non-Linier

Bentuk Umum Fungsi Permintaan Kuadrat :

$$P = c + bQ - aQ^2$$

Dimana : P = Harga Produk
Q = Jumlah Produk yang diminta
a, b, dan c konstanta, dan $a \neq 0$

Fungsi Penawaran

Bentuk Umum Fungsi Penawaran Kuadrat :

$$P = c + bQ + aQ^2$$

Dimana : P = Harga Produk

Q = Jumlah Produk yang diminta

a, b, dan c konstanta, dan $a \neq 0$

Keseimbangan Pasar

Syarat keseimbangan pasar:

$Qd = Qs$

$Pd = Ps$

Analisa Keseimbangan Pasar

Keseimbangan pasar – Model linear

Asumsi-1: Keseimbangan pasar terjadi jika “ekses demand” = 0 atau ($Q_d - Q_s = 0$)

Asumsi-2: Q_d = jumlah permintaan adalah fungsi linear P (harga). Jika harga naik, maka Q_d turun.

Asumsi-3: Q_s = jumlah penawaran adalah fungsi linear P. Jika harga naik, maka Q_s juga naik, dengan syarat tidak ada jlh yang ditawarkan sebelum harga lebih tinggi dari nol.

Bagaimana menentukan nilai keseimbangan pada fungsi kuadratik ?

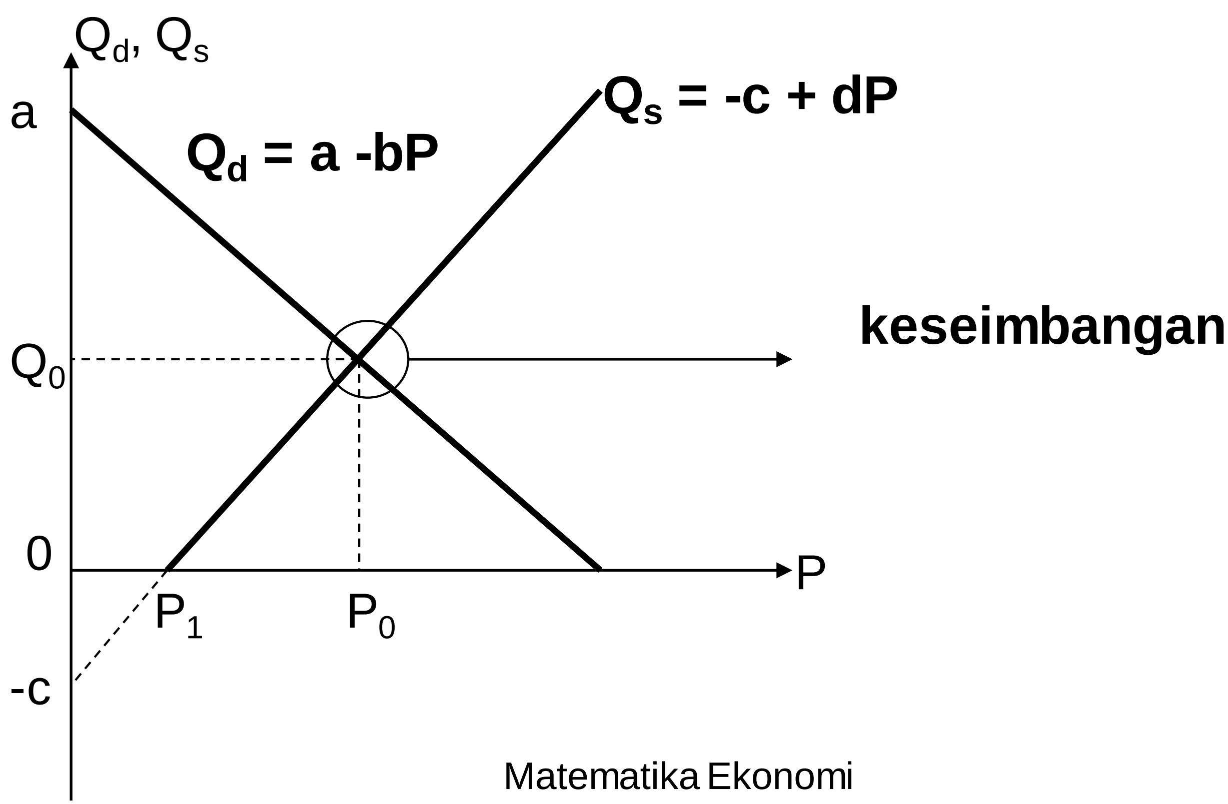
Dalam pernyataan matematis, keseimbangan terjadi pada saat:

$$Q_d = Q_s$$

$Q_d = a - bP,$ slope (-) (1)

$Q_s = -a + bP,$ slope (+) (2)

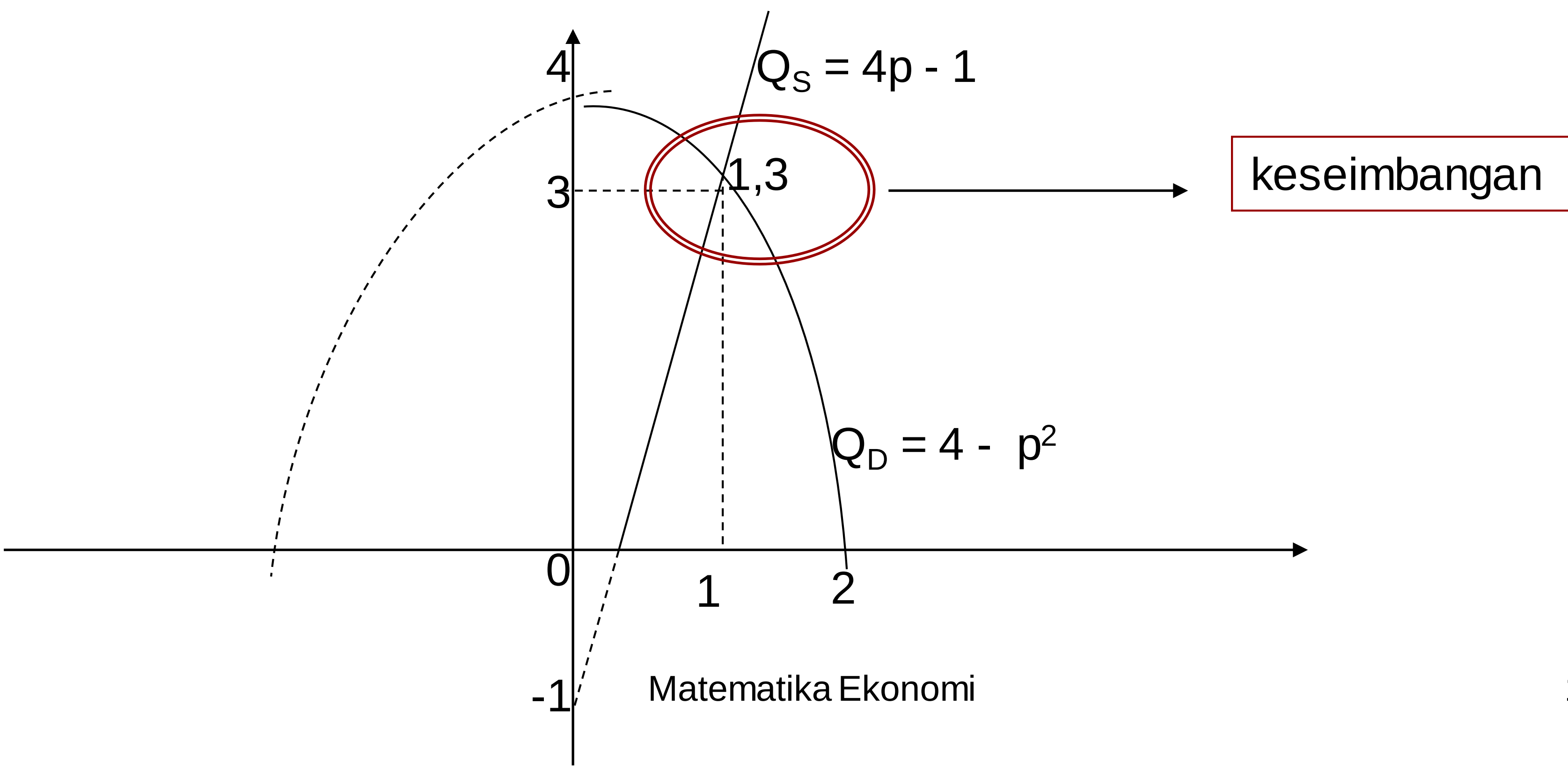
Gambarnya sbb:



Kasus lain, keseimbangan dapat dilihat sbb:

$P_d = 4 - Q^2$ dan $P_s = 4Q - 1$

Jika tidak ada pembatasan misalnya, berlaku dalam ekonomi, maka titik potong pada (1, 3), dan (-5, -21) tetapi karena batasan hanya pada kuadran I (daerah positip) maka keseimbangan pada (1, 3)}



Keseimbangan pasar (lanjutan)

Pada nilai Q dan p berapa terjadi keseimbang-an permintaan dan penawaran dari suatu komoditi tertentu jika:

$Q_d = 16 - P^2$, (Permintaan)

$Q_S = 2p^2 - 4p$ (penawaran)

Gambarkan grafiknya

Penjelasan

Pada saat keseimbangan maka $Q_d = Q_s$

$$16 – p^2 = 2p^2 – 4p$$

$$3p^2 – 4p – 16 = 0$$

Ingat fungsi polinom derajad 2 atau n = 2 dengan bentuk umum: $ax^2 + bx + c$

Koefisien a = 3, b = -4, dan c = -16

$$p = \frac{(-b) \pm (b^2 – 4ac)^{1/2}}{2a} = \frac{4 \pm (16 + 192)^{1/2}}{6} = 3.1\ (+)$$

$$Q_d = 16 – p^2 = 16 - (3.1)^2 = 6.4$$

Jadi keseimbangan tercapai pada Jlh komoditas 6.4 dan harga 3.1. Atau (Q, p) = (6.4 , 3.1)

Grafik:

Fungsi Permintaan: $Q_d = 16 – p^2$

a. Titik potong dengan sb Q → p = 0; Q = 16, (16,0)
b. Titik potong dengan sb p → Q = 0; $16 – p^2 = 0$

(p – 4)(p + 4).→ p – 4 = 0, p = 4, ttk (0, 4)

p + 4 = 0, p = -4, ttk (0, -4)

c.Titik maks/min: (Q,p)

Q = (-b/2a) = 0/-2 = 0

$p = (b^2 – 4ac)/(-4a) = 0 – 4(-1)(16)/(-4)(-1)) = 16$

atau pada titik (0, 16)

Grafik:

Fungsi penawaran

$Q_s = 2p^2 - 4p$

a. Titik potong dengan sb Q → p = 0; Q = 0, (0,0)

b. Titik potong dengan sb p → Q = 0; $2p^2 - 4p = 0$

Atau $2p(p - 2) = 0$; $2p = 0$; $p = 0$; ttk pot (0, 0)

$(p - 2) = 0$; $p = 2$; ttk pot (0, 2)

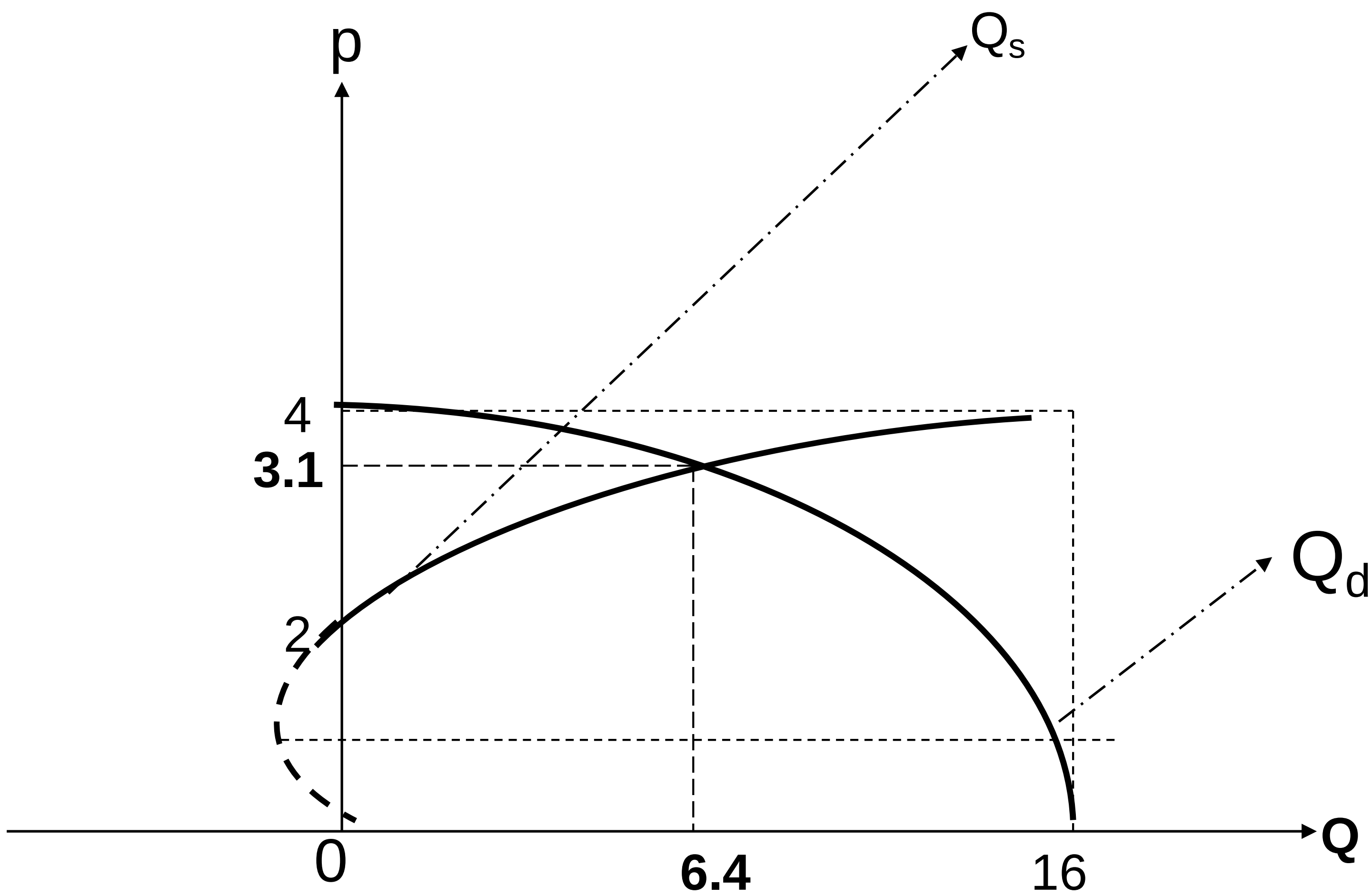
c. Titik maks/min: (Q,p)

$Q = (-b/2a) = 4/4 = 1$

$p = (b^2 - 4ac)/(-4a) = (-4)^2 - 4(2)(0)/(-4)(2) = 2$

atau pada titik (1, 2)

Grafik:



Latihan

1. Gambarkanlah kurva parabola dari fungsi kuadrat :

$$Y = 3 + 2X – X^2$$

2. Carilah harga dan jumlah keseimbangan pasar dari fungsi permintaan dan fungsi penawaran berikut ini!

$$Q_d = 9 – P^2$$

$$Q_s = P^2 + 2P – 3$$