

Bab 1 ELEKTROSTATIKA: HUKUM COULUMB DAN HUKUM GAUSS

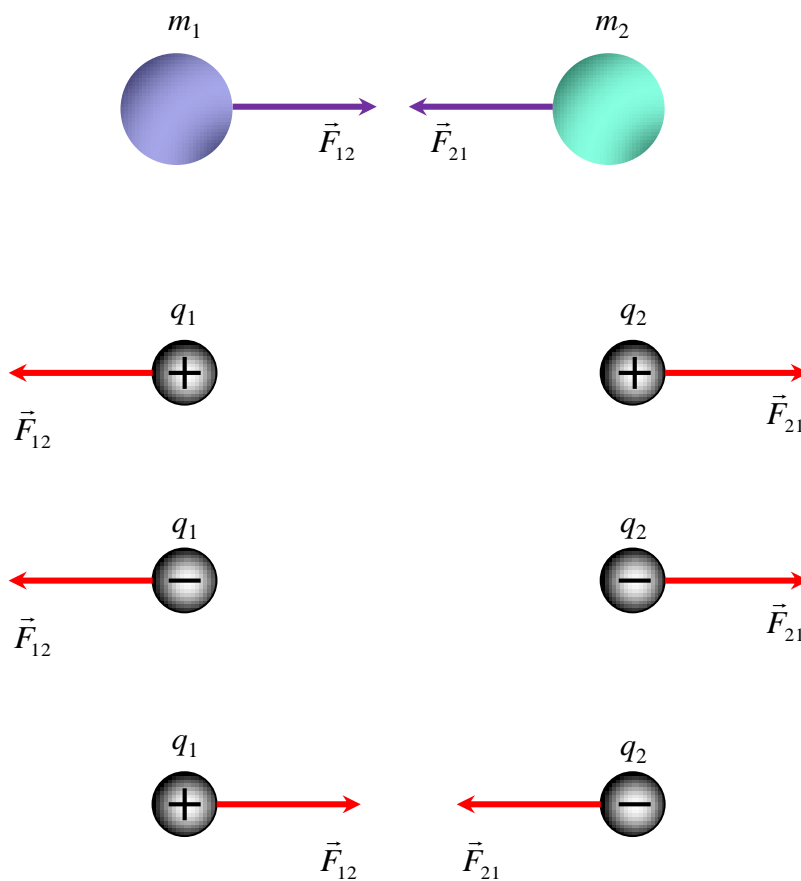
Newton menemukan bahwa dua buah massa saling tarik-menarik dengan gaya yang berbanding lurus dengan perkalian dua massa dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak keduanya. Fenomena ini dikenal dengan hukum gravitasi Newton. Gaya inilah yang mengikat benda-benda di alam semesta sehingga tetap bersatu membentuk alam yang stabil. Jika tidak ada gaya tarik tersebut maka benda-benda di alam semesta (galaksi, bintang, planet, satelit, dan lain-lain) akan bergerak tanpa terkontrol sehingga dapat menyebabkan saling menjauh atau saling bertumbukan. Hukum Kepler tentang gerak planet merupakan konsekuensi logis (implikasi) dari hukum Gravitasi Newton. Fenomena gaya gravitasi Newton telah kita pelajari cukup panjang di buku pertama, khususnya dalam Bab 7.

Pertanyaan yang sama dapat dikenakan pada materi. Semua materi disusun oleh molekul, atom, atau partikel atomik. Sebagian partikel tersebut bermuatan listrik. Pertanyaan adalah gaya apakah yang mengikat partikel-partikel tersebut sehingga menyatu dan membentuk materi yang sangat stabil dan kuat? Apakah antar partikel bermuatan listrik bekerja semacam gaya? Coulomb adalah orang pertama yang menjawab pertanyaan ini. Menurut Coulomb, muatan listrik saling menghasilkan gaya yang menyerupai gaya yang dilakukan oleh massa. Dua buah muatan listrik saling mengerjakan gaya yang besarnya berbanding lurus dengan perkalian dua muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak keduanya. Dengan demikian, bentuk persamaan gaya untuk muatan listrik persis

Ban 1 Elektrostatika

sama dengan persamaan gaya untuk massa.

Namun, yang berbeda adalah pada gaya gravitasi hanya ada satu jenis massa, yaitu massa positif. Sedangkan muatan listrik terdapat dua jenis, yaitu muatan positif dan muatan negatif. Akibatnya, gaya gravitasi hanya memiliki satu jenis gaya, yaitu gaya tarik. Pada muatan listrik, terdapat dua jenis gaya, yaitu gaya tarik dan gaya tolak, bergantung pada jenis muatan yang saling melakukan gaya. Sifat ini diilustrasikan pada **Gambar 1.1**. Dari hasil pengamatan didapatkan bahwa: a) dua muatan sejenis, yaitu muatan yang sama-sama positif atau sama-sama negatif melakukan gaya tolak-menolak, dan b) dua muatan yang tidak sejenis, yaitu positif dan negatif, saling melakukan gaya tarik-menarik.



Gambar 1.1 (atas) Dua massa hanya melakukan gaya tarik gravitasi. (bawah) Muatan memiliki sifat gaya tarik yang berbeda. Muatan sejenis (memiliki tanda muatan sama) bersifat tolak-menolak dan muatan berbeda jenis (memiliki tanda muatan berlawanan) bersifat tarik-menarik.

Catatan: Hingga saat ini masih ada ahli fisika yang penasaran mengapa gaya gravitasi hanya ada gaya tarik? Mengapa

Ban 1 Elektrostatika

tidak ada gaya tolak gravitasi? Kalau kita pelajari tentang kelistrikan dan kemagnetan maka kita menemukan gaya tarik dan gaya total. Dua kutub magnet sejenis tolak-menolak sedangkan yang berbeda jenis tarik-menarik. Dua muatan listrik sejenis tolak-menolak sedangkan yang berbeda jenis tarik-menarik. Mengapa tidak ditemui gaya tolak gravitasi?

Ada satu pelajaran berharga sari uraian di atas. Fisika berkembang karena telah ada penemuan baru dan adanya pertanyaan pada fenomena serupa. Rumus untuk gaya antar massa telah ditemukan oleh Newton. Ketika diamati fenomena gaya pada muatan listrik maka timbul pertanyaan, seperti apa bentuk gaya pada muatan listrik. Coulumb akhirnya berhipotesis bahwa bentuk persamaan gaya antar muatan listrik serupa dengan persamaan gaya gravitasi Newton hanya dengan menukar besaran massa dengan besaran muatan listrik serta konstanta kesebandingan seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.2**. Ini baru hipotesis dan mesti dibuktikan dengan eksperimen untuk menerima hipotesis tersebut. Kemudian eksperimen dilakukan. Dan ternyata hasil eksperimen mendukung hipotesis yang diusulkan. Dengan demikian hipotesis tersebut diterima sebagai kebenaran ilmiah. Dan hipotesis tersebut berubah status menjadi hukum.

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Gaya gravitasi Newton Gaya listrik Coulumb

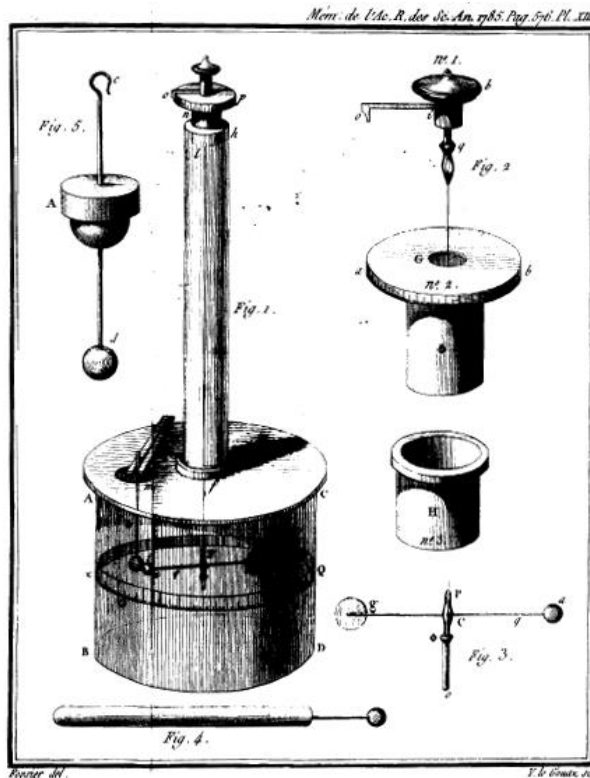
Gambar 1.2 Persamaan gaya listrik Coulumb diinspirasi oleh persamaan gaya gravitasi Newton dengan mengganti massa dengan muatan dan konstanta gravitasi dengan konstanta yang sesuai.

Eksperimen pembuktian hukum Coulomb dilakukan oleh Coulomb

Ban 1 Elektrostatika

sendiri menggunakan neraca torsi. Neraca torsi adalah neraca yang dapat mengukur gaya yang sangat kecil. Neraca ini juga dirancang oleh Coulomb sendiri tahun 1777. Percobaan serupa dilakukan oleh Henry Cavendish tahun 1798 untuk membuktikan hukum gravitasi Newton.

Pertanyaan kita selanjutnya adalah apa pentingnya gaya antar muatan listrik dan mengapa kita perlu memelajarinya?



Gambar 1.3 Neraca torsi yang digunakan oleh Coulomb untuk membuktikan bahwa gaya antara muatan listrik berbanding lurus dengan perkalian muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak (en.wikipedia.org).

1.1 Gaya Coulomb Antar Muatan Titik

Mari kita mulai dengan membahas gaya Coulomb antar muatan titik. Gaya antar muatan titik cukup mudah dihitung. Jika kita sekedar ingin mengetahui besar gaya tanpa perlu mengetahui arahnya maka kita cukup memerlukan informasi besar muatan dan jarak antar muatan. Besarnya gaya tarik atau gaya tolak adalah

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \quad (1.1)$$

Ban 1 Elektostatika

dengan

q_1 adalah muatan partikel pertama,

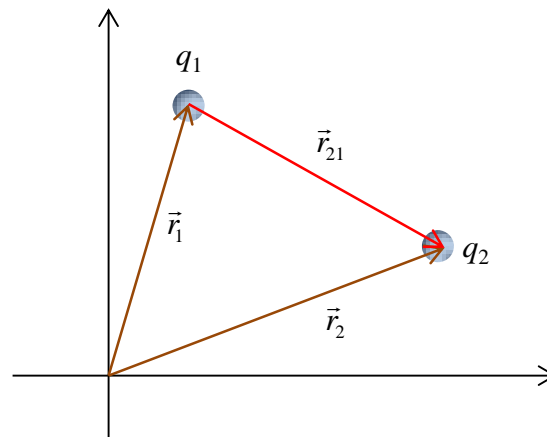
q_2 adalah muatan partikel kedua,

r_{12} adalah jarak antar dua muatan,

$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F/m disebut permitivitas ruang hampa,

$1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9$ N m²/C².

Gaya bersifat tarik-menarik jika muatan memiliki tanda berlawanan dan bersifat tolak-menolak jika dua muatan memiliki tanda muatan yang sama.



Gambar 1.4 Muatan q_1 dan q_2 berada pada vektor posisi \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 . Kedua muatan melakukan gaya tarik atau gaya tolak, bergantung pada jenis muatan yang dimiliki. Jika jenis muatan sama maka gaya yang dihasilkan bersifat tolak-menolak. Jika jenis muatan berbeda maka gaya yang dihasilkan bersifat tarik-menarik. Arah gaya sejajar dengan arah garis hubung dua muatan.

Jika kita ingin mengetahui gaya secara lengkap, yaitu besar maupun arah maka gaya harus dinyatakan dalam notasi vector. Untuk maksud tersebut maka kita perlu mengetahui posisi muatan dalam notasi vector.

Gambar 1.4 adalah ilustrasi posisi dua muatan, muatan q_1 dan q_2 berada pada vektor posisi \vec{r}_1 dan \vec{r}_2 . Vektor posisi muatan q_2 relatif terhadap q_1 adalah

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (1.2)$$

Jarak antara dua muatan tersebut adalah besarnya posisi relatif dua muatan, yaitu

Ban 1 Elektostatika

$$r_{21} = |\vec{r}_{21}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$$

Vektor satuan yang searah dengan vektor \vec{r}_{21} adalah vector yang bersangkutan dibagi panjang vektor tersebut, yaitu

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (1.3)$$

Besarnya gaya coulomb pada muatan q_2 oleh muatan q_1 sebelum menggunakan notasi vector diberikan oleh persamaan (1.1). Arah gaya F_{21} searah dengan vektor satuan \hat{r}_{21} sehingga kita dapat mengungkapkan F_{21} dalam notasi vektor sebagai berikut

$$\begin{aligned} \vec{F}_{21} &= F_{21} \hat{r}_{21} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \end{aligned} \quad (1.4)$$

Dengan mensubstitusi \vec{r}_{21} dari persamaan (1.2) dan \hat{r}_{21} dari persamaan (1.3) ke dalam persamaan (1.4) kita dapat juga menulis

$$\begin{aligned} \vec{F}_{21} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \frac{(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Dari persamaan (1.5) tampak jelas bahwa jika kita mengetahui vector posisi relatif dua muatan maka gaya Coulomb antara dua titik secara lengkap sudah bisa ditentukan (besar maupun arahnya).

Persamaan (1.5) menyatakan gaya pada muatan q_2 oleh muatan q_1 . Bagaimana dengan gaya pada muatan q_1 oleh muatan q_2 ? Gaya tersebut kita nyatakan dengan \vec{F}_{12} . Karena kedua gaya tersebut merupakan pasangan

Ban 1 Elektrostatika

aksi-reaksi maka gaya \vec{F}_{12} dapat diperoleh langsung dari persamaan (1.5) hanya dengan menukar indeks 1 dan 2, yaitu

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Selanjutnya, karena $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = -(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ dan $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ maka

$$\begin{aligned}\vec{F}_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \{-(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\ &= -\vec{F}_{21}\end{aligned}\tag{1.6}$$

Gaya Coulomb adalah gaya yang paling dominan di alam semesta yang secara langsung menentukan bentuk dan wujud benda. Gaya antar elektron dan proton membentuk atom merupakan gaya Coulomb. Gaya antar atom membentuk molekul adalah gaya Coulomb. Gaya antar molekul membentuk material besar, atau gaya antar atom-atom membentuk kristal-kristal besar juga gaya Coulomb. Bentuk tubuh kita, bentuk tumbuh-tumbuhan dan hewan seperti yang tampak saat ini juga dipengaruhi oleh gaya Coulomb antar atom atau molekul penyusunnya. Gaya Coulomb menyebabkan elektron-elektron mengalir dalam konduktor sehingga muncul arus atau listrik. Kemampuan kita mengontrol arus atau tegangan listrik memungkinkan kita menciptakan teknologi.

Seberapa banyakkah muatan satu Coulomb? Kita tahu bahwa satuan muatan listrik adalah coulomb. Sudah punyakah kita bayangan berapa banyakkah 1 coulomb tersebut? Muatan 1 coulomb sebenarnya muatan yang sangat besar. Sebagai ilustrasi muatan 1 elektron hanya $1,602 \times 10^{-19}$ C. Jadi, muatan 1 coulomb disumbang oleh $1/(1,602 \times 10^{-19}) = 6,24 \times 10^{18}$ buah elektron. Massa atomik emas adalah 197. Dengan demikian, emas 1 g mengandung $0,0051$ mol atom yang setara dengan $0,0051 \times N_A = 0,0061 \times (6,02 \times 10^{23}) = 3,67 \times 10^{21}$ atom, dengan N_A adalah bilangan Avogadro. Satu

Ban 1 Elektrostatika

atom emas mengandung 79 elektron dan 79 proton. Jadi satu 1 gram emas mengandung $79 \times (3,67 \times 10^{21}) \times (1,602 \times 10^{-19}) = 4,6 \times 10^4$ C muatan negative dan $4,6 \times 10^4$ C muatan positif. Dengan cara perhitungan yang sama maka kita dapatkan 1 gram air mengandung $5,4 \times 10^4$ C muatan negatif dan $5,4 \times 10^4$ C muatan positif.

Petir adalah aliran muatan listrik yang sangat besar.

Gambar 1.5 adalah contoh foto saat terjadi petir. Petir yang banyak kita jumpai adalah petir jenis CG (*cloud to ground*), yaitu petir yang mengalir dari awan ke tanah. Besar arus listrik yang dihasilkan satu kilatan petir ini berkisar antara 30.000 ampere sampai 120.000 ampere. Namun, dalam satu kali kemunculan petir rata-rata terdapat 3 – 4 kilatan. Lama aliran arus pada tiap kilatan sekitar 200 mikrodetik. Dengan demikian, besar muatan yang dialirkan tiap kali kemunculan berkisar antara 25 - 100 C. Bayangkan, petir yang begitu besar dan sering menakutkan hanya memindahkan muatan kurang dari 100 C.

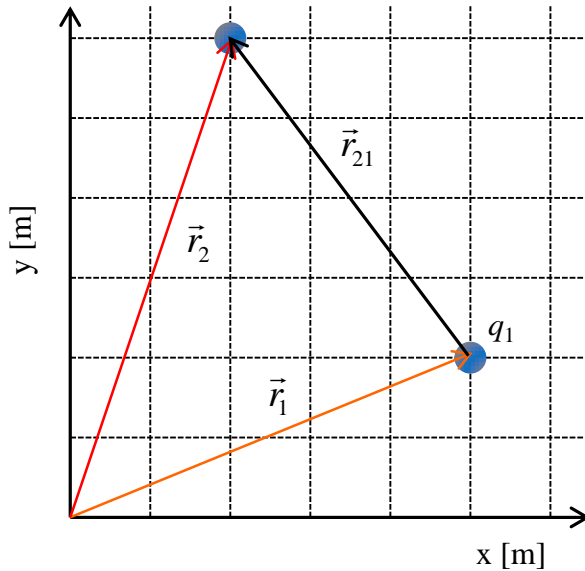


Gambar 1.5 Contoh petir CG (*cloud to ground*). Besar muatan yang dialirkan tiap kilatan antara 25 – 100 coulomb. (sumber: e.wikipedia.org)

Ban 1 Elektostatika

Contoh 1.1

Muatan $q_1 = 2 \text{ mC}$ berada pada koordinat $(5,2) \text{ m}$ dan muatan $q_2 = 4 \text{ mC}$ berada pada koordinat $(2,6) \text{ m}$. Berapa gaya yang dilakukan muatan q_1 pada muatan q_2 ?



Gambar 1.6 Gambar untuk Contoh 1.1.

Jawab

Posisi muatan ditunjukkan pada Gambar 1.6. Berdasarkan gambar kita dapatkan vektor posisi dua muatan adalah $\vec{r}_1 = 5\hat{i} + 2\hat{j} \text{ m}$ dan $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 6\hat{j} \text{ m}$. Posisi relatif muatan q_2 terhadap q_1 adalah

$$\begin{aligned}\vec{r}_{21} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= (2\hat{i} + 6\hat{j}) - (5\hat{i} + 2\hat{j}) = -3\hat{i} + 4\hat{j} \text{ m}\end{aligned}$$

Jarak muatan q_2 dan q_1 adalah

$$|\vec{r}_{21}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

Besarnya gaya Coulumb antara dua muatan

Ban 1 Elektrostatika

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2}$$
$$= 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{5^2} = 2880 \text{ N}$$

Untuk menyatakan gaya tersebut dalam notasi vektor kita tentukan dulu vektor satuan yang arahnya dari muatan q_1 ke muatan q_2 , yaitu

$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|}$$
$$= \frac{-3\hat{i} + 4\hat{j}}{5} = -\frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j} \text{ m}$$

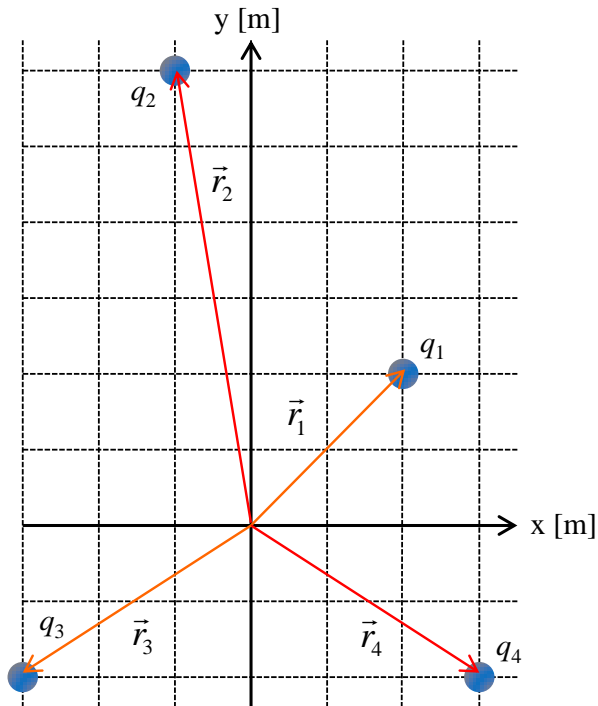
Dengan demikian ungkapan gaya pada q_2 oleh q_1 dalam notasi vektor adalah

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_{21}|^2} \hat{r}_{21} \text{ N}$$
$$= 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-3})(4 \times 10^{-3})}{5^2} \left(-\frac{3}{5}\hat{i} + \frac{4}{5}\hat{j} \right) = -1728\hat{i} + 2304\hat{j} \text{ N}$$

1.2 Gaya Coulomb oleh sejumlah muatan

Sekarang kita akan meningkatkan pembahasan untuk menentukan gaya listrik sejumlah muatan. Gaya yang dialami sebuah muatan akibat pengaruh sejumlah muatan lain sama dengan jumlah secara vector gaya yang dihasilkan masing-masing muatan lain tersebut. Dari sini menjadi jelas di sini bahwa penggunaan notasi vector sangat bermanfaat dalam mencari gaya total tersebut.

Misalkan kita memiliki muatan q_1 , q_2 , q_3 , dan q_4 . Posisi muatan-muatan diilustrasikan pada Gambar 1.7. Kita ingin mencari berapa gaya total yang dialami muatan q_4 . Misalkan koordinat posisi muatan q_1 adalah \vec{r}_1 , koordinat posisi muatan q_2 adalah \vec{r}_2 , koordinat posisi muatan q_3 adalah \vec{r}_3 , dan koordinat posisi muatan q_4 adalah \vec{r}_4 . Kita akan mencari gaya total yang dialami muatan q_4 . Gaya yang dilakukan muatan q_1 , q_2 , dan q_3 pada muatan q_4 masing-masing adalah



Gambar 1.7 Posisi koordinat sejumlah muatan.

$$\vec{F}_{41} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_1 q_4}{|\vec{r}_{41}|^3} \vec{r}_{41}$$

$$\vec{F}_{42} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_2 q_4}{|\vec{r}_{42}|^3} \vec{r}_{42}$$

$$\vec{F}_{43} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{q_3 q_4}{|\vec{r}_{43}|^3} \vec{r}_{43}$$

Dengan demikian gaya total pada muatan q_4 adalah

$$\vec{F}_4 = \vec{F}_{41} + \vec{F}_{42} + \vec{F}_{43}$$

Secara umum, gaya pada muatan q_x yang dilakukan sejumlah muatan $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ dapat dinyatakan dalam notasi penjumlahan vektor sebagai berikut

$$\vec{F}_{q_x} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{xi}$$

Ban 1 Elektostatika

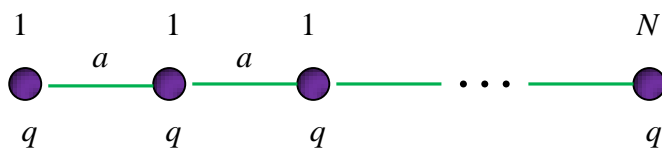
$$= \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_x q_i}{|\vec{r}_{xi}|^3} \vec{r}_{xi} \quad (1.6)$$

Contoh 1.2

Sebuah rantai polimer linier dapat dipandang sebagai muatan listrik titik sejenis yang jumlahnya N (N adalah jumlah monomer penyusun polimer) dijejer dengan spasi yang sama (Gambar 1.8). Misalkan besar masing-masing muatan adalah q dan jarak antar muatan adalah a . Tentukan besar gaya yang dialami muatan paling kiri.

Jawab

Karena semua gaya segaris maka kita dapat mengabaikan notasi vector dan hanya menggunakan notasi scalar. Jelas bahwa semua gaya pada muatan paling kiri arahnya sama dengan sumbu datar. Gaya total dapat diperoleh dengan penjumlahan scalar biasa.



Gambar 1.8 Ilustrasi rantai polimer yang ditanyakan dalam Contoh 1.2.

Besar gaya pada muatan 1 (paling kiri) oleh muatan-muatan lainnta adalah

$$\begin{aligned} F_1 &= F_{12} + F_{13} + \dots + F_{1N} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2a)^2} + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{[(N-1)a]^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left[1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{(N-1)^2} \right] \end{aligned}$$

Bentuk penjumlahan dalam kurung siku sulit ditentukan secara analitik jika N berhingga. Namun, jika $N \rightarrow \infty$ hasilnya adalah $\pi^2/6$. Hasil ini dapat kita hitung dengan menggunakan perintah **sum 1/k^2, k=1 to Infinity**

Ban 1 Elektostatika

pada Wolfram alpha. Jadi, untuk N yang sangat besar yang bisa disumsusikan tak berhingga maka hasilnya adalah

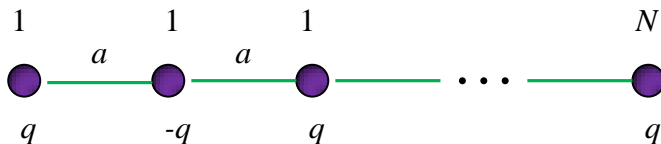
$$\begin{aligned}
 F_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \times \frac{\pi^2}{6} \\
 &= \frac{1}{24\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}
 \end{aligned}$$

Contoh 1.3

Kita kembali ke soal seperti pada Contoh 1.2 tetapi tanda muatan bergantian positif dan negative seperti pada **Gambar 1.9**. Misalkan muatan paling kiri negative. Kita akan menentukan besar gaya yang dialami muatan paling kiri.

Jawab

Tampak dari **Gambar 1.9** bahwa muatan yang menempati posisi ganjil memiliki tanda positif dan yang menempati posisi genap memiliki tanda negative. Muatan paling kanan bisa memiliki tanda positif atau negative tergantung apakah N merupakan bilangan ganjil atau genap. Jika N ganjil maka muatan paling kanan bertanda negative, dan sebaliknya.



Gambar 1.9 Gambar untuk Contoh 1.3.

Besar gaya pada muatan 1 oleh muatan-muatan lainnya adalah

$$\begin{aligned}
 F_1 &= F_{12} + F_{13} + \dots + F_{1N} \\
 &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2a)^2} - \dots \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{[(N-1)a]^2} \\
 &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \left[1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots \mp \frac{1}{(N-1)^2} \right]
 \end{aligned}$$

Bentuk penjumlahan dalam kurung siku di atas juga sulit ditentukan secara

Ban 1 Elektostatika

analitik jika N berhingga. Namun, jika $N \rightarrow \infty$ hasilnya adalah $\pi^2/12$. Hasil ini dapat kita hitung dengan menggunakan perintah **sum (-1)^(k+1)/k^2, k=1 to Infinity** pada Wolfram alpha. Jadi, untuk N yang sangat besar yang bisa disumsusikan tak berhingga maka hasilnya adalah

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2} \times \frac{\pi^2}{12}$$
$$= \frac{1}{48\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

1.3 Gaya Listrik oleh Benda Kontinu

Apa yang telah kita bahas di atas adalah gaya listrik antar benda titik (partikel), baik yang hanya melibatkan dua partikel atau banyak partikel. Namun, dalam realitas kita tidak selalu menjumpai benda bermuatan listrik dalam bentuk partikel. Yang kita jumpai adalah benda yang bermuatan listrik berupa benda besar (benda kontinu). Gaya listrik antara benda besar bermuatan listrik lebih sulit untuk dihitung. Misalkan ada muatan titik (partikel) di dekat benda besar yang bermuatan listrik. Kita tidak dapat menggunakan persamaan (1.6) karena jarak muatan titik ke bagian-bagian benda besar tersebut berbeda.

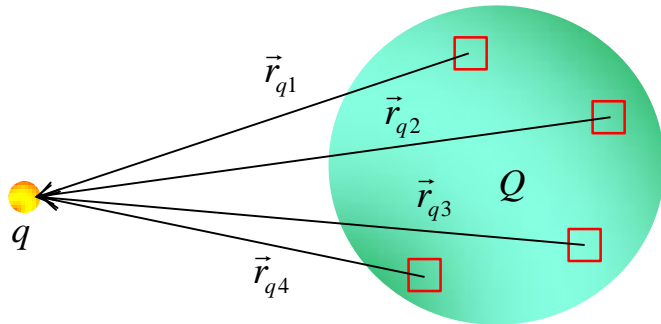
Agar dapat menyelesaikan persoalan tersebut maka kita lakukan langkah berikut ini. Kita bagi benda besar tersebut atas elemen-elemen kecil di mana tiap elemen dapat dipandang sebagai sebuah titik (diilustrasi pada Gambar 1.10). Dengan demikian, benda besar yang bermuatan Q tersebut dapat dipandang sebagai susunan titik-titik (elemen-elemen kecil). Tiap titik melakukan gaya dengan muatan q . Dengan demikian gaya antara benda besar dapat dipandang sebagai gaya antara muatan titik yang sangat banyak yang letaknya bersentuhan dengan muatan titik q . Oleh karena itu, gaya total yang dialami muatan q dihitung menggunakan persamaan (1.6), yaitu

$$\vec{F}_q = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\Delta Q_i}{|\vec{r}_{qi}|^3} \vec{r}_{qi} \quad (1.7)$$

dengan

ΔQ_i adalah muatan elemen ke- i

N adalah jumlah elemen yang dibuat



Gambar 1.10 Benda besar dibagi atas elemen-elemen kecil yang bersentuhan. Tiap elemen dapat dipandang sebagai muatan titik. Gaya pada muatan q merupakan jumlah vektor gaya yang dihasilkan semua titik dengan muatan q .

Karena volume elemen menuju nol, maka jumlah elemen menuju tak berhingga, atau $N \rightarrow \infty$. Bentuk penjumlahan dengan $N \rightarrow \infty$ ini merupakan definisi dari integral seperti yang dipelajari di mata kuliah matematika dasar. Jadi, bentuk integral dari gaya yang dialami muatan q menjadi

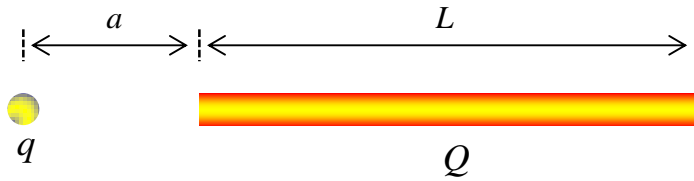
$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{(\vec{r}_q - \vec{r})}{|\vec{r}_q - \vec{r}|^3} dQ \quad (1.8)$$

Persamaan (1.8) tampak sangat rumit. Namun kita akan menggunakannya untuk menyelesaikan beberapa persoalan sederhana sebagai berikut.

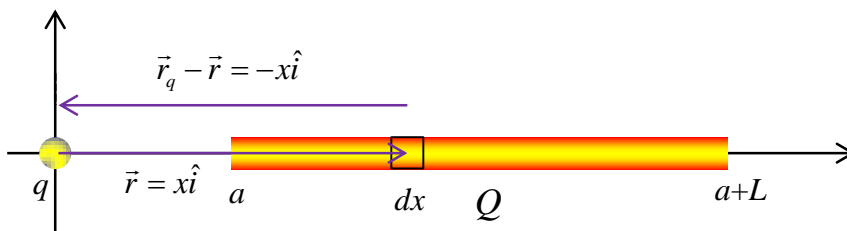
Sebagai ilustrasi aplikasi persamaan (1.8) mari kita hitung gaya pada muatan titik yang dilakukan oleh batang bermuatan. Pertama kita akan bahas gaya pada muatan titik q oleh batang yang bermuatan Q dan memiliki panjang L di mana muatan q berada di sumbu batang. Kita anggap sebaran muatan batang adalah homogen. Kita tinjau kasus muatan q ditempatkan pada sumbu batang dan pada jarak a dari ujung terdekat batang seperti pada **Gambar 1.11**.

Karena muatan q berada pada sumbu batang maka pastikan arah gaya pada muatan tersebut sejajar dengan sumbu batang. Tiap elemen pada batang melakukan gaya yang arahnya sama pada muatan q sehingga kita bisa membahas persoalan secara scalar. Kita ambil sumbu batang berada pada sumbu- x seperti pada **Gambar 1.12**.

Ban 1 Elektostatika



Gambar 1.11 Muatan titik q ditempatkan pada jarak a dari salah satu ujung batang. Panjang batang adalah L . Muatan batang adalah Q dan tersebar secara merata sehingga muatan batang per satuan panjang adalah $\lambda = Q/L$.



Gambar 1.12 Elemen muatan pada batang melakukan gaya pada muatan q dalam arah sejajar sumbu batang. Jarak elemen tersebut ke muatan q adalah x . Elemen tersebut dipandang sebagai muatan titik.

Berdasarkan **Gambar 1.12**, posisi muatan q adalah $\vec{r}_q = 0$ dan posisi elemen adalah $\vec{r} = x\hat{i}$. Karena muatan batang tersebar homogeny maka kerapatan muatan per satuan panjang adalah $\lambda = Q/L$. Perhatikan elemen sepanjang dx . Besar muatan yang dikandung elemen tersebut adalah $dQ = \lambda dx$. Dengan menggunakan persamaan (1.8) maka gaya yang dialami oleh muatan q akibat muatan pada batang adalah

$$\begin{aligned} \vec{F}_q &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+L} \frac{(-x\hat{i})}{|x|^3} (\lambda dx) \\ &= -\hat{i} \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+L} \frac{x}{x^3} (\lambda dx) = -\hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+L} \frac{dx}{x^2} \\ &= -\hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{a+L} = -\hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right] \end{aligned}$$

Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned} &= -\frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(a+L)-a}{a(a+L)} \right] \hat{i} = -\frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L}{a(a+L)} \right] \hat{i} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{a(a+L)} \hat{i} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Perhatikan bahwa batas integral yang telah digunakan adalah lokasi ujung batang karena yang kita integralkan adalah elemen batang yang berada sepanjang batang. Pada baris terakhir persamaan (1.9) kita telah melakukan penggantian $Q = \lambda L$.

Menarik untuk menganalisis persamaan (1.9). Jika jarak muatan q dengan ujung batang sangat jauh sehingga $a \gg L$ maka kita dapat melakukan aproksimasi $a+L \approx a$, dan gaya pada muatan q diaproksimasi dengan

$$\vec{F}_q \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{a^2} \hat{i} \quad (1.10)$$

Bentuk ini sama dengan persamaan gaya antara dua muatan titik yang berjarak a . Dengan demikian, jika $a \gg L$ maka muatan q melihat batang sebagai sebuah titik (dilihat dari jauh batang tampak seperti titik).

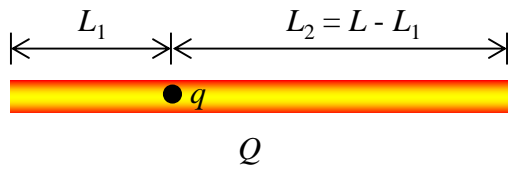
Sebaliknya, jika jarak muatan q ke ujung batang sangat dekat sehingga $a \ll L$ maka kita dapat melakukan aproksimasi $a+L \approx L$ dan gaya pada muatan q dapat diaproksimasi dengan

$$\vec{F}_q \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{aL} \hat{i} \quad (1.11)$$

Ini menunjukkan bahwa gaya yang dialami muatan q berbanding terbalik dengan jarak pangkat satu, bukan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak.

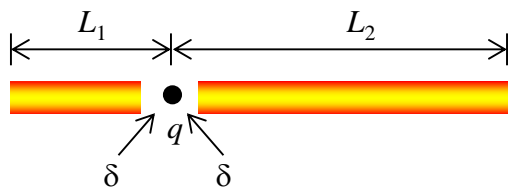
Kasus menarik lainnya adalah jika muatan q ditempatkan di dalam batang. Berapa gaya yang akan dialami muatan tersebut? Mari kita hitung.

Ban 1 Elektostatika



Gambar 1.13 Muatan titik q berada di dalam batang yang memiliki panjang L dan muatan Q .

Misalkan muatan q ditempatkan pada jarak L_1 di sebelah kanan ujung kiri batang seperti pada **Gambar 1.13**. Kasus ini dapat kita selesaikan sebagai berikut. Kita memandang seolah-olah muatan q berada di antara dua batang masing-masing dengan panjang L_1 dan L_2 . Jarak muatan dari ujung terdekat kedua batang adalah δ yang nilainya mendekati nol (yang bermakna dua ujung batang menyentuh muatan q). Asumsi ini diilustrasikan pada **Gambar 1.14**.



Gambar 1.14. Muatan titik q yang berada di dalam batang dapat dipandang sebagai muatan yang ditempatkan antara ujung-ujung dua batang berbeda. Batang pertama memiliki panjang L_1 dan batang kedua memiliki panjang $L_2 = L - L_1$. Jarak muatan ke masing-masing ujung batang adalah δ yang sangat kecil (mendekati nol).

Muatan q mendapat gaya ke kanan oleh batang L_1 dan gaya ke kiri oleh batang L_2 . Dengan menggunakan persamaan (1.9) gaya total yang dialami muatan q adalah

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_q &= \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta + L_1} \right] - \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta + L_2} \right] \\
 &= \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\delta + L_2} - \frac{1}{\delta + L_1} \right] \\
 &= \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(\delta + L_1) - (\delta + L_2)}{(\delta + L_1)(\delta + L_2)} \right]
 \end{aligned}$$

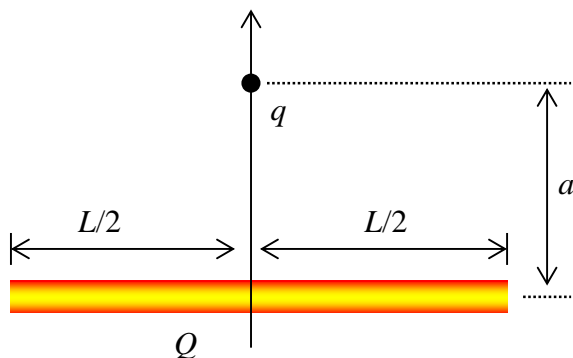
Ban 1 Elektostatika

$$= \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L_1 - L_2}{(\delta + L_1)(\delta + L_2)} \right]$$

Karena $\delta \rightarrow 0$ atau muatan q bersentuhan dengan ujung dua batang maka

$$\vec{F}_q = \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L_1 - L_2}{L_1 L_2} \right] \quad (1.12)$$

Selanjutnya kita tentukan gaya pada muatan q oleh batang homogeny di mana muatan q ditempatkan pada sumbu yang tegak lurus batang dan melewati batang tepat di tengah-tengah seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.15**.



Gambar 1.15 Muatan q berada pada sumbu yang tegak lurus batang melalui tengah-tengah batang.

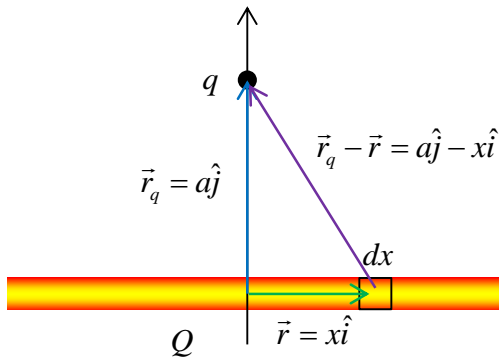
Persoalan di atas sedikit lebih sulit diselesaikan. Tetapi mari kita coba selesaikan sesederhana mungkin. Kita akan menggunakan persamaan (1.8). Kita buat elemen pada batang sepanjang dx . Ilustrasi lengkapnya tampak pada **Gambar 1.16**.

Untuk menentukan gaya yang dialami muatan q kita gunakan persamaan (1.8). Kita dapatkan

$$\begin{aligned} \vec{F}_q &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(a\hat{j} - x\hat{i})}{|a\hat{j} - x\hat{i}|^3} (\lambda dx) \\ &= \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(a\hat{j} - x\hat{i})}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dx \end{aligned}$$

Ban 1 Elektostatika

$$= \hat{j} \frac{q\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} - \hat{i} \frac{q\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} dx$$



Gambar 1.16. Penggambaran ulang Gambar 1.15 dengan memperlihatkan variable-variabel yang akan digunakan dalam perhitungan.

Perhatikan integral kedua pada persamaan di atas. Fungsi $x/(a^2+x^2)^{3/2}$ merupakan fungsi ganjil. Integral fungsi ganjil dengan batas yang simetri terhadap pusat koordinat, dalam kasus ini dari $-L/2$ sampai $L/2$ menghasilkan nol. Kemudian perhatikan integral di ruas pertama. Fungsi $1/(a^2+x^2)^{3/2}$ merupakan fungsi genap sehingga integral dengan batas simetri terhadap pusat koordinat sama dengan dua kali integral dengan batas mulai dari nol ke salah satu batas yang ada. Jadi yang tersisa hanya integral pertama sehingga

$$\vec{F}_q = \hat{j} \frac{2q\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L/2} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

Integral ini dapat diselesaikan dengan Wolfram Alpha dan kita peroleh

$$\begin{aligned} \vec{F}_q &= \hat{j} \frac{2q\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} \right]_0^{L/2} \\ &= \hat{j} \frac{2q\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L/2}{a^2 \sqrt{a^2 + L^2/4}} \right] \end{aligned}$$

Ban 1 Elektrostatika

$$\begin{aligned} &= \hat{j} \frac{q\lambda L}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1+L^2/4a^2}} \right] \\ &= \hat{j} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left[\frac{1}{\sqrt{1+L^2/4a^2}} \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

di mana kita telah mengganti $\lambda L = Q$. Tampak bahwa arah gaya vertikal, sesuai dengan harapan kita. Ini disebabkan bahwa muatan berada pada sumbu simetri batang sehingga komponen gaya arah horizontal saling meniadakan.

Mari kita analisis sifat gaya pada persamaan (1.13). Jika jarak muatan q sangat jauh dari batang dibandingkan dengan panjang batang, arat $a \gg L$ maka $L^2/4a^2 \ll 1$. Akibatnya, kita dapat melakukan aproksimasi berikut ini

$$\vec{F}_q \approx \hat{j} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} \quad (1.14)$$

Persamaan (1.14) menyatakan bahwa gaya pada muatan q seolah-olah dihasilkan oleh muatan titik sebesar Q yang berjarak a . Dengan demikian, jika $a \gg L$ maka muatan q memandang muatan Q yang letaknya sangat jauh sebagai sebuah muatan titik.

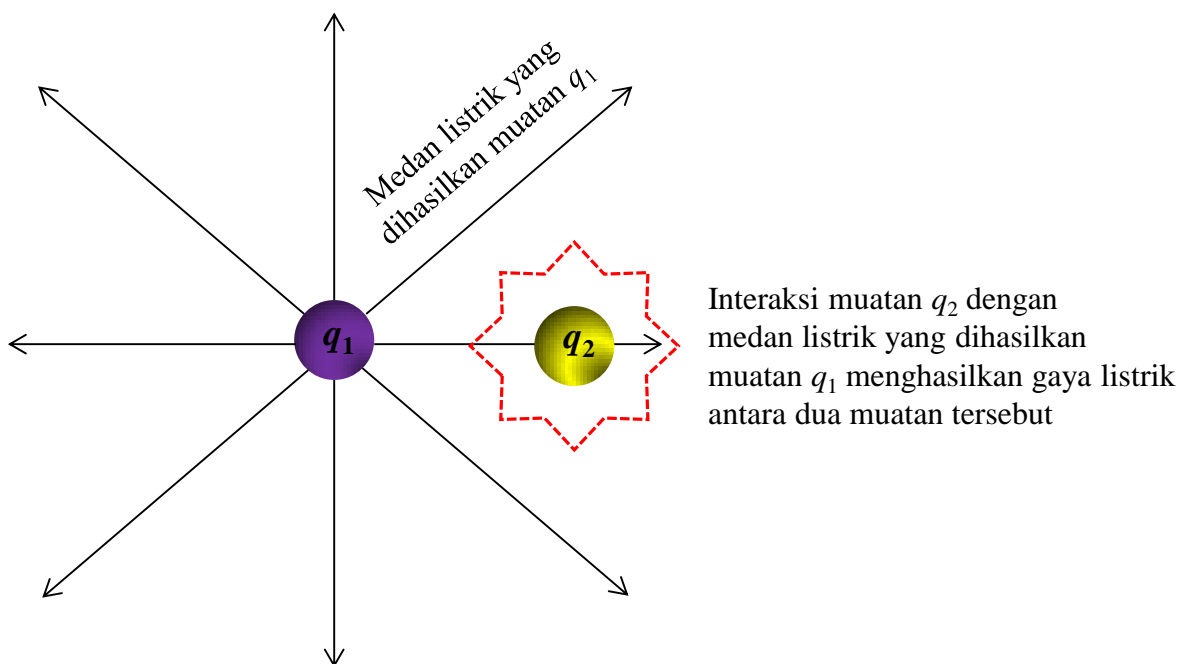
Sebaliknya, jika $a \ll L$ atau lokasi muatan sangat dekat ke batang maka $\sqrt{1+L^2/4a^2} \approx \sqrt{L^2/4a^2} = L/2a$. Dengan demikian kita dapatkan aproksimasi

$$\begin{aligned} \vec{F}_q &\approx \hat{j} \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left[\frac{2a}{L} \right] \\ &= \hat{j} \frac{2qQ}{4\pi\epsilon_0 aL} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Tampak bahwa gaya yang dialami muatan q berbanding terbalik dengan jarak ke batang, bukan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak. Hasil ini persis sama dengan kasus ketika muatan ditempatkan pada sumbu batang seperti yang ditunjukkan pada persamaan (1.11).

1.4 Medan Listrik

Mengapa muatan q_1 dapat melakukan gaya pada muatan q_2 meskipun ke dua muatan tersebut tidak bersentuhan? Mirip dengan pembahasan kita tentang gaya gravitasi yaitu karena adanya medan gaya yang dihasilkan oleh muatan listrik. Medan gaya ini dikenal juga dengan medan listrik. Gaya Coulomb muncul karena muatan q_1 menghasilkan medan listrik pada posisi muatan q_2 . Muatan q_2 berinteraksi dengan medan yang dihasilkan muatan q_1 , dan interaksi tersebut menghasilkan gaya pada muatan q_2 (**Gambar 1.17**).



Gambar 1.17 Muatan listrik q_1 menghasilkan medan listrik di sekitarnya. Muatan q_2 yang berada di sekitar muatan q_1 berinteraksi dengan medan yang dihasilkan muatan q_1 . Efek dari interaksi tersebut adalah muncul gaya listrik pada muatan q_2 .

Jika medan listrik yang dihasilkan muatan q_1 pada posisi muatan q_2 dinyatakan sebagai \vec{E}_{21} maka gaya yang dilakukan oleh muatan q_1 pada muatan q_2 memenuhi persamaan

$$\vec{F}_{21} = q_2 \vec{E}_{21} \quad (1.16)$$

Ban 1 Elektrostatika

Apakah interaksi? Dalam fisika, yang disebut interaksi adalah perkalian. Interaksi antara besaran A dengan besaran B secara matematika dinyatakan sebagai perkalian besaran A dan besaran B. Perkalian tersebut bisa berupa AB , atau $A\vec{B}$ atau $\vec{A}\cdot\vec{B}$, atau $\vec{A}\times\vec{B}$, atau cAB dengan c adalah konstanta. Dengan definisi bentuk perkalian tersebut maka interaksi otomatis nol jika nilai salah satu besaran nol.

Dengan membandingkan persamaan (1.16) dengan ungkapan hukum Coulomb pada persamaan (1.1), maka kuat medan listrik yang dihasilkan muatan q_1 pada posisi muatan q_2 memenuhi

$$\vec{E}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r}_{21}|^3} \vec{r}_{21} \quad (1.17)$$

Jika kita nyatakan dalam notasi scalar maka besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan sembarang pada jarak r dari muatan tersebut adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (1.18)$$

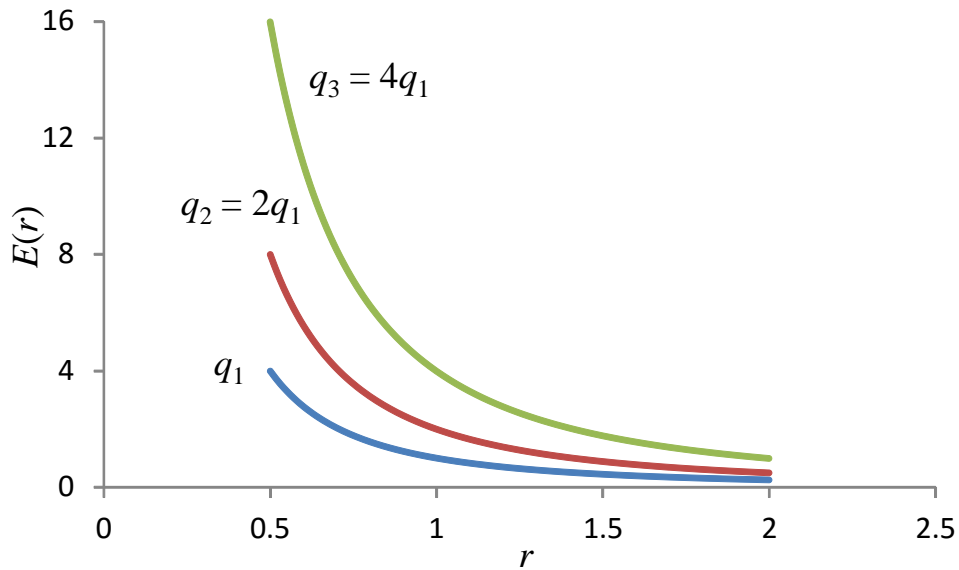
Tampak bahwa besarnya medan listrik yang dihasilkan muatan titik berbanding terbalik dengan kuadrat jarak dari muatan. Jika dibuatkan kurva kuat medan terhadap jarak kita dapatkan **Gambar 1.18**.

Ke manakah arah medan listrik? Arah medan listrik didefinisikan sebagai berikut:

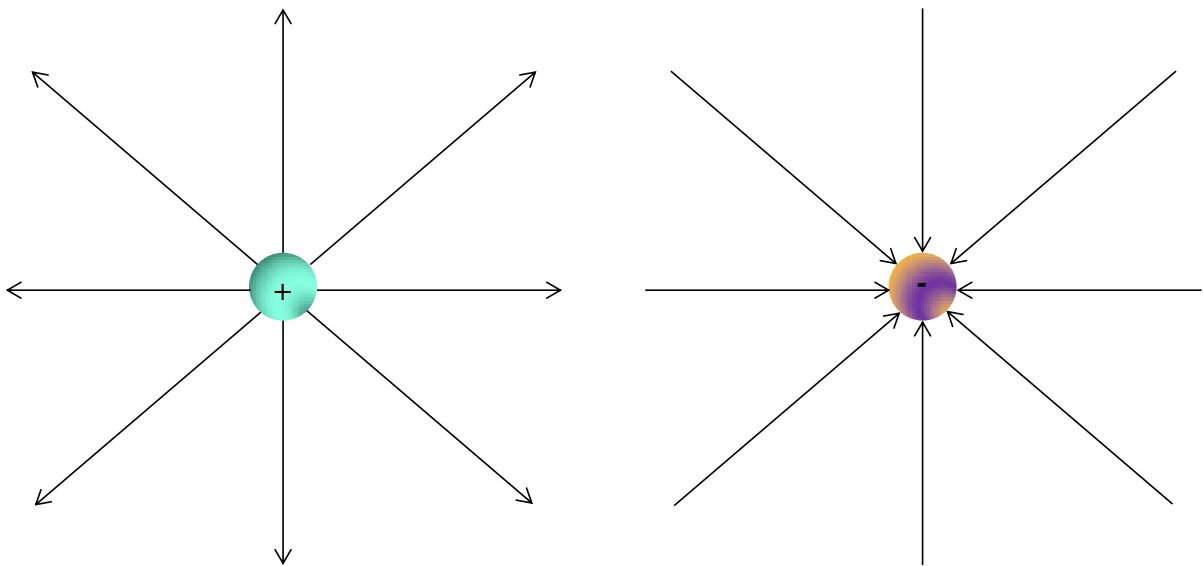
- i. Keluar dari muatan jika muatan tersebut memiliki tanda positif.
- ii. Mengarah ke muatan tersebut jika muatan tersebut memiliki tanda negatif.

Arah tersebut diilustrasikan pada **Gambar 1.19**.

Ban 1 Elektrostatika



Gambar 1.18 Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik sebagai fungsi jarak. Kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik berbanding terbalik dengan jarak dari muatan tersebut.



Gambar 1.19 Definisi arah medan listrik: (a) keluar dari muatan positif dan (b) masuk ke muatan negatif.

Contoh 1.4

Andaikan terdapat dua buah muatan listrik masing-masing $q_1 = 2$ nC dan $q_2 = -5$ nC. Muatan pertama berada pada pusat koordinat dan muatan kedua berada pada koordinat (80 cm,0).

(a) berapa kuat medan listrik dan arahnya pada titik tepat di antara dua

Ban 1 Elektrostatika

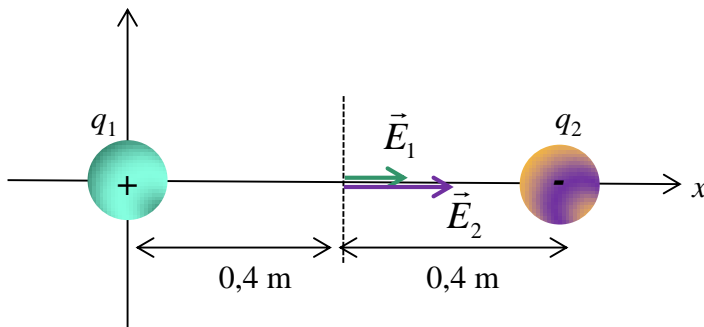
muatan tersebut?

(b) Di manakah posisi yang memiliki medan nol?

(c) Buat kurva kuat medan listrik sebagai fungsi koordinat x sepanjang garis $x = 10$ cm.

Jawab

Untuk menentukan kuat medan listrik antara dua muatan, perhatikan **Gambar 1.20**.



Gambar 1.20 Gambar untuk Contoh 1.3 pertanyaan (a).

Jelas dari Gambar 1.20 bahwa

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{(0,4)^3} (0,4\hat{i}) \\ &= (9 \times 10^9) \frac{(2 \times 10^{-9})}{(0,4)^3} (0,4\hat{i}) = 112,5\hat{i} \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(0,4)^3} (-0,4\hat{i}) \\ &= (9 \times 10^9) \frac{(5 \times 10^{-9})}{(0,4)^3} (-0,4\hat{i}) = -281,25\hat{i} \text{ N}\end{aligned}$$

Kuat medan total antara dua muatan

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

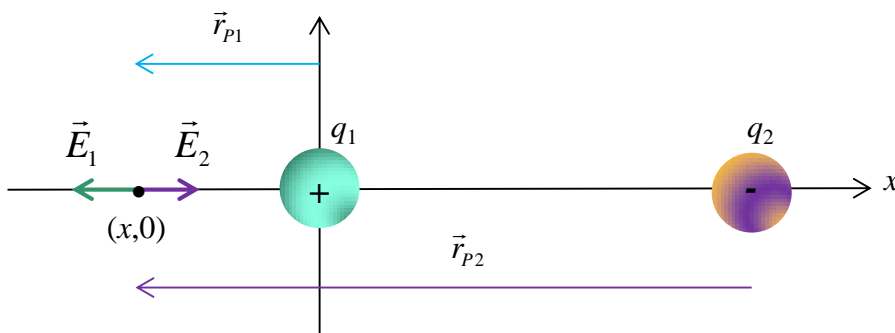
Ban 1 Elektostatika

$$= 112,5\hat{i} - 281,25\hat{i} = -168,75\hat{i}$$

b) Medan listrik nol hanya akan berada pada garis hubung dua muatan. Misalkan lokasi tersebut berada pada koordinat $(x,0)$ seperti pada **Gambar 1.21**. Jarak lokasi tersebut ke masing-masing muatan adalah

$$\vec{r}_{p1} = x\hat{i}$$

$$\vec{r}_{p2} = (x-0,8)\hat{i}$$



Gambar 1.21 Gambar untuk Contoh 1.3 pertanyaan (b).

Kuat medan total pada koordinat $(x,0)$ menjadi

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|x\hat{i}|^3} (x\hat{i}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|(x-0,8)\hat{i}|^3} [(x-0,8)\hat{i}]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{x^2} \hat{i} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{(x-0,8)^2} \hat{i}$$

Agar medan tersebut nol maka

$$\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(x-0,8)^2} = 0$$

atau

$$\frac{2}{x^2} + \frac{(-5)}{(x-0,8)^2} = 0$$

Ban 1 Elektrostatika

Persamaan ini dapat diuraikan dengan mudah sebagai berikut

$$2(x^2 - 1,6x + 0,64) = 5x^2$$

atau

$$3x^2 + 3,2x - 1,28 = 0$$

Solusi untuk x adalah

$$x_1 = \frac{-3,2 + \sqrt{(3,2)^2 - 4 \times 3 \times (-1,28)}}{2 \times 3}$$

$$= 0,31 \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{-3,2 - \sqrt{(3,2)^2 - 4 \times 3 \times (-1,28)}}{2 \times 3}$$

$$= -1,38 \text{ m}$$

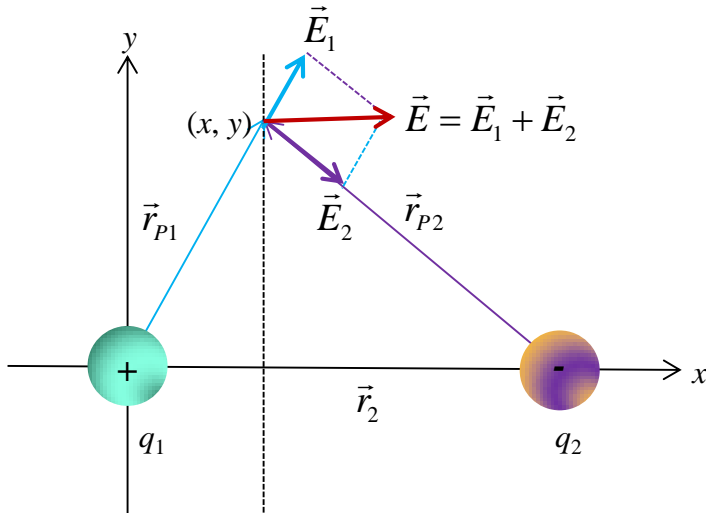
Posisi $x = 0,31$ m berada antara dua muatan. Muatan q_1 menghasilkan medan ke kanan dan muatan q_2 menghasilkan medan ke kanan juga. Kedua medan tidak saling mnghilangkan. Kedua medan hanya memiliki besar yang sama. Jadi posisi ini tidak kita ambil. Yang kita ambil hanya posisi $x = -1,38$ m. Muatan q_1 menghasilkan medan ke kiri dan muatan q_2 menghasilkan medan ke kanan dan keduanya sama besar sehingga saling menghilangkan.

c) Untuk menentukan kuat medan sepanjang sumbu yang sejajar dengan sumbu y , perhatikan **Gambar 1.22**. Jelas dari gambar tersebut bahwa

$$\vec{r}_{p1} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{r}_{p2} = (x - 0,8)\hat{i} + y\hat{j}$$

Ban 1 Elektostatika



Gambar 1.22 Gambar untuk Contoh 1.3 pertanyaan (c).

Dengan demikian, kuat medan di sembarang koordinat (x,y) adalah

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{|\vec{r}_{P1}|^3} \vec{r}_{P1} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{|\vec{r}_{P2}|^3} \vec{r}_{P2} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} (x\hat{i} + y\hat{j}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} [(x-0,8)\hat{i} + y\hat{j}] \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q_1 x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{q_2 (x-0,8)}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} \\
 &\quad + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q_1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{q_2}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} y\hat{j} \\
 &= (9 \times 10^9) \left\{ \frac{(2 \times 10^{-9})x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{(-5 \times 10^{-9})(x-0,8)}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} \\
 &\quad + (9 \times 10^9) \left\{ \frac{(2 \times 10^{-9})}{(x^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{(-5 \times 10^{-9})}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} y\hat{j}
 \end{aligned}$$

$$= \left\{ \frac{18x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{45(x-0,8)}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} + \left\{ \frac{18}{(x^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{45}{[(x-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} y \hat{j}$$

Kuat medan sepanjang garis $x = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$ adalah

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \left\{ \frac{18 \times 0,1}{[(0,1)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{45(0,1-0,8)}{[(0,1-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} \\ &+ \left\{ \frac{18}{(0,1)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{45}{[(0,1-0,8)^2 + y^2]^{3/2}} \right\} y \hat{j} \\ &= \left\{ \frac{1,8}{[0,01 + y^2]^{3/2}} + \frac{31,5}{[0,49 + y^2]^{3/2}} \right\} \hat{i} + \left\{ \frac{18}{[0,01 + y^2]^{3/2}} - \frac{45}{[0,49 + y^2]^{3/2}} \right\} y \hat{j} \end{aligned}$$

Dari bentuk ini kita mendapatkan komponen-komponen medan sebagai berikut

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{1,8}{[0,01 + y^2]^{3/2}} + \frac{31,5}{[0,49 + y^2]^{3/2}} \\ E_y &= \left\{ \frac{18}{[0,01 + y^2]^{3/2}} - \frac{45}{[0,49 + y^2]^{3/2}} \right\} y \end{aligned}$$

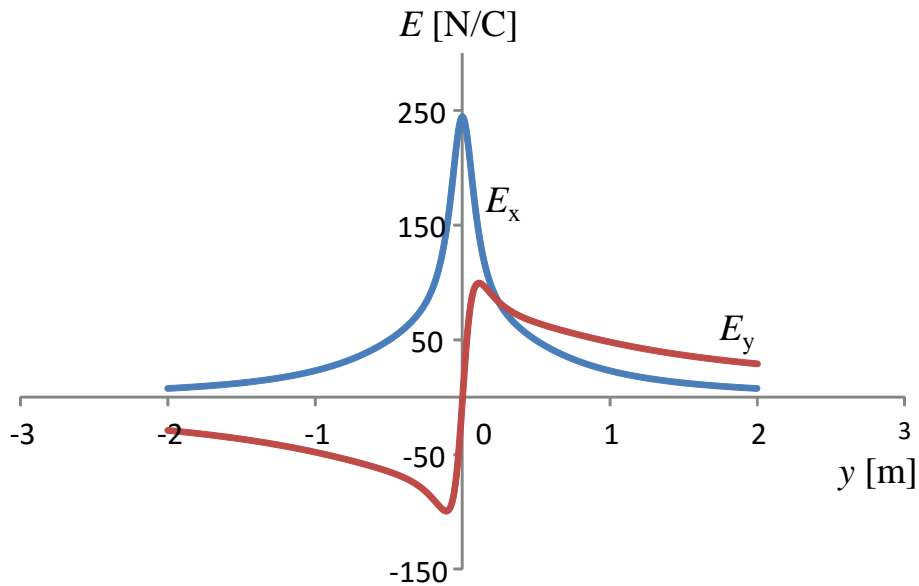
Kita dapat menggambar besar komponen medan pada berbagai nilai y dengan menggunakan Excel. **Gambar 1.23** adalah nilai medan dari $x = -2 \text{ m}$ sampai $x = 2 \text{ m}$.

1.5 Medan Listrik yang dihasilkan distribusi muatan

Di bagian terdahulu kita sudah membahas medan listrik yang dihasilkan oleh muatan titik. Medan total merupakan penjumlahan vector dari medan yang dihasilkan oleh masing-masing muatan titik. Sekarang kita meningkat ke kondisi yang sedikit lebih rumit, yaitu jika muatan yang menghasilkan medan bukan merupakan muatan titik, melainkan muatan

Ban 1 Elektostatika

yang terdistribusi pada benda yang memiliki ukuran besar. Sebagai contoh adalah muatan yang dihasilkan oleh batang, cincin, bola, dan sebagainya.



Gambar 1.23 Besar komponen medan dalam arah sumbu x dan sumbu y.

Hukum Coulomb tetap berlaku untuk distribusi muatan apa saja. Namun untuk distribusi muatan pada benda besar kita sering mengalami kesulitan menggunakan hukum Coulomb secara langsung kecuali untuk beberapa bentuk. Kita akan mencari medan listrik yang dihasilkan oleh benda yang bentuknya sederhana.

1.5.1 Medan listrik oleh muatan cincin

Misalkan kita memiliki cincin yang berjari-jari a . Cincin tersebut mengandung muatan q yang tersebar secara merata. Artinya, jumlah muatan per satuan panjang cincin adalah konstan. Kita akan mencari kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin, yaitu pada posisi yang berjarak h dari pusat cincin seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.24**. Bagaimana menghitungnya?

Keliling cincin adalah $S = 2\pi a$ dan kerapatan muatan cincin (muatan per panjang) adalah

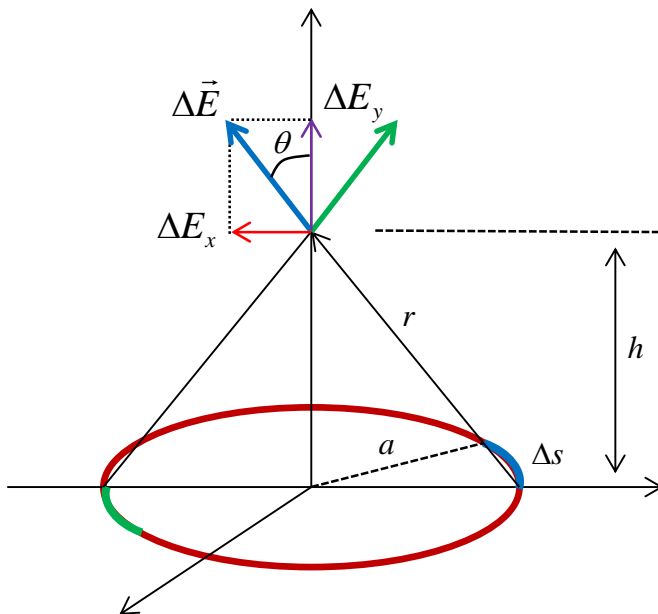
$$\lambda = \frac{q}{S} = \frac{q}{2\pi a}$$

Ban 1 Elektostatika

Untuk mencari medan yang dihasilkan muatan cincin, mari kita bagi cincin atas bagian-bagian kecil sebanak N buah. Panjang tiap bagian adalah

$$\Delta S = \frac{S}{N}$$

Jika N cukup besar maka ΔS cukup kecil sehingga tiap bagian dapat dipandang sebagai muatan titik. Dengan demikian, hukum Coulumb untuk muatan titik dapat digunakan untuk menghitung medan yang dihasilkan ΔS .



Gambar 1.24 Mencari medan listrik di sumbu cincin bermuatan yang berjari-jari a . Muatan cincin terdistribusi secara merata sepanjang keliling cincin.

Muatan yang dikandung tiap elemen adalah

$$\Delta q = \lambda \Delta S$$

sehingga besar medan listrik pada titik pengamatan yang dihasilkan oleh elemen muatan ini adalah

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{r^2}$$

Ban 1 Elektostatika

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{r^2}$$

Dengan menggunakan dalil Phitagoras maka $r^2 = h^2 + a^2$ sehingga

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{h^2 + a^2}$$

Perhatikan medan ΔE . Arahnya membentuk sudut θ dengan sumbu cincin. Medan tersebut dapat diuraikan atas komponen vertical ΔE_y dan horizontal ΔE_x , yaitu

$$\Delta E_y = \Delta E \cos\theta$$

$$\Delta E_x = \Delta E \sin\theta$$

Komponen arah horizontal akan saling ditiadakan oleh komponen arah horizontal elemen kawat yang berada dalam posisi diametral. Setelah dijumlahnya semua medan yang dihasilkan semua komponen maka yang dihasilkan hanya komponen arah vertical (sejajar sumbu). Jadi, kita tidak perlu melanjutkan perhitungan untuk komponen arah horizontal.

Dari Gambar 1.24 tampak bahwa

$$\cos\theta = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

Substitusi ke dalam persamaan medan arah vertikal maka kita dapat menulis

$$\begin{aligned}\Delta E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda\Delta S}{h^2 + a^2} \frac{h}{\sqrt{h^2 + a^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h\Delta S}{(h^2 + a^2)^{3/2}}\end{aligned}$$

Dengan demikian medan total yang dihasilkan (hanya arah vertikal) adalah

Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned} E &= \sum \Delta E_y = \sum \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h \Delta S}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \sum \Delta S \end{aligned}$$

Ingat $\sum \Delta S$ adalah jumlah panjang semua elemen cincin, yang tidak lain merupakan keliling cincin. Dengan demikian

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda h}{(h^2 + a^2)^{3/2}} (2\pi a)$$

Tetapi, $\lambda(2\pi a) = q$, yaitu muatan total cincin. Jadi kita peroleh medan total pada sumbu cincin

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(h^2 + a^2)^{3/2}} \quad (1.19)$$

Persamaan (1.19) dapat juga ditulis sebagai berikut

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} \frac{h/a}{(1 + (h/a)^2)^{3/2}} \quad (1.20)$$

Jika kita gambar kurva E sebagai fungsi h/a maka kita peroleh **Gambar 1.25**. Tampak dari persamaan (1.20) bahwa ada lokasi h/a yang menghasilkan kekuatan medan terbesar. Di manakah lokasi tersebut? Untuk menentukan lokasi tersebut maka kita mencari nilai maksimum untuk fungsi

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} \frac{x}{(1 + x^2)^{3/2}}$$

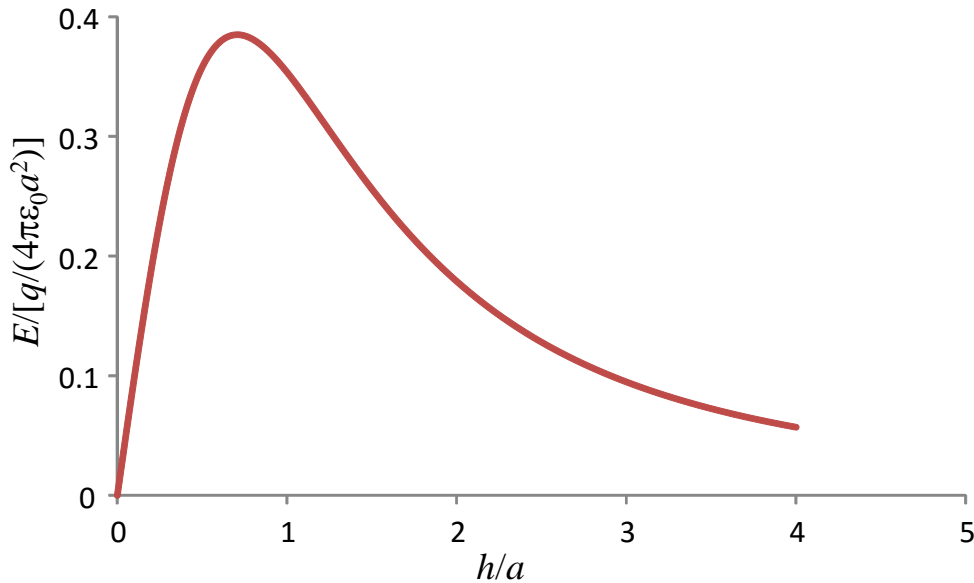
dengan $x = h/a$. Nilai maksimum dicari dengan diferensiasi dan menentukan x yang memberikan nilai nol pada diferensial. Dengan demikian

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} \frac{d}{dx} \left[\frac{x}{(1 + x^2)^{3/2}} \right]$$

Ban 1 Elektostatika

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2} \frac{(1-2x^2)}{(1+x^2)^{5/2}} = 0$$

Solusi untuk x adalah $x = 1/\sqrt{2}$. Dengan demikian, jarak dari pusat lingkaran yang menghasilkan medan paling besar adalah $h = a/\sqrt{2} = 0,71a$.



Gambar 1.25 Kurva E dalam satuan $q/(4\pi\epsilon_0 a^2)$ sebagai fungsi h/a . Medan listrik mula-mula bertambah dengan bertambahnya h/a , kemudian turun dan menjadi nol ketika h/a makin besar. Medan listrik mencapai nilai maksimum pada $h/a = 0,71$.

Menarik untuk mengamati sifat persamaan (1.19). Jika posisi pengamatan sangat jauh atau $h \gg a$ maka $h^2 + a^2 \approx h^2$ sehingga kita dapat melakukan aproksimasi

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qh}{(h^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2} \tag{1.21}$$

Ini adalah ungkapan kuat medan listrik yang dihasilkan muatan titik pada jarak h . Dengan demikian, pada jarak yang sangat jauh maka cincin berperilaku sebagai sebuah titik.

Ban 1 Elektrostatika

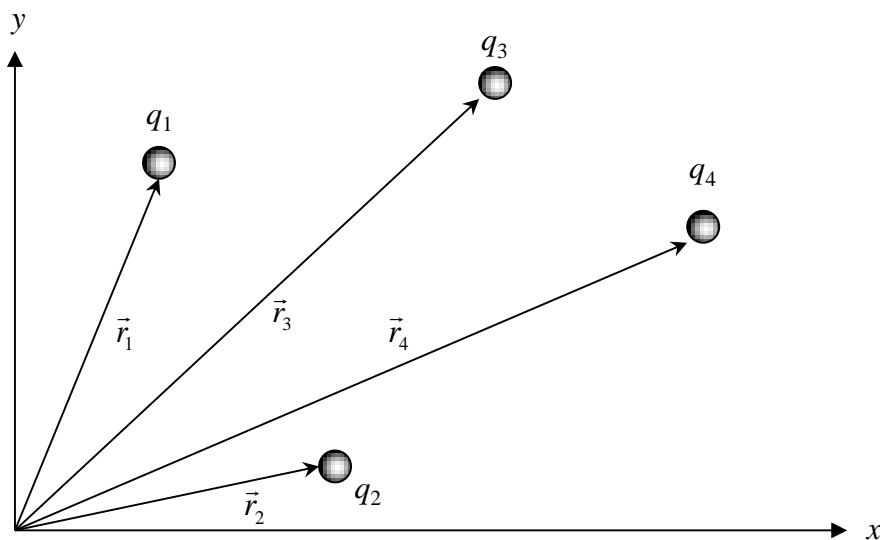
Dari persamaan (1.20) kita dapat langsung menentukan kuat medan listrik di pusat cincin. Pada lokasi ini $h = 0$ sehingga $E = 0$.

1.5.2 Medan Listrik oleh Momen Dipol

Dipol listrik didefinisikan sebagai perkalian muatan dengan posisi. Jika muatan q_1 berada pada posisi \vec{r}_1 maka dipol listrik yang dihasilkan adalah

$$\vec{p}_1 = q_1 \vec{r}_1 \quad (1.22)$$

Jika terdapat sejumlah muatan listrik yang berada pada berbagai posisi maka dipol total merupakan jumlah secara vector dari dipol-dipol semua muatan. Sebagai ilustrasi perhatikan **Gambar 1.26**.



Gambar 1.26 Sejumlah muatan titik menghasilkan dipole sebagai perkalian muatan dan vector posisi muatan tersebut.

Dipol total susunan muatan seperti pada **Gambar 1.26** adalah

$$\vec{p} = q_1 \vec{r}_1 + q_2 \vec{r}_2 + q_3 \vec{r}_3 + q_4 \vec{r}_4$$

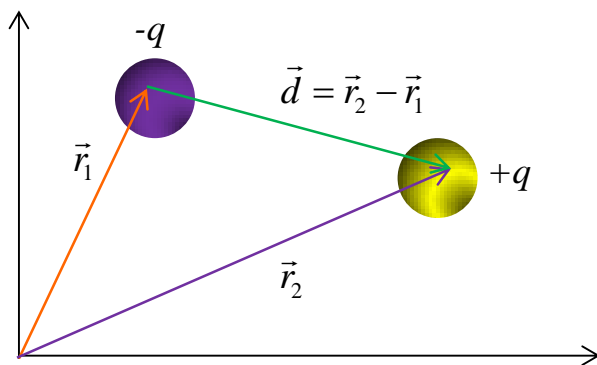
Secara umum, jika terdapat N muatan maka dipol total yang dihasilkan oleh N muatan tersebut adalah

Ban 1 Elektrostatika

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i \quad (1.23)$$

Nilai suatu dipol sangat bergantung pada koordinat yang dipilih. Untuk muatan yang sama atau susunan muatan yang sama maka nilai dipol total akan berbeda jika koordinat yang dipilih berbeda. Perbedaan koordinat menyebabkan perbedaan vector posisi masing-masing muatan yang melahirkan perbedaan dipol.

Sekarang kita tinjau satu kasus khusus jika terdapat dua muatan yang besarnya sama tetapi arah berlawanan. Kita anggap vector yang menghubungkan muatan bertanda negatif ke muatan yang bertanda positif adalah \vec{d} . **Gambar 1.27** adalah ilustrasi posisi dua muatan tersebut



Gambar 1.27 Dua muatan yang sama besar dan berlawanan tanda menghasilkan momen dipol.

Dipol total dua muatan tersebut adalah

$$\begin{aligned} \vec{p} &= (-q)\vec{r}_1 + q\vec{r}_2 \\ &= q(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \\ &= q\vec{d} \end{aligned} \quad (1.24)$$

Tampak bahwa dipol total muatan yang berbeda tanda hanya bergantung pada vector posisi relative dua muatan. Koordinat mana pun yang kita pilih maka dipol total yang dihasilkan selalu sama. Dipol total dua muatan yang besarnya sama dan berbeda tanda dinamakan juga momen dipol.

Muatan yang membentuk momen dipol umumnya akan Tarik menarik dengan gaya Coulumb. Besarnya gaya tarik antara dua muatan

Ban 1 Elektrostatika

tersebut adalah

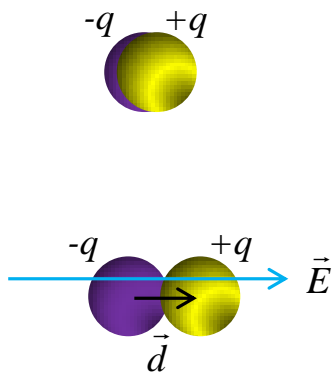
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2}$$

Berapa nilai gaya tersebut? Untuk momen dipole yang dihasilkan oleh pergeseran muatan dalam atom atau ion, nilai muatan kira-kira dalam orde muatan electron dan jarak antar muatan kira-kira sama dengan diameter atom, yaitu sekitar 1 angstrom. Jadi, besarnya gaya tarik dalam orde

$$F = (9 \times 10^9) \frac{(1,6 \times 10^{-19})^2}{(1 \times 10^{-10})^2}$$
$$= 2,3 \times 10^{-8} \text{ N}$$

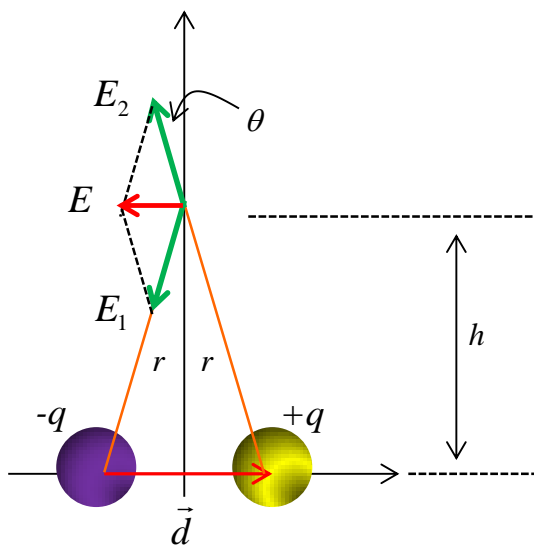
Dalam material, momen dipole umumnya tercipta karena pergeseran sedikit muatan positif dan negative. Mula-mula titik pusat muatan positif dan negative berada pada lokasi yang sama sehingga dipol total nol. Namun, jika terjadi sedikit pergeseran muatan positif terhadap muatan negative maka titik pusat muatan menjadi tidak berimpit. Muncul vector posisi relative pusat dua muatan tersebut sehingga muncul momen dipol. Salah satu cara untuk menghasilkan pergeseran muatan tersebut adalah memberikan medan listrik yang cukup besar. Muatan positif akan ditarik ke arah medan dan muatan negative akan ditarik berlawanan dengan arah medan. Walaupun ikatan antar dua muatan sangat kuat, namun jika medan yang diterapkan sangat besar maka pergeseran relative dua muatan dapat terjadi. Mekanisme ini diilustrasikan pada **Gambar 1.28**.

Jarak antar muatan pada momen dipole umumnya sangat kecil dan biasanya dalam orde ukuran atom. Sehingga kalau diukur dari jauh maka momen dipole masih terdeteksi netral. Namun kalau diukur dari jarak yang sanfat dekat, yaitu pada jarak sekitar orde ukuran atom maka momen dipol terdeteksi sebagai dua muatan terpisah. Oleh karena itu satu momen dipol mempunyai efek secara mikroskopik dan tidak menghasilkan efek makroskopik. Momen dipol akan menghasilkan efek makroskopik jika jumlahnya sangat banyak, misalnya dalam orde bilangan Avogandro. Efek yang ditimbulkan momen dipol secara maksiskopik diamati sebagai sifat dielektron bahan. Sifat dielektrik tersebut menghasilkan sifat kapasitif, pembiasan cahaya, pandu gelombang (waveguide), dan lain-lain.



Gambar 1.28 Pergeseran muatan positif dan negative akibat pemberian medan listrik luar yang cukup besar. Pergeseran tersebut menyebabkan munculnya momen dipol.

Selanjutnya mari kita menghitung kuat medan listrik yang dihasilkan oleh momen dipole. Untuk mudahnya, kita hanya menghitung kuat medan sepanjang garis yang tegak lurus sumbu momen dipol seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.29**.



Gambar 1.29 Menentukan medan listrik yang dihasilkan momen dipol.

Medan di sumbu merupakan jumlah medan yang dihasilkan muatan positif dan muatan negative. Besar medan yang dihasilkan muatan negatif adalah

Ban 1 Elektrostatika

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2 + (d/2)^2} \quad (\text{arah ke muatan})$$

Besar medan yang dihasilkan muatan positif adalah

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{h^2 + (d/2)^2} \quad (\text{menjauhi muatan})$$

Medan resultan yang dihasilkan dua muatan tersebut hanya memiliki komponen arah horizontal. Komponen arah vertikal saling meniadakan. Jadi, medan total di titik yang ditinjau adalah

$$\begin{aligned} E &= E_1 \sin \theta + E_2 \sin \theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{h^2 + (d/2)^2} \sin \theta \end{aligned} \quad (1.25)$$

Dengan mengacu pada Gambar 1.29 kita dapatkan

$$\sin \theta = \frac{d/2}{r} = \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}}$$

Substitusi persamaan ini ke dalam persamaan (1.25) maka diperoleh medan listrik yang dihasilkan oleh momen dipol adalah

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{h^2 + (d/2)^2} \frac{d/2}{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Kita telah mendefinisikan momen dipol $p = qd$ sehingga persamaan (1.26) dapat ditulis sebagai

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[h^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \quad (1.27)$$

Tampak bahwa kuat medan listrik bergantung pada jarak antara dua

Ban 1 Elektostatika

muatan maupun jari dari pusat dipol.

Apa yang akan dideteksi jika titik pengamatan sangat jauh dari pusat dipol? Jika jarak titik pengamatan (h) sangat besar dibandingkan dengan jarak antara dua muatan, atau $d \ll h$, maka kita dapat melakukan aproksimasi $h^2 + (d/2)^2 \approx h^2$. Dengan demikian,

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[h^2]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{h^3}$$

Tampak bahwa medan listrik berbanding terbalik dengan pangkat tiga jarak dari momen dipole. Kita sudah pelajari bahwa untuk muatan titik, kuat medan listrik berbanding terbalik dengan pangkat dua jarak. Dengan demikian medan listrik yang dihasilkan dipole berkurang lebih cepat daripada yang dihasilkan oleh muatan titik.

Berikutnya, mari kita coba hitung gaya coulomb antar dua momen dipol. Untuk penyederhanaan kita asumsikan bahwa dua momen dipole berada pada satu garis yang melewati tengah-tengah momen dipol dan salah satu momen dipole dalam posisi tegak lurus garis hubung dua momen dipol. Kita akan tinjau dua kasus, yaitu momen dipol kedua sejajar dan tegak lurus momen dipol pertama seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.30**.

Medan listrik yang dihasilkan momen dipol bawah pada muatan-muatan di momen dipol atas adalah

$$E_{bawah} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[(h-d/2)^2 + (d/2)^2]^{3/2}}$$

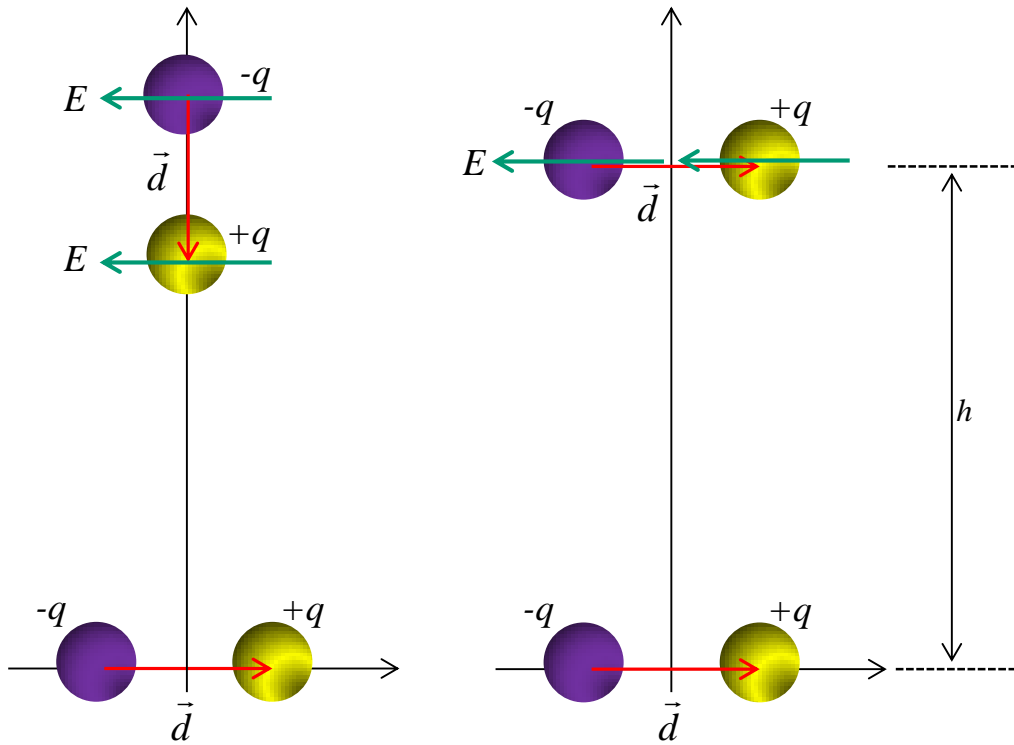
$$E_{atas} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{[(h+d/2)^2 + (d/2)^2]^{3/2}}$$

Dengan demikian, gaya total yang dialami momen dipol atas akibat pengaruh momen dipol bawah menjadi

$$\begin{aligned} F &= qE_{bawah} - qE_{atas} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{[(h-d/2)^2 + (d/2)^2]^{3/2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{[(h+d/2)^2 + (d/2)^2]^{3/2}} \end{aligned}$$

Ban 1 Elektostatika

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{[h^2 - hd + 2(d/2)^2]^{3/2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{[h^2 + hd + 2(d/2)^2]^{3/2}} \quad (1.28)$$



Gambar 1.30 Menentukan gaya tarik antar dua momen dipol. (kiri) dua momen dipol dalam posisi tegak lurus dan (kanan) dua momen dipol dalam posisi sejajar.

Kita asumsikan bahwa $h \gg d$ sehingga $h^2 + hd + 2(d/2)^2 \approx h^2 + hd$ dan $h^2 - hd + 2(d/2)^2 \approx h^2 - hd$. Dengan demikian, persamaan (1.28) dapat diaprokasimasi sebagai

$$F \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{[h^2 - hd]^{3/2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{[h^2 + hd]^{3/2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{h^3} \left\{ \frac{1}{[1 - d/h]^{3/2}} - \frac{1}{[1 + d/h]^{3/2}} \right\}$$

Karena $d \ll h$ maka $d/h \ll 1$ sehingga kita dapat menggunakan pendekatan binomial sebagai berikut $1/(1 - d/h)^{3/2} \approx 1 + (3/2)(d/h)$ dan

Ban 1 Elektostatika

$1/(1+d/h)^{3/2} \approx 1-(3/2)(d/h)$. Dengan demikian kita dapat melakukan aproksimasi lebih lanjut

$$\begin{aligned} F &\approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qp}{h^3} \left\{ \left(1 + \frac{3d}{2h}\right) - \left(1 - \frac{3d}{2h}\right) \right\} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3dqp}{h^4} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p^2}{h^4} \end{aligned} \quad (1.29)$$

di mana kita telah melakukan penggantian $p = qd$. Jelas di sini bahwa gaya antar dua momen dipol berbanding terbalik dengan pangkat empat jarak.

Jika momen dipol atas berada dalam posisi sejajar momen dipol bawah maka dua muatan mendapat medan listrik yang sama besar dan arah sama. Tetapi karena dua muatan memiliki tanda yang berlawanan maka dua muatan mendapat gaya yang sama besar tetapi berlawanan arah. Dengan demikian gaya total pada momen dipol atas menjadi nol.

1.6 Perhitungan Medan Dengan Metode Integral

Mari kita perluas cara perhitungan kuat medan listrik dengan menggunakan metode integral. Metode integral digunakan jika sumber muatan bukan merupakan benda titik, tetapi merupakan benda besar. Perlu diingat bahwa integral sebenarnya adalah penjumlahan setelah membagi benda atas elemen-elemen kecil yang jumlahnya tak berhingga. Setelah dilakukan pembagian tersebut maka tiap elemen dapat dipandang sebagai titik. Sebagai ilustrasi, perhatikan **Gambar 1.31**.

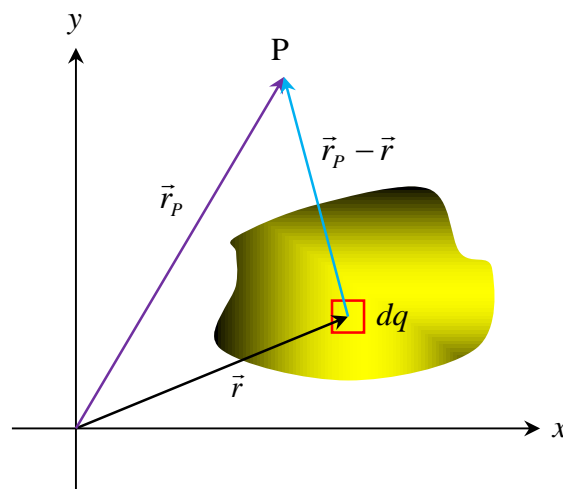
Kita ingin mencari kuat medan listrik pada titik sembarang P. Kita lihat suatu elemen kecil benda yang mengandung muatan dq . Misalkan vektor posisi elemen tersebut terhadap pusat koordinat adalah \vec{r} dan vektor posisi titik pengamatan terhadap pusat koordinat adalah \vec{r}_p . Posisi relatif titik pengamatan terhadap elemen muatan adalah $\vec{r}_p - \vec{r}$ dan jarak titik pengamatan ke elemen muatan adalah $|\vec{r}_p - \vec{r}|$. Dengan menggunakan persamaan (1.8) maka kita dapat menulis medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen muatan dq adalah

$$d\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{|\vec{r}_p - \vec{r}|^3} (\vec{r}_p - \vec{r}) \quad (1.30)$$

Ban 1 Elektostatika

Kuat medan total di titik P yang diakibatkan oleh seluruh muatan pada benda menjadi

$$\begin{aligned}\vec{E}_P &= \int d\vec{E}_P \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r})\end{aligned}\quad (1.31)$$



Gambar 1.31 Kuat medan listrik yang dihasilkan benda kontinu sembarang. Benda besar dibagi atas elemen-elemen kecil. Karena kecil sekali maka elemen-elemen tersebut dapat dipandang sebagai titik-titik.

Persamaan (1.31) merupakan bentuk umum dari persamaan untuk mencari kuat medan listrik yang dihasilkan oleh muatan yang terdistribusi kontinu. Berdasarkan jenis distribusi muatan, kita menemui tiga macam yaitu distribusi muatan, yaitu satu dimensi, distribusi muatan dua dimensi, dan distribusi muatan tiga dimensi.

- Untuk distribusi muatan satu dimensi, misalnya muatan pada kawat maka $dq = \lambda dx$ dengan λ adalah rapat muatan per satuan panjang dan dx adalah elemen panjang kawat.
- Untuk distribusi muatan dua dimensi, misalnya muatan pada pelat maka $dq = \sigma dS$ dengan σ adalah rapat muatan per satuan luas permukaan dan dS adalah elemen luas permukaan.
- Untuk distribusi muatan tiga dimensi maka $dq = \rho dV$ dengan ρ adalah rapat muatan per satuan volum dan dV adalah elemen volum

benda.

Untuk lebih memahami aplikasi metode integral ini mari kita tinjau beberapa contoh berikut ini.

1.6.1 Medan listrik yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga

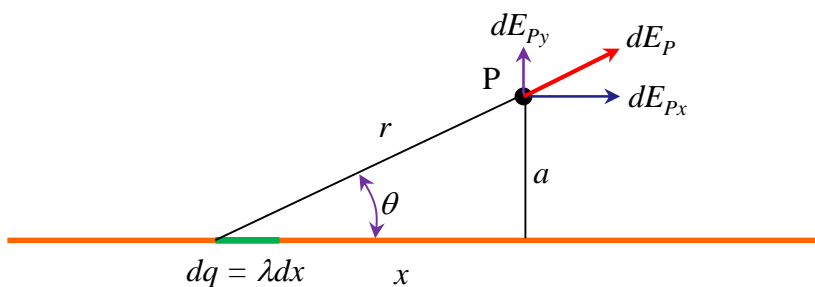
Sebagai contoh aplikasi persamaan (1.31) mari kita mencari kuat medan listrik pada posisi yang berjarak a dari kawat lurus tak berhingga seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.31**.

Sebelum melakukan integral, kita harus menyederhanakan dulu ruas kanan persamaan (1.**). Tinjau elemen kawat sepanjang dx yang memuat muatan sebesar $dq = \lambda dx$. Medan listrik yang dihasilkan elemen ini di titik pengamatan adalah

$$d\vec{E}_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} (\vec{r}_P - \vec{r})$$

Apabila kita hitung besarnya saja maka besar medan listrik tersebut adalah

$$\begin{aligned} dE_P &= |d\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} |\vec{r}_P - \vec{r}| \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^2} \end{aligned}$$



Gambar 1.31 Menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh elemen kawat lurus panjang

Berdasarkan **Gambar 1.31** jarak antara titik pengamatan dan

Ban 1 Elektostatika

elemen muatan adalah $|\vec{r}_p - \vec{r}| = r$. Dengan demikian

$$\begin{aligned}dE_p &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(a^2 + x^2)}\end{aligned}$$

Medan dE_p dapat diuraikan atas dua komponen, yaitu yang sejajar dengan kawat dE_{px} dan yang tegak lurus kawat dE_{py} . Besar komponen-komponen tersebut adalah

$$\begin{aligned}dE_{px} &= dE_p \cos\theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(a^2 + x^2)} \frac{x}{r} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{xdx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}dE_{py} &= dE_p \sin\theta \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(a^2 + x^2)} \frac{a}{r} \\ &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}\end{aligned}$$

Setiap elemen dx akan memiliki elemen pasangan yang berseberangan dari lokasi titik pengamatan yang memiliki komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Kedua komponen tersebut saling meniadakan. Akibatnya, hanya komponen arah vertikal yang memberi kontribusi pada medan listrik total. Dengan demikian, kuat medan listrik total di titik P adalah integral dari komponen medan arah vertikal.

Selanjutnya kita menentukan batas-batas integral. Karena kawat

Ban 1 Elektostatika

panjang tak berhingga, maka batas-batas integral adalah $x = -\infty$ sampai $x = +\infty$. Dengan demikian, medan listrik total yang dihasilkan kawat adalah

$$\begin{aligned} E_p &= \int_{-\infty}^{+\infty} dE_{py} \\ &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_o} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Untuk menyelesaikan integral di atas, kita gunakan Integral Calculator pada Wolfram alpha. Hasil yang diperoleh adalah

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} \\ &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{a^2} - \left(-\frac{1}{a^2} \right) \right] \\ &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_o} \times \frac{2}{a^2} \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \end{aligned} \tag{1.32}$$

Jadi, kuat medan listrik yang dihasilkan kawat lurus tak berhingga dan mengandung muatan dengan kerapatan konstan berbanding terbalik dengan jarak dari kawat.

Contoh 1.5

Dua buah kawat lurus dipasang dalam posisi tegak lurus dengan jarak pisah a . Rapat muatan per satuan panjang kawat tersebut adalah λ_1 dan λ_2 . Hitung gaya coulomb antara dua kawat tersebut?

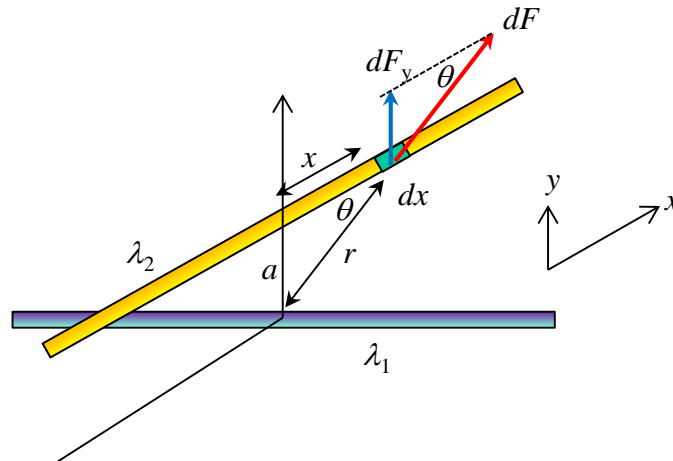
Jawab

Contoh di atas diilustrasi pada **Gambar 1.32**. Perhatikan elemen sepanjang dx pada kawat kedua (kawat atas). Jarak elemen tersebut dari sumbu tegak adalah x sehingga jaraknya dari kawat pertama (kawat bawah)

Ban 1 Elektrostatika

adalah $r = \sqrt{a^2 + x^2}$. Dengan demikian, kuat medan pada elemen tersebut akibat muatan pada kawat bawah adalah

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_1}{r}$$



Gambar 1.32 Gambar untuk Contoh 1.4.

Besar muatan pada elemen dx adalah $\lambda_2 dx$ sehingga gaya listik yang dialami elemen dx adalah

$$\begin{aligned} dF &= E(\lambda_2 dx) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx \end{aligned}$$

Arah dF tampak pada **Gambar 1.32**. Namun yang memberi kontribusi total hanya komponen arah tegak lurus kawat, yaitu $dF_y = dF \sin \theta$. Dari **Gambar**

1.32 juga tampak bahwa $\sin \theta = a/r = a/\sqrt{a^2 + x^2}$. Dengan demikian

$$dF_y = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$= \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

Akhirnya kita dapatkan gaya total yang dialami kawat adalah

$$F = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

$$= \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

$$= \frac{a\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0} \times 2 \int_0^{+\infty} \frac{dx}{a^2 + x^2}$$

Selanjutnya kita gunakan Integral Calculator pada Wolfram alpha dan diperoleh

$$F = \frac{a\lambda_1\lambda_2}{\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} \right]_0^{+\infty}$$

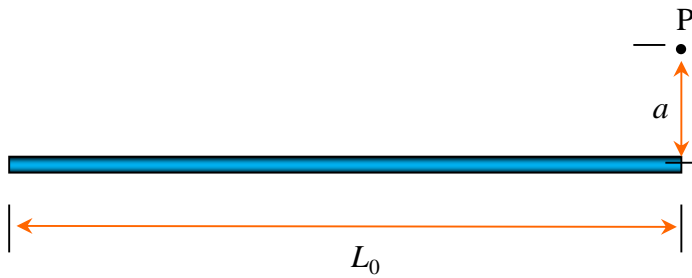
$$= \frac{\lambda_1\lambda_2}{\pi\epsilon_0}$$

Tampak di sini bahwa gaya antar dua muatan tidak bergantung pada jarak antar dua kawat, tetapi hanya bergantung pada kerapatan muatan pada masing-masing kawat.

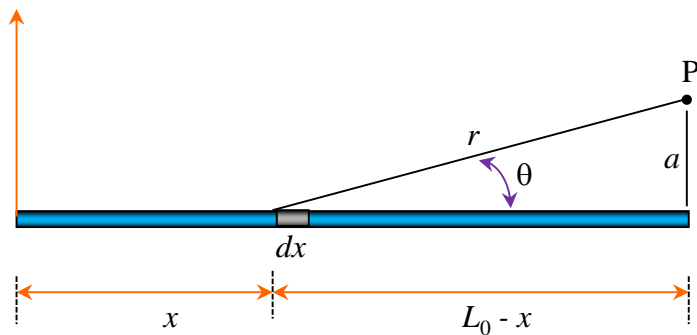
1.6.2 Medan listrik oleh kawat lurus berhingga

Sekarang kita akan membahas kasus yang sedikit rumit, yaitu menentukan medan listrik yang dihasilkan oleh muatan listrik pada kawat lurus yang panjangnya berhingga. Misalkan kita memiliki kawat yang panjangnya L_0 . Kita akan menentukan kuat medan listrik pada titik yang berjarak a dari kawat dan sejajar dengan salah satu ujung kawat. Lihat **Gambar 1.33**.

Ban 1 Elektostatika



Gambar 1.33 Menentukan medan listrik oleh muatan pada kawat lurus yang panjangnya berhingga



Gambar 1.34 Variabel-variabel yang digunakan dalam menghitung medan listrik yang dihasilkan oleh kawat lurus yang panjangnya berhingga.

Untuk menentukan kuat medan listrik di titik pengamatan, kita tentukan variabel-variabel seperti pada **Gambar 1.34**. Serupa dengan pembahasan untuk kawat yang panjangnya tak berhingga, besar medan listrik yang dihasilkan elemen kawat dx adalah

$$\begin{aligned} dE_p &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]} \end{aligned}$$

Komponen medan dalam arah x dan y masing-masing

$$dE_{px} = dE_p \cos\theta$$

Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]} \times \frac{(L_0 - x)}{\sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{(L_0 - x)dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

$$dE_{py} = dE_p \sin \theta$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]} \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}} \\
 &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}
 \end{aligned}$$

Perlu diperhatikan bahwa untuk kasus ini, komponen medan arah horizontal tidak saling menghilangkan. Komponen horizontal dan vertical sama-sama memberi kontribusi pada medan total. Tampak dari **Gambar 1.34** bahwa batas integral asalah $x = 0$ sampai $x = L_0$. Dengan demikian, komponen medan total dalam arah x adalah

$$E_{px} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L_0} \frac{(L_0 - x)dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}$$

Dengan menggunakan integral calculator pada Wolfram alpha maka kita dapatkan

$$\begin{aligned}
 E_{px} &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}} \right]_0^{L_0} \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + L_0^2}} \right] \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + L_0^2}} \right] \tag{1.33}
 \end{aligned}$$

Dengan cara yang serupa maka kita dapaykan komponen medan dalam arah y adalah

Ban 1 Elektostatika

$$E_{Py} = \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{L_0} \frac{dx}{[a^2 + (L_0 - x)^2]^{3/2}}$$

Kembali gunakan integral calculator pada Wolfram alpha sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} E_{Py} &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{L_0 - x}{a^2 \sqrt{a^2 + (L_0 - x)^2}} \right]_0^{L_0} \\ &= \frac{\lambda a}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{L_0}{a^2 \sqrt{a^2 + L_0^2}} \right] \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \left[\frac{L_0}{\sqrt{a^2 + L_0^2}} \right] \end{aligned} \quad (1.34)$$

Tampak dari persamaan (1.33) dan (1.34) bahwa kuat medan listrik bergantung pada jarak dari kawat serta panjang kawat.

Jika panjang kawat di satu sisi sangat besar, atau $L_0 \rightarrow \infty$ maka $a^2 + L_0^2 \approx L_0^2$ dan $a/\sqrt{a^2 + L_0^2} \approx 0$. Dengan demikian

$$E_{Px} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} [1 - 0]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a}$$

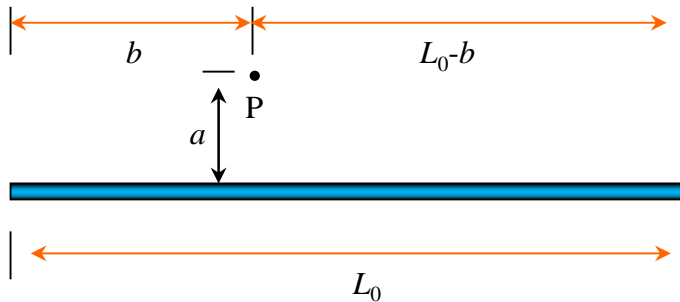
$$E_{Py} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_0}{\sqrt{L_0^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a}$$

Selanjutnya kita bahas kasus yang lebih umum lagi di mana titik pengamatan berada di antara dua ujung kawat. Misalkan titik tersebut

Ban 1 Elektostatika

berjarak a dari kawat dan berjarak b dari salah satu ujung kawat. Kasus ini sebenarnya tidak terlalu sulit. Kita dapat memandang bahwa medan tersebut dihasilkan oleh dua potong kawat yang panjangnya b dan panjangnya $L_0 - b$ di mana titik pengamatan berada di ujung masing-masing potongan kawat tersebut seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.35**. Kuat medan arah tegak lurus yang dihasilkan dua kawat saling menguatkan sedangkan kuat medan arah horizontal saling melemahkan.



Gambar 1.35 Kuat medan listrik pada posisi sembarang di sekitar kawat lurus berhingga.

Komponen-komponen medan yang dihasilkan kawat sepanjang b adalah

$$E_{Px1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

$$E_{Py1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Komponen-komponen medan yang dihasilkan kawat sepanjang $L-b$ adalah

$$E_{Px2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_0 - b)^2}} \right]$$

$$E_{Py2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_0 - b}{\sqrt{a^2 + (L_0 - b)^2}}$$

Komponen medan vertical total menjadi (saling menguatkan)

Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned}
 E_{Py} &= E_{Py1} + E_{Py2} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o - b}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}}
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Komponen medan horisontal total menjadi (saling melemahkan)

$$\begin{aligned}
 E_{Px} &= E_{Px1} - E_{Px2} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right] \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right] \\
 &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o - b)^2}} \right]
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

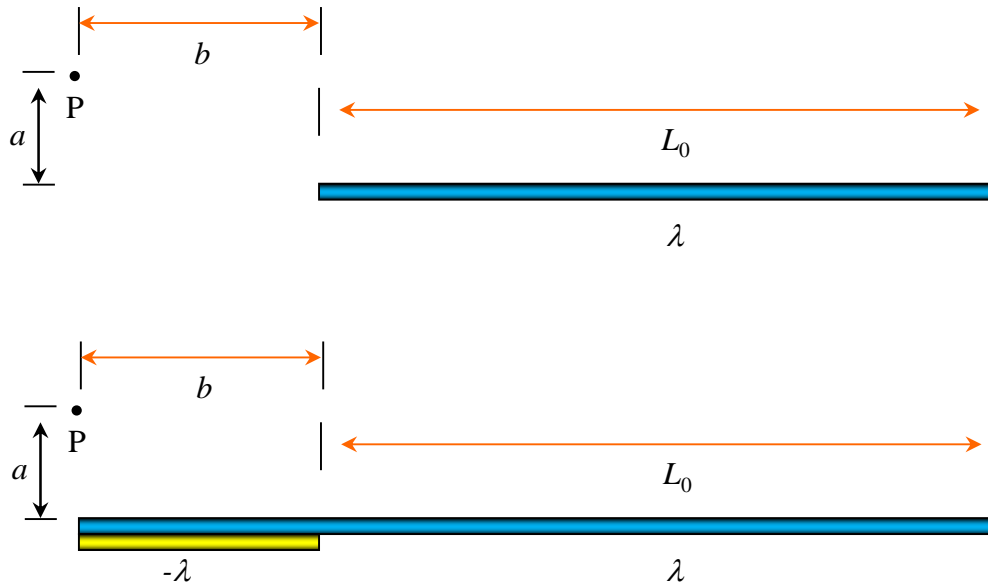
Kasus khusus untuk lokasi di tengah-tengah kawat di mana $b = L_o/2$ sehingga

$$\begin{aligned}
 E_{Py} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o/2}{\sqrt{a^2 + (L_o/2)^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o - L_o/2}{\sqrt{a^2 + (L_o - L_o/2)^2}} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o}{\sqrt{a^2 + (L_o/2)^2}} \\
 E_{Px} &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_o} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o - L_o/2)^2}} \right] \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Selanjutnya kita mencari kuat medan listrik pada titik yang berada

Ban 1 Elektrostatika

di luar areal kawat, misalnya pada jarak b di sebelah kiri kawat seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.36**. Bagaimana memecahkan masalah ini? Kita pakai trik sederhana. Masalah ini dapat dipandang sebagai dua potong kawat berimpit. Satu potong kawat panjangnya $L_0 + b$ dan memiliki rapat muatan λ dan potong kawat lain panjangnya b dan memiliki rapat muatan $-\lambda$. Ujung kiri dua potongan kawat diimpitkan.



Gambar 1.36 Menentukan kuat medan listrik pada posisi sembarang di luar kawat lurus berhingga. Gambar atas adalah kondisi riil. Kita dapat memandang system terdiri dari dua kawat dengan panjang $L_0 + b$ yang memiliki kerapatan muatan λ dan kawat sepanjang b dengan kerapatan muatan $-\lambda$ yang diimpitkan di sisi kirinya seperti diilustrasikan pada gambar bawah.

Kuat medan listrik yang dihasilkan potongan kawat panjang adalah

$$E_{Px1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_0 + b)^2}} \right]$$

$$E_{Py1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_0 + b}{\sqrt{a^2 + (L_0 + b)^2}}$$

Kuat medan listrik yang dihasilkan potongan kawat pendek adalah

Ban 1 Elektostatika

$$E_{Px2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right]$$

$$E_{Py2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Medan listrik arah vertical maupun horizontal total merupakan selisih komponen medan listrik yang dihasilkan masing-masing kawat karena tanda muatan berlawanan. Jadi komponen medan arah horizontal adalah

$$\begin{aligned} E_{Px} &= E_{Px1} - E_{Px2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right] \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{a}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right] \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} \right] \end{aligned} \tag{1.37}$$

Komponen medan arah vertikal adalah

$$\begin{aligned} E_{Py} &= E_{Py1} - E_{Py2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left(\frac{L_o + b}{\sqrt{a^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \end{aligned} \tag{1.38}$$

Untuk kasus ketika $a \rightarrow 0$ maka

$$E_{Px} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{0^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{0^2 + (L_o + b)^2}} \right]$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{L_o + b} \right]$$

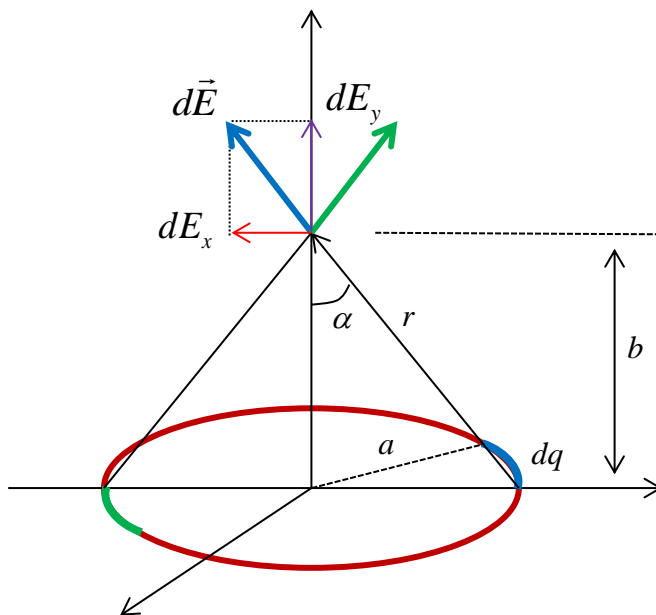
dan

$$E_{py} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left(\frac{L_o + b}{\sqrt{0^2 + (L_o + b)^2}} - \frac{b}{\sqrt{0^2 + b^2}} \right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{a} \left(\frac{L_o + b}{L_o + b} - \frac{b}{b} \right) = 0$$

1.6.3 Medan Listrik oleh Cincin

Cincin adalah bentuk geometri lain yang memungkinkan kita menentukan medan listrik dengan cukup mudah menggunakan hukum Coulomb. Lebih khusus lagi jika kita ingin menghitung kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.37**.



Gambar 1.37 Medan listrik di sumbu cincin yang dihasilkan oleh elemen pada cincin

Misalkan sebuah cincin dengan jari-jari a mengandung muatan Q . Kita ingin menentukan kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin pada jarak b dari pusat cincin. Berdasarkan **Gambar 1.37** besarnya medan listrik di titik P yang dihasilkan oleh elemen cincin sepanjang dL adalah

Ban 1 Elektrostatika

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{dq}{r^2}$$

Tampak juga dari **Gambar 1.37**, dE dapat diuraikan atas dua komponen yang saling tegak lurus, yaitu komponen tegak lurus (arah sumbu x) dan sejajar sumbu (arah sumbu y). Besarnya nilai komponen-komponen tersebut adalah

$$dE_x = dE \sin \alpha \quad (1.38)$$

$$dE_y = dE \cos \alpha \quad (1.39)$$

Tiap elemen kawat memiliki pasangan di seberangnya (lokasi diametrik) di mana komponen tegak lurus sumbu memiliki besar sama tetapi arah tepat berlawanan. Dengan demikian ke dua komponen tersebut saling meniadakan. Oleh karena itu, untuk menentukan kuat medan total kita cukup melakukan integral pada komponen yang sejajar sumbu saja. Besar medan total menjadi

$$\begin{aligned} E &= \int dE_y \\ &= \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos \alpha \end{aligned} \quad (1.40)$$

Semua parameter dalam integral (1.56) konstan kecuali dq . Dengan demikian kita peroleh

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \cos \alpha \int dq \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \cos \alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(a^2 + b^2)} \cos \alpha \end{aligned} \quad (1.41)$$

Untuk kasus khusus **di titik pusat lingkaran**, kita dapatkan $\alpha = 90^\circ$

Ban 1 Elektostatika

sehingga $E = 0$. Kasus khusus lainnya adalah jika jarak titik pengukuran medan sangat jauh dibandingkan dengan lingkaran. Pada jarak tersebut kita akan dapatkan dua aproksimasi. Aproksimasi pertama adalah $a \ll b$ sehingga $a^2 + b^2 \approx b^2$. Aproksimasi kedua adalah $\alpha \approx 0^\circ$ sehingga $\cos \alpha \approx 1$ dan kuat medan listrik menjadi

$$E \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{b^2}$$

Bentuk ini sama dengan medan listrik yang dihasilkan muatan titik pada lokasi yang berjarak b dari muatan tersebut. Dengan demikian, pada jarak yang sangat jauh maka cincin berperilaku sebagai sebuah muatan titik. Jelas, kalau kita mengamati benda yang tidak terlalu besar dari jarak yang sangat jauh maka benda tersebut tampak berukuran seperti titik.

Contoh 1.6

Kita memiliki dua cincin konsentris dengan jari-jari a_1 dan a_2 . Masing-masing cincin memiliki muatan Q_1 dan Q_2 . Berapa kuat medan listrik pada lokasi:

- berjarak b dari pusat cincin sepanjang sumbu cincin
- pada pusat cincin

Jawab

Persoalan tersebut diilustrasikan pada **Gambar 1.38**.

- Pertama kita menghitung kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin pada jarak b dari pusat kedua cincin. Kuat medan listrik yang dihasilkan cincin bermuatan Q_1 adalah

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{(a_1^2 + b^2)} \cos\alpha_1$$

Kuat medan magnet yang dihasilkan oleh cincin bermuatan Q_2

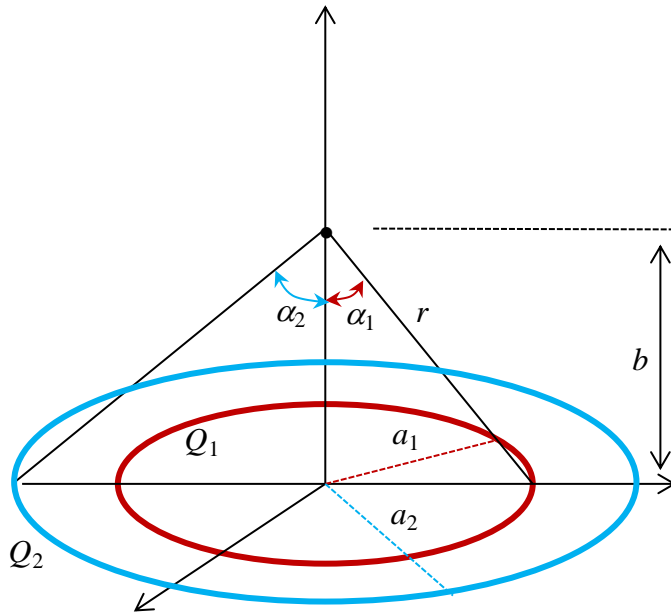
$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(a_2^2 + b^2)} \cos\alpha_2$$

Dengan demikian kuat medan magnet total

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{(a_1^2 + b^2)} \cos\alpha_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{(a_2^2 + b^2)} \cos\alpha_2$$

Di pusat cincin terpenuhi $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$ sehingga $E = 0$.



Gambar 1.38 Dua buah cincin konsentris yang bermuatan pada Contoh 1.5

1.6.4 Kuat medan listrik di sumbu cincin tidak penuh

Sekarang kita anggap cincin bukan lingkaran penuh, tetapi hanya berupa busur dengan sudut keliling θ . Kita ingin mencari berapa kuat medan di sepanjang sumbu cincin yang berjarak b dari pusat cincin. Pada kasus ini pun kita memiliki dua komponen medan, yaitu yang searah sumbu dan yang tegak lurus sumbu. Medan dalam arah tegak lurus sumbu tidak lagi saling meniadakan karena ada bagian cincin yang hilang. Dua komponen medan semuanya ada. Medan tersebut diperoleh dengan mengintegrasikan komponen medan yang diberikan oleh persamaan (1.38) dan (1.39). Kuat medan total searah sumbu adalah

$$E_y = \int_0^\theta dE \cos\alpha$$

Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\theta \frac{dq}{r^2} \cos\alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos\alpha}{r^2} \int_0^\theta dq \end{aligned}$$

Integral di ruas kanan persamaan di atas adalah muatan total pada busur cincin. Misalkan muatan per satuan panjang adalah λ . Panjang busur yang membentuk sudut θ adalah $a\theta$ di mana satuan sudut adalah radian.

Dengan demikian kita dapatkan $\int_0^\theta dq = a\lambda\theta$ dan komponen medan arah

sejajar sumbu menjadi

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a\lambda\theta}{r^2} \cos\alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a\lambda\theta}{(a^2 + b^2)} \cos\alpha \end{aligned} \tag{1.42}$$

Untuk menentukan kuat medan yang tegak lurus sumbu, ada dua kasus yang harus diperhatikan. Kasus pertama adalah jika panjang busur kurang dari setengah lingkaran. Dalam kasus ini, tiap elemen busur tidak memiliki pasangan diameteris yang menghasilkan komponen medan horisontal yang saling meniadakan. Semua elemen menguatkan medan total. Kuat medan total menjadi

$$\begin{aligned} E_x &= \int_0^\theta dE \sin\alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\theta \frac{dq}{r^2} \sin\alpha \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin\alpha}{r^2} \int_0^\theta dq \end{aligned}$$

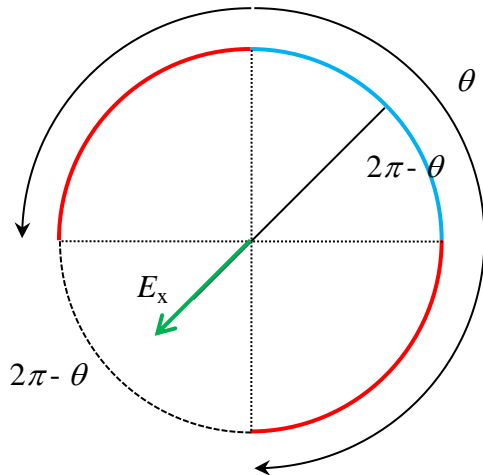
Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(a\lambda\theta)\sin\alpha}{r^2} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a\lambda\theta}{(a^2+b^2)} \sin\alpha \tag{1.43}
 \end{aligned}$$

Jika panjang busur lebih dari setengah lingkaran, maka mulai ada pasangan diametris yang menghasilkan medan arah horisontal yang saling meniadakan. Lihat **Gambar 1.39**. Panjang busur membentuk sudut θ . Tampak dari **Gambar 1.39**, dari busur yang ada, sebagian elemen mempunyai pasangan diametris yang menghasilkan komponen medan arah horisontal yang sama besar tetapi berlawanan arah. Hanya bagian busur lingkaran sepanjang $2\pi - \theta$ yang tidak memiliki pasangan diametri sehingga memberi kontribusi pada medan magnet total arah horisontal. Dengan demikian, medan magnetik total arah horisontal adalah

$$\begin{aligned}
 dE_x &= \int dE \sin\alpha \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi-\theta} \frac{dq}{r^2} \sin\alpha \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin\alpha}{r^2} \int_0^{2\pi-\theta} dq \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin\alpha}{r^2} \times [a\lambda(2\pi - \theta)] \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a\lambda(2\pi - \theta)}{(a^2 + b^2)} \sin\alpha \tag{1.44}
 \end{aligned}$$

Tampak dari persamaan (1.44), jika terbentuk lingkaran penuh maka $\theta = 2\pi$ dan medan total arah horisontal nol.



Gambar 1.39 Kuat medan listrik oleh busur cincin yang melebihi setengah lingkaran. Sebagian elemen mempunyai pasangan diameteris sehingga medan arah horizontal saling meniadakan.

Pertanyaan selanjutnya adalah ke manakah arah medan yang dihasilkan? Jelas komponen sejajar sumbu meenjauhi cincin jika muatan cincin positif dan mengarah ke cincin jika muatan cincin negatif. Komponen yang tegak lurus sumbu mengambil arah berdasarkan ukuran cincin. Dengan mengacu pada Gambar 1.39 dan mempertimbangkan sifat simetri cincin maka arah komponen medan horisontal dari tengah-tengah busur cincin mengarah ke pusat cincin. Jadi, bagaimana menulis arah komponen medan horisontal sangat tergantung pada orientasi cincin.

Contoh 1.7

Dua buah setengah lingkaran diletakkan berdekatan dengan orientasi seperti pada **Gambar 1.40**. Rapat muatan masing-masing setengah lingkaran tersebut adalah λ_1 dan λ_2 dan jari-jari a_1 dan a_2 . Kita ingin menentukan kuat medan pada jarak b dari pusat lingkaran.

Jawab

Pertama mari kita hitung kuat medan listrik arah y . Pada kedua kasus tersebut kita dapatkan $\theta = \pi$.

$$E_{1y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a_1\lambda_1\pi}{(a_1^2 + b^2)} \cos\alpha_1$$

Jika kita mengacu ke **Gambar 1.40** maka jelas

Ban 1 Elektostatika

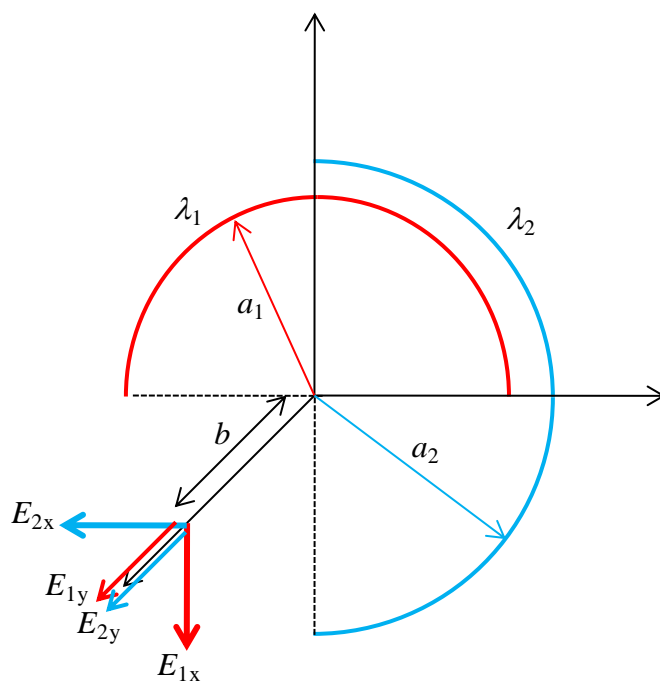
$$\cos \alpha_1 = \frac{b}{\sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

sehingga kuat medan arah y yang dihasilkan busur pertama adalah

$$E_{1y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8a_1\lambda_1\pi}{(a_1^2 + b^2)^{3/2}}$$

Dengan cara serupa maka kita dapatkan kuat medan arah y yang dihasilkan busur kedua adalah

$$E_{2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{8a_2\lambda_2\pi}{(a_2^2 + b^2)^{3/2}}$$



Gambar 1.40 Gambar untuk Contoh 1.7.

Karena $\theta = \pi$ maka kita bebas menggunakan persamaan (1.43) atau (1.44) untuk menentukan komponen x dari medan. Besar komponen gaya arah tegak lurus sumbu yang dihasilkan masing-masing kawat adalah

$$E_{1x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a_1\lambda_1\pi}{(a_1^2 + b^2)} \sin \alpha_1$$

Ban 1 Elektostatika

Jika kita mengacu ke Gambar 1.40 maka jelas

$$\sin \alpha_1 = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

Sehingga kuat medan arah x yang dihasilkan busur pertama adalah

$$E_{1x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a_1^2 \lambda_1 \pi}{(a_1^2 + b^2)^{3/2}}$$

Dengan cara serupa maka kita dapatkan kuat medan arah x yang dihasilkan busur kedua adalah

$$E_{2x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a_2^2 \lambda_2 \pi}{(a_2^2 + b^2)^{3/2}}$$

Dengan memperhatikan **Gambar 1.40** maka dua komponen tersebut saling tegak lurus sehingga komponen total arah tegak lurus sumbu menjadi

$$\begin{aligned} E_x &= \sqrt{E_{1x}^2 + E_{2x}^2} \\ &= \frac{1}{4\epsilon_0} \sqrt{\frac{a_1^2 \lambda_1^2}{(a_1^2 + b^2)^3} + \frac{a_2^2 \lambda_2^2}{(a_2^2 + b^2)^3}} \end{aligned}$$

Medan total sejajar sumbu adalah

$$\begin{aligned} E_y &= E_{1y} + E_{2y} \\ &= \frac{2}{\epsilon_0} \left[\frac{a_1 \lambda_1}{(a_1^2 + b^2)^{3/2}} + \frac{a_2 \lambda_2}{(a_2^2 + b^2)^{3/2}} \right] \end{aligned}$$

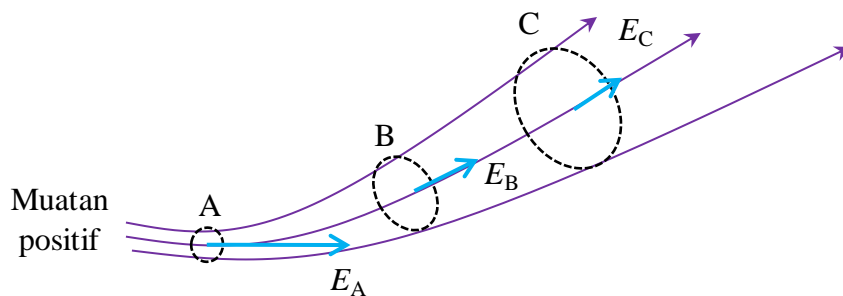
1.7 Garis Gaya Listrik

Untuk memvisualisasikan medan listrik sehingga kita memiliki gambaran tentang besar maupun arahnya, maka didefinisikan garis gaya

Ban 1 Elektrostatika

listrik. Garis gaya listrik adalah garis khayal yang keluar dari muatan positif dan masuk ke muatan negatif. Setelah menggambarkan garis gaya listrik maka kita dapat mendefinisikan medan listrik sebagai berikut

- Besarnya medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya per satuan luas permukaan yang ditembus garis gaya
- Arah medan listrik di suatu titik sama sejajar dengan garis singgung garis gaya pada titik tersebut.



Gambar 1.41 Ilustrasi garis gaya listrik.

Berdasarkan **Gambar 1.41** maka kuat medan listrik di titik A lebih besar daripada kuat medan listrik di titik B dan kuat medan listrik di titik B lebih besar daripada kuat medan listrik di titik C. Jika kita memiliki luas permukaan tertentu dan ditembus oleh garis gaya dan karena kuat medan listrik sebanding dengan kerapatan garis gaya maka dapat pula kita katakan bahwa kuat medan listrik berbanding lurus dengan jumlah garis gaya yang menembus permukaan tersebut. Dan karena kuat medan listrik juga berbanding lurus dengan besar muatan. Jadi kita dapat simpulkan bahwa

Jumlah garis gaya yang menembus suatu permukaan berbanding lurus dengan muatan.

1.8 Hukum Gauss

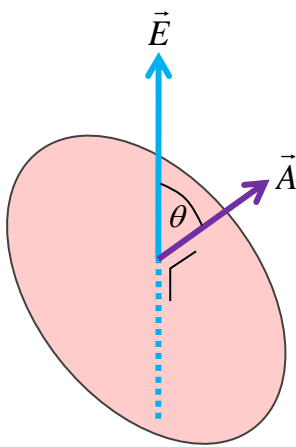
Di samping menerapkan langsung hukum Coulomb, terdapat cara lain untuk menghitung medan listrik. Salah satunya adalah hukum Gauss. Hukum Gauss merupakan metode yang sangat efektif untuk mencari kuat medan listrik di sekitar muatan kontinu pada benda yang memiliki simetri. Namun, perlu diingat bahwa hukum Gauss berlaku untuk semua jenis permukaan, baik simetri maupun tidak simetri. Namun, khusus untuk permukaan simetri maka penerapan hukum Gauss menghasilkan

Ban 1 Elektrostatika

persamaan medan listrik dalam bentuk yang mudah. Kita akan menerapkan hukum Gauss pada beberapa kasus. Namun, sebelum menerapkan hukum Gauss mari kita pelajari dulu beberapa definisi yang akan kita gunakan.

1.8.1 Fluks Listrik

Fluks listrik didefinisikan sebagai perkalian skalar (perkalian titik) antara vector kuat medan listrik dengan vector luar permukaan yang ditembus oleh medan tersebut. **Gambar 1.42** memperlihatkan medan yang menembus suatu permukaan.



Gambar 1.42 Definisi fluks listrik

Pada **Gambar 1.42** medan listrik \vec{E} menembus permukaan dengan vector luas permukaan \vec{A} . Perlu diingat bahwa arah vector luas permukaan tegak lurus dengan permukaan tersebut. Fluks listrik yang melewati permukaan memenuhi

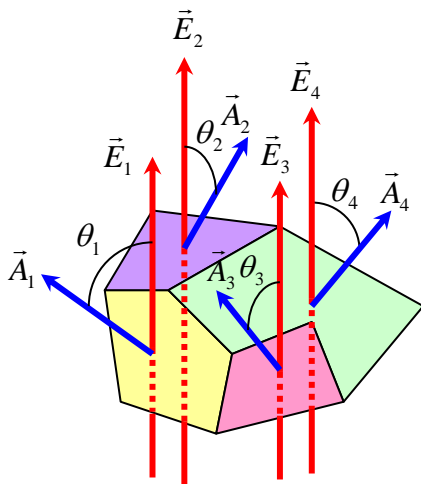
$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta \quad (1.45)$$

dengan

A adalah luas permukaan

θ sudut yang dibentuk oleh medan listrik dan vector luas permukaan.

Jika permukaan yang ditembus medan terdiri dari sejumlah segmen, maka fluks total sama dengan jumlah fluks pada masing-masing segmen. Contohnya, untuk **Gambar 1.43**, fluks total dapat ditulis sebagai



Gambar 1.43 Medan listrik menembus sejumlah segmen permukaan

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 \\
 &= \vec{E}_1 \cdot \vec{A}_1 + \vec{E}_2 \cdot \vec{A}_2 + \vec{E}_3 \cdot \vec{A}_3 + \vec{E}_4 \cdot \vec{A}_4 \\
 &= E_1 A_1 \cos \theta_1 + E_2 A_2 \cos \theta_2 + E_3 A_3 \cos \theta_3 + E_4 A_4 \cos \theta_4
 \end{aligned}$$

di mana E_i adalah medan yang memebus permukaan A_i . Jika jumlah segmen permukaan ada N buah, maka fluks total yang melewati seluruh permukaan dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \sum_{i=1}^N \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i \\
 &= \sum_{i=1}^N E_i A_i \cos \theta_i
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

Dalam kasus umum di mana permukaan yang dikenai medan listrik adalah permukaan sembarang dan kuat serta arah medan listrik juga sembarang maka fluks yang melewati permukaan ditentukan dengan integral sebagai berikut

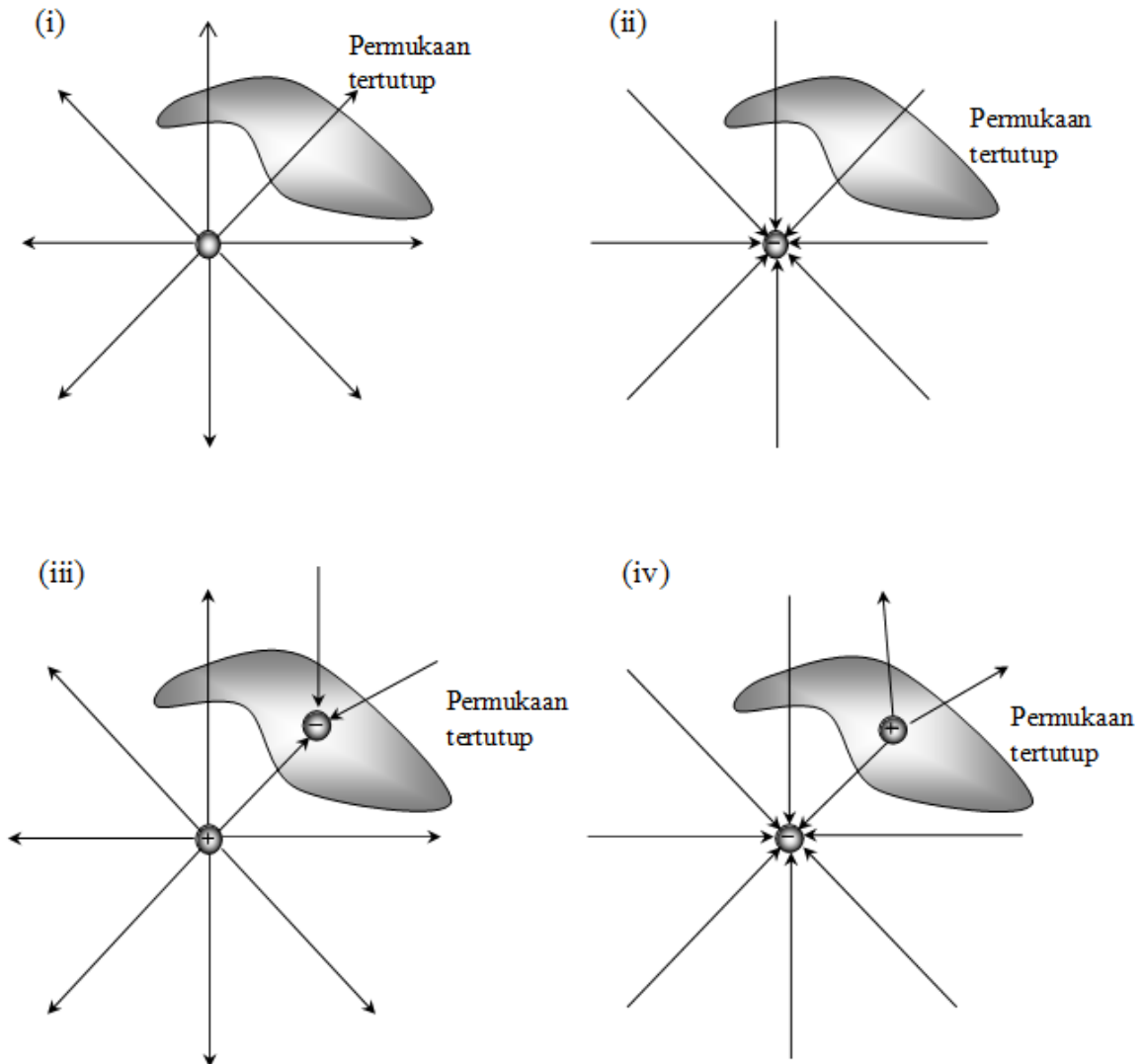
$$\Phi = \int E \cos \theta dA \tag{1.47}$$

1.8.2 Fluks Pada Permukaan Tertutup

Fluks ada karena adanya garis gaya. Garis gaya keluar dari muatan

Ban 1 Elektrostatika

positif. Lokasi ujung dari garis gaya ada dua kemungkinan, yaitu pada jarak tak berhingga dari muatan positif atau pada muatan negative. **Gambar 1.44** adalah ilustrasi sifat garis gaya tersebut. Ketika bertemu muatan negatif, maka garis yang dihasilkan muatan positif berakhir di muatan negatif.



Gambar 1.44 (i) muatan positif berada di luar permukaan tertutup, (ii) muatan negatif berada di luar permukaan tertutup, (iii) muatan positif di luar permukaan tertutup dan muatan negatif di dalam permukaan tertutup, (iv) muatan negatif di luar permukaan tertutup dan muatan positif di dalam permukaan tertutup.

Sekarang kita analisis sejumlah sifat fluks listrik yang melewati permukaan tertutup.

- i. Misalkan di sekitar sebuah muatan positif terdapat permukaan tertutup. Muatan tersebut berada di luar permukaan tertutup. Garis gaya yang dihasilkan oleh muatan tersebut yang masuk pada sisi depan permukaan

Ban 1 Elektostatika

pasti keluar di sisi belakang permukaan. Karena tidak ada muatan negatif di dalam permukaan yang berperan sebagai titik akhir dari garis gaya maka garis gaya hanya berakhir di jarak tak berhingga. Pada sisi depan permukaan, sudut yang dibentuk garis gaya dengan vector luas lebih besar daripada 90° sehingga fluks berharga negatif. Pada sisi belakang permukaan, sudut yang dibentuk garis gaya dengan vector luas lebih kecil daripada 90° sehingga fluks berharga positif. Kedua fluks tersebut sama besar sehingga fluks total pada permukaan tertutup nol (sama besar tetapi berlawanan tanda).

- ii. Jika muatan di luar permukaan adalah muatan negatif maka garis gaya akan masuk menuju permukaan tersebut. Garis gaya yang masuk di sisi belakang permukaan akan keluar di sisi depan permukaan. Kedua fluks tersebut juga sama besar dan berlawanan tanda sehingga fluks total pada permukaan tertutup nol.
- iii. Jika di luar permukaan ada muatan positif dan di dalam permukaan ada muatan negatif, maka ada sebagian garis gaya yang masuk di sisi depan permukaan tidak keluar di sisi belakang permukaan karena garis gaya tersebut berakhir di muatan negatif dalam permukaan. Akibatnya, fluks yang masuk permukaan tidak sama dengan fluks yang keluar permukaan. Justru, fluks yang masuk permukaan lebih besar daripada fluks yang keluar permukaan. Dengan demikian, fluks total untuk permukaan tertutup tersebut tidak nol.
- iv. Jika di luar permukaan ada muatan negatif dan di dalam permukaan ada muatan positif, maka ada tambahan garis gaya yang keluar pada permukaan namun tidak berasal dari garis gaya yang masuk di sisi lain. Garis gaya tersebut dihasilkan oleh muatan positif dalam permukaan. Akibatnya, fluks yang keluar permukaan tidak sama dengan fluks yang masuk permukaan. Justru, fluks yang keluar permukaan lebih besar daripada fluks yang masuk permukaan. Dengan demikian, fluks total untuk permukaan tertutup tersebut tidak nol.

1.8.3 Hukum Gauss

Hukum Gauss adalah hukum yang menghubungkan fluks total pada permukaan tertutup dengan jumlah muatan yang dikandung oleh permukaan tersebut. Hukum tersebut dirumuskan sebagai berikut

Fluks total yang melewati permukaan tertutup sebanding dengan muatan total yang dilingkupi permukaan tertutup tersebut.

Secara matematis, hokum Gauss dapat ditulis sebagai

$$\sum_{\text{permukaan-tertutup}} \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = \frac{\sum q_{\text{permukaan-tertutup}}}{\epsilon_0} \quad (1.48)$$

di mana

\vec{E}_i adalah kuat medan pada segmen permukaan ke-i,

\vec{A}_i adalah luas segmen permukaan ke-i,

$\sum_{\text{permukaan-tertutup}} q$ adalah jumlah muatan yang dilingkupi permukaan tertutup.

Untuk permukaan yang sembarang, hukum Gauss dapat diungkapkan dalam bentuk integral, yaitu

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} \quad (1.49)$$

Simbol \oint menyatakan bahwa integral dilakukan pada permukaan tertutup.

Berikut ini kita akan mempelajari beberapa aplikasi hukum Gauss untuk menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh benda dengan simetri tertentu.

1.9 Contoh Aplikasi Hukum Gauss

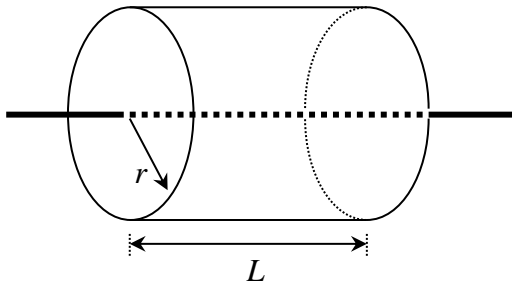
Berikutnya kita akan melihat sejumlah contoh aplikasi hokum Gauss untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan benda bermuatan. Hukum Gauss efektif digunakan untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan oleh benda dengans sebaran muatan bersigat simetri seperti simetri garis, simetri silinder, dan simetri bola.

1.9.1 Kawat Lurus Panjang

Sebuah kawat lurus panjang memiliki kerapatan muatan λ . Kita akan menentukan kuat medan listrik pada jarak sembarang dari kawat. Langkah yang harus kita lakukan adalah

Ban 1 Elektostatika

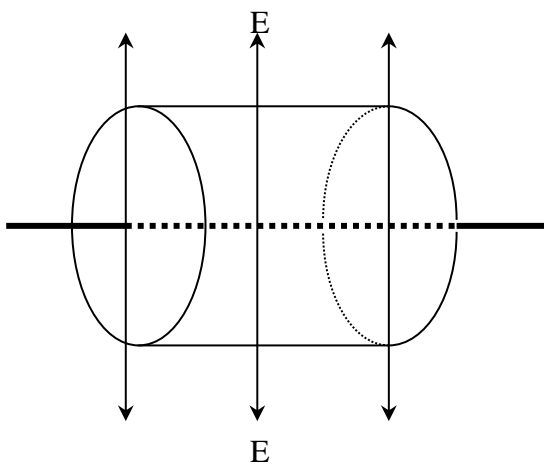
i) Langkah pertama adalah kita membuat permukaan Gauss. Jika kita ingin menentukan kuat medan pada jarak r dari kawat maka permukaan Gauss yang kita gunakan berupa silinder dengan jari-jari r seperti pada **Gambar 1.45**. Panjang silinder bisa bebas. Kita anggap panjangnya L .



Gambar 1.45 Permukaan Gauss untuk menentukan kuat medan listrik di sekitar kawat lurus panjang

Jadi, permukaan Gauss yang kita miliki berupa permukaan silinder yang terdiri atas selubung, alas, dan tutup. Alas dan tutup masing-masing berbentuk lingkaran.

ii) Langkah berikutnya adalah menentukan $\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i$. Karena sifat simetri dari kawat maka kita dapat menduga bahwa arah medan listrik pasti menembus selubung silinder tegak lurus. Berarti pula arah medan listrik menyinggung alas atau tutup silinder seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.46**.



Gambar 1.46 Arah medan listrik pada permukaan Gauss

Ban 1 Elektostatika

Penjumlahan $\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i$ dapat dinyatakan sebagai penjumlahan tiga bagian, yaitu

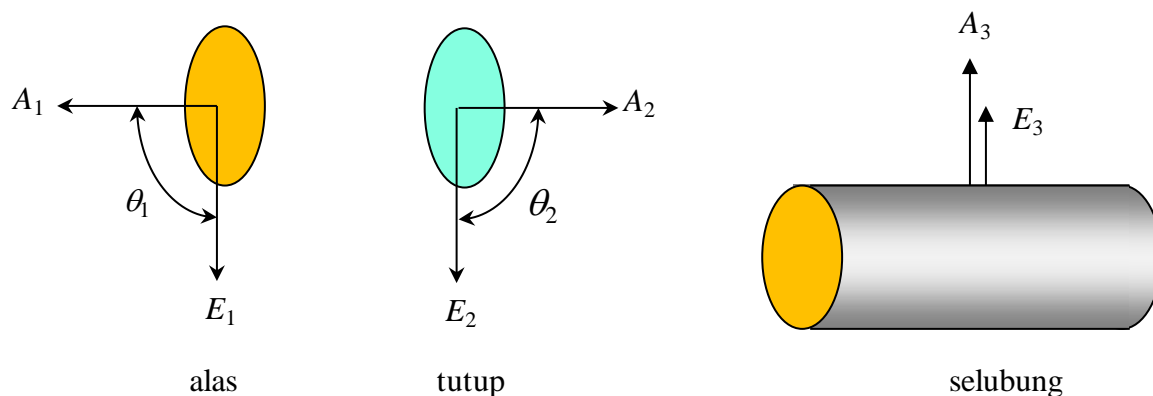
$$\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = \{\vec{E}_1 \cdot \vec{A}_1\}_{\text{alas}} + \{\vec{E}_2 \cdot \vec{A}_2\}_{\text{tutup}} + \{\vec{E}_3 \cdot \vec{A}_3\}_{\text{selubung}} \quad (1.50)$$

Mari kita hitung suku-suku dalam persamaan (1.50) satu per satu. Untuk lebih jelas, perhatikan **Gambar 1.47**.

Alas:

Arah medan listrik menyinggung alas. Karena arah vector luas permukaan tegak lurus bidang permukaan itu sendiri, maka arah medan listrik pada alas tegak lurus arah vector luas alas. Dengan demikian,

$$\theta_1 = 90^\circ \text{ dan } \vec{E}_1 \cdot \vec{A}_1 = E_1 A_1 \cos \theta_1 = E_1 A_1 \cos 90^\circ = E_1 A_1 \times 0 = 0$$



Gambar 1.47 Arah medan listrik pada alas, tutup, dan selubung silinder. Pada alas dan tutup silinder, arah medan listrik tegak lurus vector luas alas dan tutup. Pada selubung silinder, arah medan listrik searah dengan vector luas selubung.

Tutup:

Arah medan listrik menyinggung tutup. Karena arah luas permukaan tegak lurus bidang permukaan itu sendiri, maka arah medan listrik pada tutup tegak lurus arah vektor luas tutup. Dengan demikian,

$$\theta_2 = 90^\circ \text{ dan } \vec{E}_2 \cdot \vec{A}_2 = E_2 A_2 \cos \theta_2 = E_2 A_2 \cos 90^\circ = E_2 A_2 \times 0 = 0$$

Ban 1 Elektostatika

Selubung:

Arah medan listrik tegak lurus selubung. Berarti $\theta_3 = 0$. Dengan demikian

$$\vec{E}_3 \cdot \vec{A}_3 = E_3 A_3 \cos \theta_3 = E_3 A_3 \cos 0^\circ = E_3 A_3 \times 1 = E_3 A_3$$

Luas selubung adalah

$$\begin{aligned} A_3 &= (\text{keliling selubung}) \times (\text{panjang selubung}) \\ &= 2\pi r \times L \end{aligned}$$

Dengan demikian fluks listrik total adalah

$$\begin{aligned} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i &= 0 + 0 + E_3 \times 2\pi r L \\ &= 2\pi r L E_3 \end{aligned}$$

Sekarang kita menentukan muatan total yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut hanya ada berada pada bagian kawat sepanjang L . Dengan demikian

$$\sum q = \lambda L$$

Akhirnya dengan menggunakan persamaan (1.48) maka dapatkan

$$2\pi r L E_3 = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

atau

$$E_3 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

yang merupakan kuat medan listrik pada jarak r dari kawat. Perhatikan bahwa hasil ini persis sama dengan persamaan (1.32) yang kita cari dengan integral langsung (bukan dengan menggunakan hukum Gauss).

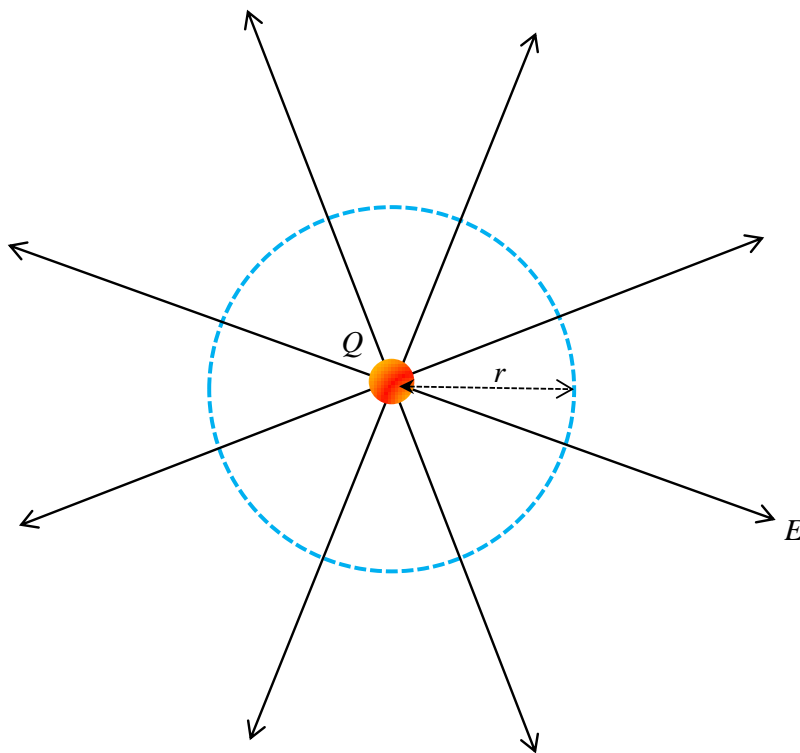
Jadi tampak di sini bahwa hukum Gauss lebih mudah digunakan untuk mencari kuat medan listrik di sekitar kawat panjang tak berhingga. Namun, perlu dipahami bahwa hukum Gauss sendiri telah diturunkan dari hukum Coulumb. Hukum Coulumb adalah hukum yang paling mendasar.

Ban 1 Elektrostatika

Hukum Gauss adalah reformulasi hukum Coulomb sehingga dapat digunakan lebih mudah pada kasus tertentu.

1.9.2 Muatan Titik

Selanjutnya kita terapkan hukum Gauss untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan muatan titik. Misalkan kita memiliki muatan titik Q dan kita ingin menentukan kuat medan listrik pada jarak r dari muatan tersebut. Langkah pertama adalah memilih permukaan Gauss sehingga besar medan listrik pada tiap titik di permukaan tersebut sama dan sudut yang dibentuk medan dan vector permukaan selalu sama. Untuk kasus muatan titik, hanya permukaan bola yang berpusat di muatan yang memenuhi syarat tersebut (**Gambar 1.48**). Jadi kita pilih permukaan Gauss berupa permukaan bola dengan jari-jari r dan berpusat di muatan.



Gambar 1.48 Permukaan Gauss yang dipilih untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan muatan titik adalah permukaan bola yang berpusat di muatan titik. Pada permukaan tersebut besar medan listrik konstan dan arahnya selalu sejajar vector luas permukaan.

Karena hanya ada satu permukaan maka

$$\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = EA \cos \theta$$

Arah medan di permukaan bola adalah radial. Arah vector permukaan juga radial. Jadi medan dan vector permukaan memiliki arah yang sama sehingga $\theta = 0$ atau $\cos \theta = 1$. Dengan demikian

$$\begin{aligned} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i &= EA \\ &= E \times (\text{luas permukaan bola}) \\ &= E \times (4\pi r^2) \end{aligned}$$

Jumlah total muatan yang dilingkupi permukaan Gauss adalah muatan titik itu sendiri. Jadi $\sum q = Q$. Substitusi ke dalam hukum Gauss diperoleh

$$E \times (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Hasil ini persis sama dengan apa yang diperoleh dengan menggunakan hukum Coulomb.

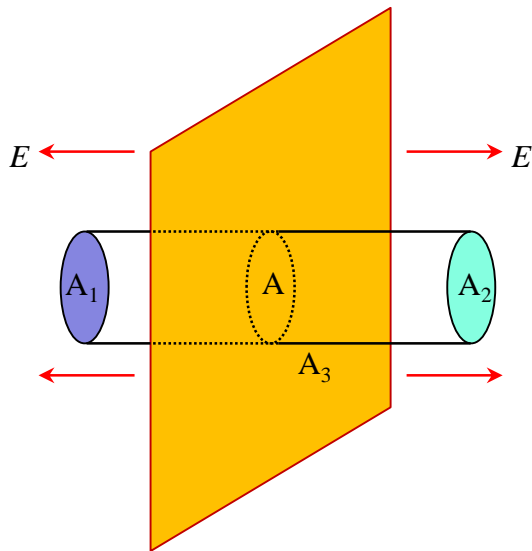
1.9.3 Pelat Tak Berhingga

Berikutnya kita akan menentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh pelat tak berhingga yang mengandung muatan dengan kerapatan konstan. Kita membahas pelat tak berhingga karena medan listrik yang keluar dari pelat selalu sejajar pada titik manapun. Karena setiap titik pada pelat tak berhingga sifatnya serupa. Sebaliknya, untuk pelat berhingga, medan listrik yang dihasilkan pelat tidak semuanya sejajar. Pada lokasi berdekatan dengan tepi pelat, medan listrik agak melengkung. Pada posisi di tengah-tengah pelat, medan listrik arahnya lurus. Dengan demikian, persoalan pelat berhingga menjadi sedikit rumit. Sedangkan persoalan pelat tak berhingga lebih sederhana.

Sekarang mari kita kembali ke persoalan pelat tak berhingga.

Ban 1 Elektrostatika

Misalkan muatan per satuan luas yang dimiliki pelat adalah σ . Kita buat permukaan Gauss yang berbentuk silinder seperti pada **Gambar 1.49**. Pelat memotong silinder tepat di tengah-tengahnya sehingga jarak alas dan tutup silinder ke pelat sama. Misalkan luas alas atau tutup silinder adalah $A_1 = A_2 = A$.



Gambar 1.49 Permukaan Gauss yang dipilih untuk menentukan medan listrik yang dihasilkan pelat tak berhingga. Salah satu permukaan yang memudahkan perhitungan adalah silinder.

Permukaan Gauss dapat dibagi atas tiga bagian: alas silinder, tutup silinder, dan selubung silinder. Fluks total yang melewati permukaan tersebut adalah

$$\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = \{E_1 A_1 \cos \theta_1\}_{\text{alas}} + \{E_2 A_2 \cos \theta_2\}_{\text{tutup}} + \{E_3 A_3 \cos \theta_3\}_{\text{selubung}}$$

Karena sifat simetri yang dimiliki pelat tak berhingga maka arah medan listrik yang dihasilkan akan tegak lurus pelat. Akibatnya, medan listrik menembus tutup dan alas silinder secara tegak lurus dan hanya menyinggung selubung silinder. Mari kita lihat satu per satu:

Alas silinder:

$$E_1 = E$$

$$A_1 = A$$

$\theta_1 = 0$ karena medan listrik menembus alas silinder secara tegak lurus

Ban 1 Elektrostatika

(vector medan dan vector luas alas sejajar). Dengan demikian,

$$E_1 A_1 \cos \theta_1 = EA \cos 0^\circ = EA$$

Tutup silinder:

$$E_2 = E$$

$$A_2 = A$$

$\theta_2 = 0$ karena medan listrik menembus tutup silinder secara tegak lurus (vector medan dan vector luas tutup sejajar). Dengan demikian,

$$E_2 A_2 \cos \theta_2 = EA \cos 0^\circ = EA$$

Selubung silinder:

$$E_3 = E$$

$\theta_3 = 90^\circ$ karena medan listrik menyinggung selubung silinder (vector medan dan vector luas selubung silinder saling tegak lurus). Dengan demikian,

$$E_3 A_3 \cos \theta_3 = E_3 A_3 \cos 90^\circ = 0.$$

Akhirnya kita peroleh fluks total yang melewati permukaan Gauss adalah

$$\begin{aligned} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i &= EA + EA + 0 \\ &= 2EA \end{aligned}$$

Selanjutnya kita hitung jumlah muatan yang dikandung permukaan Gauss. Muatan tersebut hanya berlokasi pada bagian pelat yang berurusan dengan silinder, yaitu bagian pelat seluas A. Jumlah muatan adalah

$$\sum q = \sigma A$$

Substitusi hasil di atas ke dalam hukum Gauss maka diperoleh

$$\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

atau

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \tag{1.51}$$

Tampak bahwa kuat medan listrik yang dihasilkan pelat selalu sama berapa pun jaraknya dari pelat. Ini adalah akibat ukuran pelat yang tak berhingga. Jika ukuran pelat berhingga maka makin jauh dari pelat, medan listrik makin lemah.

1.9.4 Dua Pelat Sejajar

Selanjutnya kita akan tentukan kuat medan listrik yang dihasilkan oleh dua pelat sejajar yang sangat luas (dapat dianggap tak berhingga). Susunan pelat semacam ini dijumpai pada kapasitor. Dengan demikian, pemahaman kita tentang medan yang dihasilkan pelat sejajar akan menolong kita memahami kerja kapasitor.

Prinsip yang kita gunakan adalah prinsip superposisi medan listrik. Medan total di suatu titik merupakan penjumlahan kuat medan yang dihasilkan oleh masing-masing pelat. Misalkan kita memiliki pelat yang memiliki kerapatan muatan σ_1 dan σ_2 . Masing-masing pelat menghasilkan medan listrik yang konstan ke segala arah yang besarnya

$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$$

Kuat medan listrik di mana-mana memenuhi

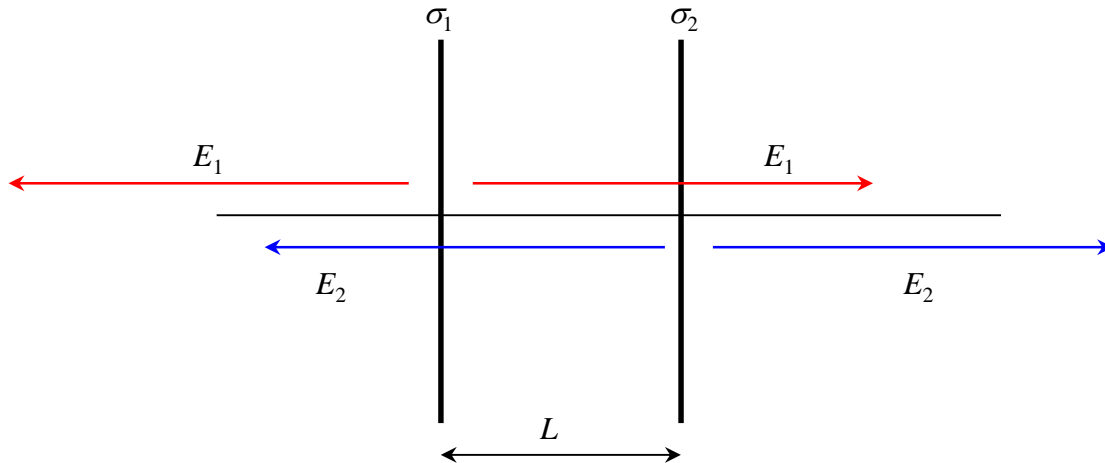
$$E = E_1 + E_2$$

Pada penjumlahan tersebut kalian harus memperhatikan arah.

Sebagai contoh, misalkan suatu pelat tak berhingga yang ditempatkan pada pusat koordinat memiliki kerapatan muatan σ_1 . Pelat lain yang sejajar dengan pelat pertama diletakkan pada koordinat $x = L$ memiliki

Ban 1 Elektostatika

kerapatan muatan σ_1 . Kita asumsikan bahwa $\sigma_1 > 0$ dan $\sigma_2 > 0$ (muatan dua pelat sama-sama positif) dan misalkan pula $\sigma_1 < \sigma_2$ (diilustrasikan pada **Gambar 1.50**). Kita akan menentukan kuat medan listrik total di mana-mana.



Gambar 1.50 Menentukan kuat medan di sekitar dua pelat sejajar.

Kita membagi daerah tinjauan atas tiga: di sebelah kiri pelat pertama, di antara dua pelat, dan di sebelah kanan pelat kedua.

Di sebelah kiri pelat pertama

Pelat kiri menghasilkan medan $E_1 = \sigma_1 / 2\epsilon_0$ ke arah kiri

Pelat kanan menghasilkan medan $E_2 = \sigma_2 / 2\epsilon_0$ juga ke arah kiri

Dengan demikian medan total di sebelah kiri pelat pertama adalah

$$E = E_1 + E_2$$
$$= \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0}, \text{ arah ke kiri}$$

Di antara dua pelat

Pelat kiri menghasilkan medan $E_1 = \sigma_1 / 2\epsilon_0$ ke arah kanan

Pelat kanan menghasilkan medan $E_2 = \sigma_2 / 2\epsilon_0$ ke arah kiri

Karena medan yang dihasilkan pelat kanan lebih kuat, maka medan total antara dua pelat adalah

Ban 1 Elektostatika

$$E = E_2 + E_1 = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2\epsilon_0}, \text{ ke arah kiri}$$

Di sebelah kanan pelat kanan

Pelat kiri menghasilkan medan $E_1 = \sigma_1 / 2\epsilon_0$ ke arah kanan

Pelat kanan menghasilkan medan $E_2 = \sigma_2 / 2\epsilon_0$ juga ke arah kanan

Dengan demikian medan total di sebelah kiri pelat pertama adalah

$$E = E_1 + E_2$$

$$= \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\epsilon_0}, \text{ arah ke kanan}$$

Kasus menarik diamati jika kedua pelat memiliki kerapatan muatan yang sama namun berbeda tanda. Di sebelah kiri pelat kiri medan yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah, sehingga medan total nol. Di sebelah kanan pelat kanan, medan yang dihasilkan dua pelat sama besar tetapi berlawanan arah juga sehingga medan total nol. Di antara dua pelat, medan yang dihasilkan masing-masing pelat sama besar dan searah sehingga medan total yang dihasilkan menjadi dua kali medan yang dihasilkan salah satu pelat, yaitu

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \tag{1.52}$$

Medan sebesar inilah yang terbentuk antara dua pelat kapasitor. Pada kapasitor, dua pelat selalu memiliki muatan sama besar tetapi berbeda tanda.

1.9.5 Bola isolator homogen

Selanjutnya mari kita hitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola isolator yang mengandung muatan yang tersebar secara homogen. Misalkan muatan total bola adalah Q dan jari-jari bola R . Volume bola adalah

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

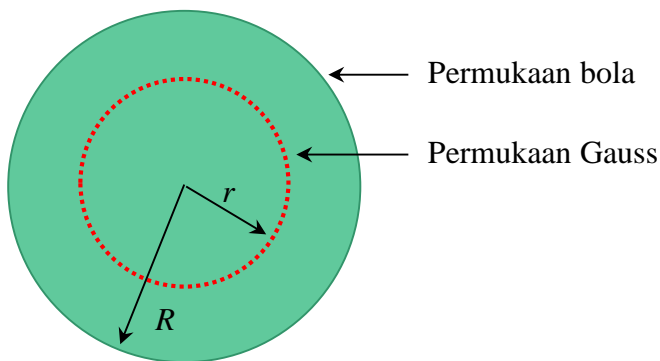
Kerapatan muatan bola adalah

Ban 1 Elektostatika

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Kebergantungan kuat medan listrik terhadap jarak dari pusat bola berbeda untuk lokasi di dalam dan di luar bola.

Pertama, mari kita hitung medan listrik di dalam bola. Kita buat permukaan Gauss di dalam bola. Jari-jari permukaan Gauss dari pusat bola adalah r yang memenuhi $r < R$ (**Gambar 1.51**)



Gambar 1.51 Menentukan medan listrik di dalam bola isolator homogeny. Permukaan Gauss ada di dalam bola yang berupa bola dengan jari-jari r .

Permukaan Gauss di sini hanya satu, yaitu permukaan bola dengan jari-jari r . Dengan demikian,

$$\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i = EA \cos \theta$$

Kita mudah menduga bahwa arah medan listrik tegak lurus permukaan Gauss atau sejajar dengan vector luas. Dengan demikian, $\theta = 0$ dan $\cos \theta = 1$. Luas permukaan Gauss sama dengan luas permukaan bola dengan jari-jari r , yaitu $A = 4\pi r^2$. Jadi kita peroleh fluks total sebagai

$$\begin{aligned} \sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i &= E(4\pi r^2) \times 1 \\ &= 4\pi r^2 E \end{aligned}$$

Selanjutnya kita hitung jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss. Muatan tersebut adalah muatan yang hanya berada dalam bola

Ban 1 Elektostatika

berjari-jari r . Muatan yang berada di luar bola Gauss, yaitu antara r sampai R tidak memberi kontribusi pada medan listrik pada jarak r . Volume bola Gauss adalah

$$V' = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Dengan demikian, muatan yang dilingkupi bola Gauss adalah

$$\begin{aligned} \sum q &= \rho V' \\ &= \frac{Q}{\frac{4}{3} \pi R^3} \times \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= Q \frac{r^3}{R^3} \end{aligned}$$

Akhirnya dengan hukum Gauss maka

$$4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} Q \frac{r^3}{R^3}$$

atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r \tag{1.53}$$

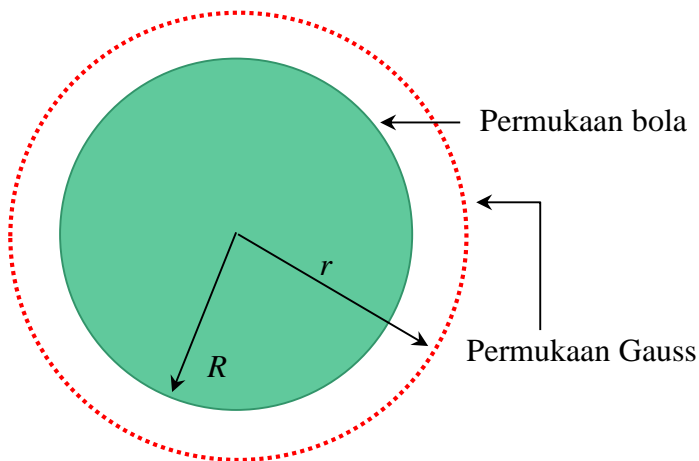
Tampak dari persamaan (1.53) bahwa medan listrik di dalam bola isolator homogen naik secara linier terhadap rari pusat bola. Pada pusat bola medan listrik nol. Pada permukaan bola, $r = R$, medan listrik besarnya

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$

Selanjutnya mari kita hitung kuat medan listrik di luar bola. Kita buat permukaan Gauss dengan jari-jari $r > R$ seperti pada **Gambar 1.52**. Permukaan Gauss adalah permukaan bola dengan luas $A = 4\pi r^2$. Juga arah medan menembus permukaan secara tegak lurus (sejajar vector luas) sehingga $\theta = 0^\circ$, dan

Ban 1 Elektrostatika

$$\begin{aligned}\sum \vec{E}_i \cdot \vec{A}_i &= EA \cos 0^\circ \\ &= E(4\pi r^2) \times 1 \\ &= 4\pi r^2 E\end{aligned}$$



Gambar 1.52 Menentukan medan listrik di luar bola isolator homogeny. Permukaan Gauss berupa bola dengan jari-jari $r > R$.

Jumlah muatan yang dilingkupi permukaan Gauss adalah seluruh muatan bola, karena seluruh bagian bola ada di dalam permukaan Gauss. Dengan demikian,

$$\sum q = Q$$

Dengan menggunakan hukum Gauss maka

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

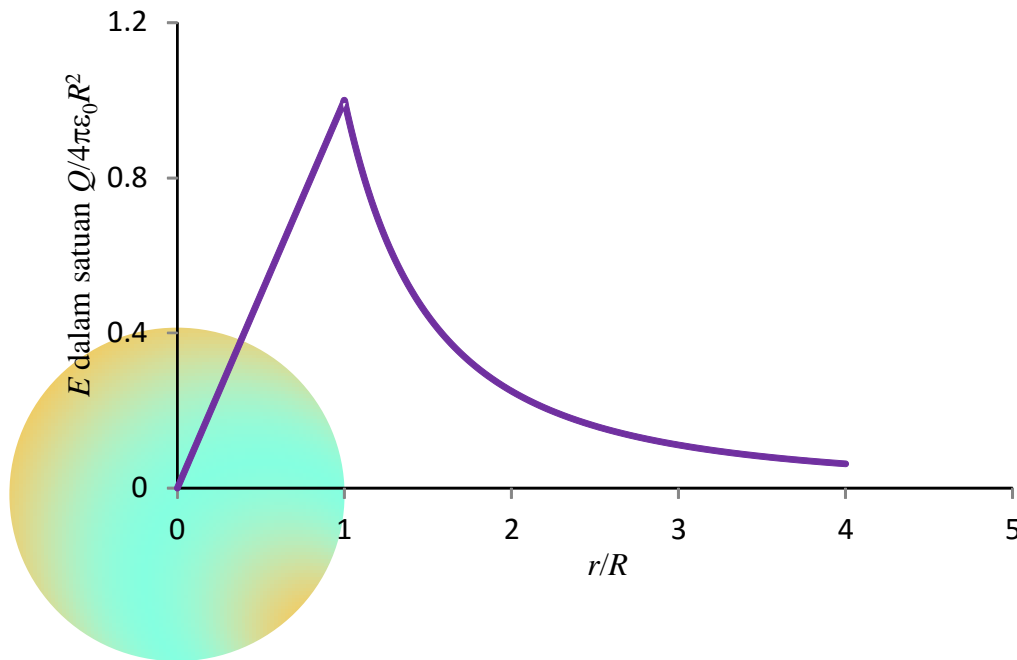
atau

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \tag{1.54}$$

Terlihat dari persamaan (1.54) bahwa medan listrik di luar bola isolator homogeny berbanding terbalik dengan jarak dari pusat bola. Dengan

Ban 1 Elektostatika

demikian, pada jarak yang lebih besar dari jari-jari, bola isolator homogen berperilaku seolah-olah sebagai muatan titik. Perubahan ini persis sama perubahan percepatan gravitasi bumi di dalam dan di luar benda berbentuk bola yang memiliki massa jenis yang homogeny. **Gambar 1.53** adalah kurva medan listrik yang dihasilkan bola isolator dengan muatan tersebar homogeny.



Gambar 1.53 Kurva kuat medan listrik yang dihasilkan bola isolator yang mengandung muatan yang tersebar secara homogeny. Sumbu datar dinyatakan dalam variable r/R . Medan listrik maksimum terjadi pada $r/R = 1$ atau di permukaan bola.

1.9.6 Bola Konduktor

Konduktor adalah bahan yang sangat mudah mengantarkan arus listrik. Penyebabnya adalah karena konduktor mengandung muatan listrik yang mudah bergerak. Jika dalam konduktor muncul medan listrik maka elektron-elektron dalam konduktor akan mengalir dan timbullah arus listrik. Betapa pun kecilnya medan listrik dalam konduktor, maka elektron akan mengalir dan menghasilkan arus. Dengan sifat ini maka, **dalam keadaan seimbang** di mana tidak ada arus yang mengalir dalam konduktor maka **medan listrik dalam konduktor selalu nol**. Sebab, jika medan listrik tidak nol maka akan muncul arus, yang bertentangan dengan kondisi seimbang.

Jika pada konduktor diberi muatan listrik, maka muatan tersebut

Ban 1 Elektrostatika

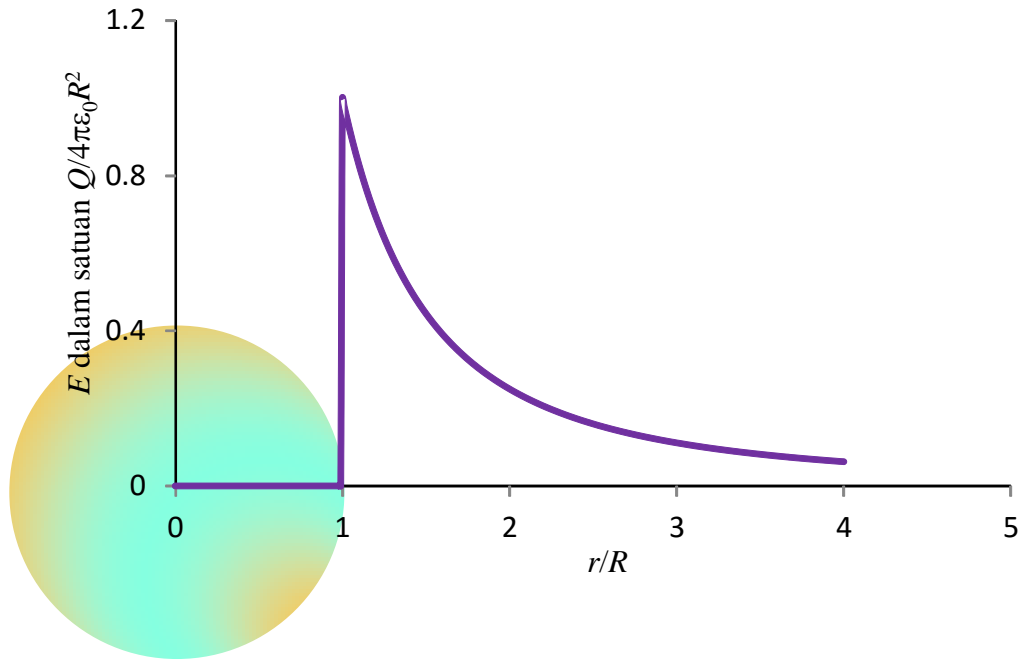
akan tolak-menolak karena saling melakukan gaya. Karena muatan mudah sekali bergerak dalam konduktor maka tolak-menolak tersebut menyebabkan muatan bergerak saling menjauhi sampai tidak bisa bergerak lebih jauh lagi. Ini hanya dapat terjadi jika muatan-muatan tersebut menempati permukaan konduktor. Jadi, dalam keadaan seimbang **muatan yang dimiliki konduktor selalu menempati permukaan konduktor.**

Dalam keadaan seimbang, medan listrik yang dihasilkan konduktor selalu tegak lurus permukaan konduktor. Sebab, jika tidak tegak lurus permukaan konduktor maka medan listrik tersebut akan memiliki komponen yang menyinggung permukaan dan yang tegak lurus permukaan. Komponen medan yang menyinggung permukaan akan menghasilkan gaya pada muatan sehingga bergerak sepanjang permukaan. Akibatnya muncul arus permukaan. Dan ini bertentangan dengan kondisi seimbang.

Dengan sifat-sifat ini maka kita dapat dengan mudah menghitung medan listrik yang dihasilkan oleh bola konduktor yang diberi muatan Q . Misalkan jari-jari bola adalah R . Di dalam bola, yaitu pada $r < R$, medan listrik nol karena daerah tersebut merupakan konduktor. Kita hanya perlu menerapkan hukum Gauss saat menghitung medan di luar bola. Dan perhitungannya sama dengan saat menghitung medan listrik yang dihasilkan bola isolator. Kita akan dapatkan, medan listrik di luar bola adalah

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Tampak di sini bahwa medan listrik di luar bola konduktor berubah seperti medan listrik di luar bola isolator homogen dan sama dengan medan listrik yang dihasilkan benda titik. **Gambar 1.54** adalah kurva medan listrik di luar bola konduktor sebagai fungsi jarak dari pusat bola.



Gambar 1.54 Kuat medan listrik yang dihasilkan oleh bola konduktor. Di dalam konduktor medan listrik nol. Di luar konduktor medan listrik berubah seperti medan yang dihasilkan oleh muatan titik.

1.10 Beberapa Fenomena Khusus

Pada bagian akhir bab ini kita akan pelajari sejumlah fenomena yang terkait dengan muatan listrik, medan listrik, dan gaya antar muatan listrik.

1.10.1 Persamaan gas Tidak Ideal

Kita sudah mempelajari teori kinetic gas ideal pada semester 1. Persamaan umum untuk gas ideal adalah

$$P = \frac{nRT}{V}$$

Persamaan ini diturunkan dengan asumsi bahwa volume total semua molekul gas dianggap nol dan tidak ada gaya antar molekul gas. Namun, jika volume total semua molekul gas tidak dapat diabaikan maka persamaan tersebut perlu edikit dikoreksi. Misalkan volume total satu mol molekul gas adalah v_0 maka jika terdapat n mol gas, volume total semua molekul gas menjadi nv_0 . Jika volume total ruang yang ditempati gas adalah V maka volume ruang kosong saja hanyalah $V - nv_0$ dan persamaan gas ideal dikoreksi menjadi

Ban 1 Elektrostatika

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} \quad (1.55)$$

Jika ada gaya antar molekul gas maka persamaan tersebut perlu dikoreksi lebih lanjut. Misalkan molekul gas berupa momem-momen dipol. Andaikan dua momen dipol sejajar maka gaya total antara dua momen dipol adalah nol. Namun, jika dua momen dipole dalam posisi tegak lurus maka gaya antar momen dipol diberikan oleh persamaan (1.29), yaitu

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p^2}{h^4}$$

Dalam kondisi setimbang maka orientasi akan cenderung saling Tarik-menarik. Muatan yang berhadapan adalah muatan yang berbeda tanda. Besar gaya Tarik lebih besar daripada gaya tolak. Karena orientasi momen dipole sebenarnya bisa berbeda-beda maka nilai gaya sebenarnya selalu berubah-ubah. Namun yang pasti besarnya gaya berbanding terbalik dengan pangkat empat jarak antar momen dipol. Karena yang berperan sebagai momen dipol di sini adalah molekul gas maka kita simpulkan bahwa gaya antar molekul gas yang berupa momen dipol berbanding terbalik dengan jarak antar molekul gas.

Karena jarak rata-rata molekul gas adalah h maka dapat kita katakana sebuah molekul gas berada dalam kubus dengan sisi h (**Gambar 1.54**). Dengan demikian, volum yang ditempati satu molekul gas adalah h^3 . Jika terdapat N molekul gas maka volum total gas adalah $V = Nh^3$ yang menghasilkan

$$h^3 = \frac{V}{N}$$

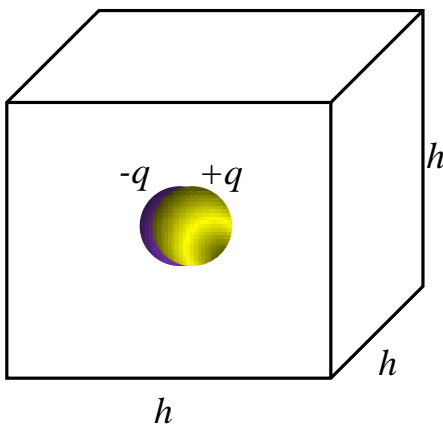
Dengan adanya gaya yang bersifat tarikan tersebut maka ketika molekul tersebut bergerak menebus wadah maka ada gaya dalam arah terbalik (menarik kembali). Gaya tersebut menurunkan tekanan yang dialami gas yang sebanding dengan besarnya gaya tarik, atau

$$\Delta P \propto F$$

Ban 1 Elektostatika

$$\begin{aligned}
 &= \kappa \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p^2}{h^4} \\
 &= \kappa \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3p^2}{(h^3)^{4/3}} \\
 &= \frac{\kappa}{4\pi\epsilon_0} \frac{3N^2 p^2}{V^{4/3}}
 \end{aligned} \tag{1.56}$$

di mana κ adalah konstanta pembanding. Akibatnya adanya tekanan ini maka tekanan total gas lebih kecil dibandingkan tekanan gas ideal.



Gambar 1.54 Satu molekul gas menempati kubis dengan sisi h . Panjang sisi h sama dengan jarak rata-rata antar molekul gas.

Dengan melakukan koreksi tekanan tersebut maka persamaan (1.55) berubah menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} - \frac{\kappa}{4\pi\epsilon_0} \frac{3N^2 p^2}{V^{4/3}} \tag{1.57}$$

Dengan mendefinisikan

$$b = \frac{3\kappa N_A^2 p^2}{4\pi\epsilon_0}$$

Ban 1 Elektrostatika

dengan N_A adalah bilangan Avogadro maka kita dapat menulis persamaan (1.57) menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} - \frac{(N/N_A)^2 b}{V^{4/3}} \quad (1.58)$$

Tetapi, $N/N_A = n$ sehingga persamaan (1.58) dapat ditulis kembali menjadi

$$P = \frac{nRT}{V - nv_0} - \frac{n^2 b}{V^{4/3}}$$

atau

$$\left(P + \frac{n^2 b}{V^{4/3}} \right) (V - nv_0) = nRT \quad (1.59)$$

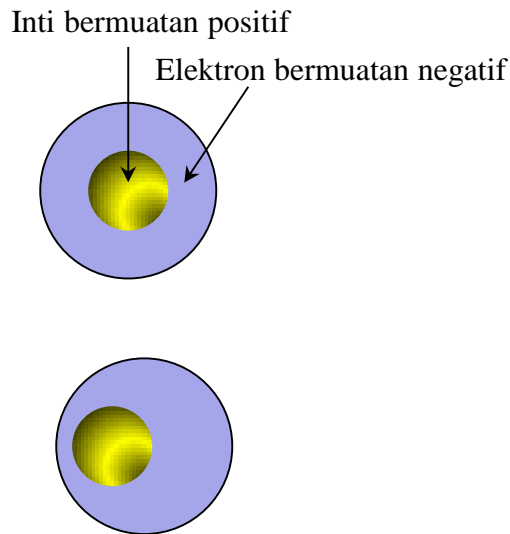
Persamaan ini sangat serupa dengan persamaan van der Waals yang sangat terkenal. Perbedaan hanya terletak pada bentuk fungsi volum pada suku pertama. Persamaan van der Waals berbentuk

$$\left(P + \frac{n^2 b}{V^2} \right) (V - nv_0) = nRT \quad (1.60)$$

Apa penyebab munculnya persamaan van der Waals. Persamaan van der Waals diterapkan untuk gas netral. Jadi secara makroskopik tidak ada momen dipol yang dibentuk oleh molekul gas. Kalau diamati secara mikroskopik maka kondisi bisa berbeda. Perhatikan molekul gas netral pada **Gambar 1.56**. Secara makroskopik pusat muatan positif dan muatan negative berimpit sehingga secara makroskopik momen dipol molekul gas nol.

Namun, karena inti maupun elektron selalu bergetar/bergerak maka bisa terjadi pusat muatan positif dan pusat muatan negative bergeser walaupun sesaat. Pergeseran tersebut menyebabkan terbentuknya momen dipol sesaat. Karena jumlah molekul dalam gas sangat banyak maka pada saat tertentu akan banyak sekali momen dipol yang terbentuk. Pada saat lainnya, molekul lain yang membentuk momen dipole dan melakukan gaya tarik-marik. Begitu seterusnya sehingga, kalau diamati terus menerus maka akan selalu ada momen dipol yang terbentuk sehingga selalu ada gaya tarik antar molekul gas yang netral tersebut. Munculnya momen dipol yang sesaat tersebut dinamakan fluktuasi.

Ban 1 Elektrostatika



Terjadi pergeseran sesaat dua muatan

Gambar 1.56 Molekul gas netral. Pergeseran muatan hanya terjadi sesaat. Dengan demikian momen dipola yang dihasilkan juga sesaat.

Momen dipol yang muncul akibat fluktuasi berbeda dengan momen dipol yang sudah tetap seperti yang baru saja kita bahas. Gaya antara momen dipol yang muncul akibat fluktuasi lebih kecil daripada antara momen dipol yang tetap karena munculnya momen dipol tidak terus menerus. Gaya antara momen dipol akibat fluktuasi berbanding terbalik dengan pangkat enam jarak antar momen dipol sehingga penurunan tekanan yang dihasilkan pada gas memenuhi

$$\Delta P \propto \frac{1}{h^6}$$

atau

$$\Delta P \propto \frac{1}{V^2}$$

Dengan sifat ini maka dihasilkan persamaan van der Waals. Jadi kita simpulkan bahwa persamaan van der Waals diturunkan dengan asumsi bahwa volume semua molekul gas tidak nol dan ada fluktuasi momen dipol pada molekul atau atom gas.

1.10.2 Gaya tarik pada benda netral

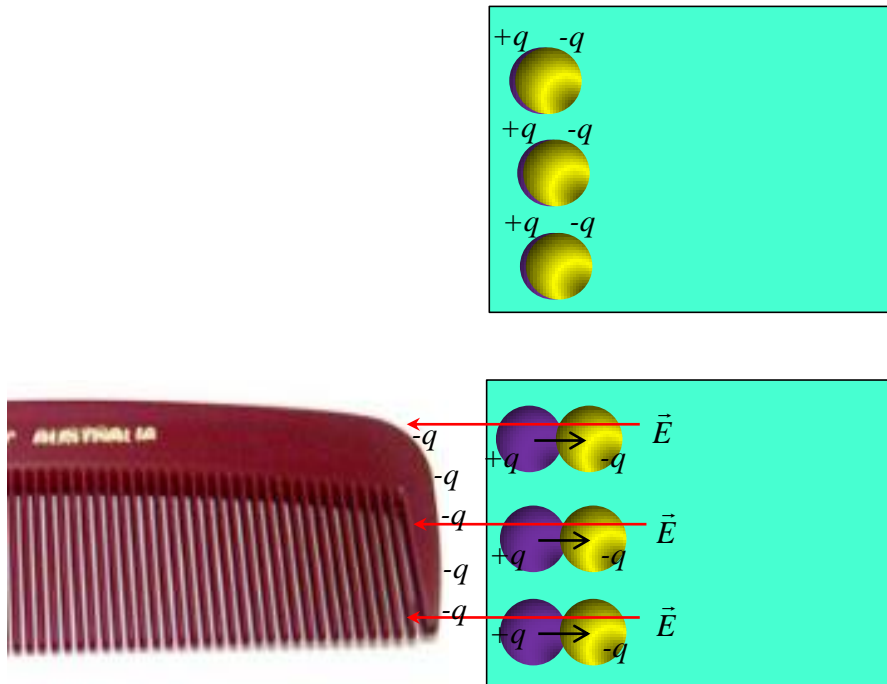
Mungkin kalian pernah melakukan percobaan dengan menggosokkan penggaris plastik ke rambut kering lalu mendekatkan ke potongan-potongan kecil kertas (**Gambar 1.57**). Tampak potongan kertas ditarik oleh penggaris, padahal potongan kertas netral. Mengapa benda netral dapat ditarik oleh benda lain? Bukankah gaya listrik terjadi antara benda yang bermuatan listrik? Mengapa pula kertas hanya ditarik oleh penggaris dan tidak pernah didorong. Mengapa pula saat potongan kertas menempel di plastik, potongan kertas lainnya menempel di kertas sehingga terjadi gelantungan beberapa potong kertas?



Gambar 1.57 Potongan kertas ditarik oleh sisir yang baru saja digosokkan pada rambut kering.

Mari kita bahas. Ketika sisir digosokkan ke rambut kering maka sisir menjadi bermuatan listrik. Saat penggosokan maka electron dari rambut berpindah ke sisir sehingga sisir bermuatan negatif. Karena bermuatan listrik maka sisir menghasilkan medan listrik di sekitarnya. Potongan kertas dibentuk oleh atom-atom di mana tiap atom disusun oleh inti yang bermuatan positif dan electron yang bermuatan negatif. Saat sisir yang telah menghasilkan medan listrik didekatkan ke potongan kertas maka muatan positif dan negative pada potongan kertas mendapatkan gaya listrik dalam arah berlawanan (**Gambar 1.58**)

Karena terjadi pergeseran muatan maka, muatan yang lebih dekat ke sisir (muatan positif) ditarik lebih kuat. Muatan yang lebih jauh dari penggaris ditolak lebih lemah. Akibatnya, secara total kertas mengalami gaya tarik oleh sisir. Kertas akhirnya bergerak dan menempel di sisir.



Gambar 1.58 (atas) Atom-atom disusun oleh muatan positif dan negative yang berimpit. (bawah) Saat sisir bermuatan didekatkan ke potongan kertas maka muatan positif pada kertas sedikit tertarik ke arah sisir dan muatan negative sedikit ditolak menjauhi sisir. Akibatnya muatan positif kertas lebih dekat ke sisir dan muatan negative kertas lebih jauh dari sisir. Gaya tarik antara sisir dengan muatan positif pada kertas lebih besar daripada gaya tolak antara sisir dengan muatan negative kertas. Akibatnya, secara netto kertas mendapat gaya tarik dari sisir.

1.10.3 Mengapa Ujung Penangkal Petir Runcing?

Sesuai dengan namanya, penangkal petir berfungsi untuk menghindari terjadinya petir di sekitar lokasi. Petir terjadi ketika ada kumpulan muatan positif dan negative yang cukup besar dan berlokasi cukup dekat. Jika gaya tarik antar kumpulan muatan tersebut sangat kuat maka dapat terjadi aliran dari satu kumpulan ke kumpulan lainnya (ingat gaya tarik Coulomb sebanding dengan perkalian muatan dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak). Aliran tersebut menghasilkan kilat yang kita namakan petir. Aliran muatan dapat terjadi dari awan ke awan, atau dari awan ke tanah.

Untuk menghindari terjadi petir di suatu lokasi, misalnya di sekitar suatu bangunan maka dipasang penangkal petir pada bangunan tersebut. Penangkal petir dibuat dari bahan konduktor, satu ujung menjulang di atas bangunan dan ujung lainnya ditanam di dalam tanah. Guna penangkal petir adalah untuk menetralkan muatan yang ada di udara sekitar bangunan.

Ban 1 Elektrostatika

Jika terbentuk muatan di sekitar ujung penangkal petir maka muatan tersebut akan dialirkan ke tanah oleh kabel penangkal petir sehingga udara di sekitar penangkal petir selalu netral. Dengan demikian, tidak akan terjadi penumpukan muatan di sekitar penangkal petir yang berimplikasi tidak akan terjadi petir di sekitar lokasi tersebut. Bagaimana proses detailnya?

Ketika terjadi penumpukan muatan di sekitar penangkal petir, misalnya muatan positif, maka electron dari tanah ditarik melalui kabel penangkal petir dan menumpuk di ujung penangkal petir. Ujung penangkal petir menjadi bermuatan negative. Akibatnya terjadi tarikan antara electron pada ujung penangkal petir dengan muatan positif di udara sekitarnya sehingga terjadi netralisasi. Netralisasi tersebut berupa penyatuan dua jenis muatan tersebut. Pada proses penyatuan tersebut sering diamati kitalan di ujung penangkal petir, seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.59**.

Penarikan muatan dari udara oleh muatan di penangkal petir akan sangat efektif jika gaya yang dihasilkan sangat besar. Kita ketahuin bahwa gaya tarik listrik memenuhi $F = QE$, atau gaya sebanding dengan kuat medan listrik. Dengan demikian, untuk memperbesar tarikan muatan listrik maka kita dapat melakukannya dengan memperbesar medan listrik yang dihasilkan di sekitar ujung penangkal petir. Penangkal petir terbuat dari bahan logam dan sifat medan listrik dalam kondisi statis adalah selalu tegak lurus permukaan logam. Dengan sifat ini maka kita dengan mudah menunjukkan bahwa ujung logam yang runcing menghasilkan garis gaya listrik yang sangat rapat (karena tuntutan garis gaya tegak lurus permukaan). Kerapatan garis gaya berbanding lurus dengan kuat medan listrik. Dengan demikian, ujung logam yang runcing menghasilkan medan listrik yang sangat besar.

Sebagai contoh, ujung logam yang berbentuk kerucut seperti diilustrasikan pada **Gambar 1.60** menghasilkan medan listrik yang memenuhi

$$E = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\ln \frac{r}{R} \right) \left(1 - \cos \frac{\beta}{2} \right) \quad (1.61)$$

dengan

R adalah diameter dasar kerucut

r adalah diameter bagian kerucut tempat medan diamatati

β adalah sudut ujung kerucut

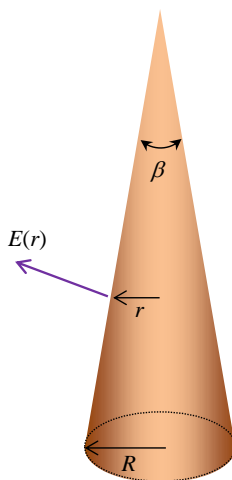
Tampak di sini bahwa di sekitar ujung penangkal petir $r \rightarrow 0$ sehingga $\ln(r/R)$

Ban 1 Elektostatika

$\rightarrow \infty$ yang berakibat $E \rightarrow \infty$.



Gambar 1.59 Kilatan di ujung penangkal petir akibat penyatuan muatan dari udara sekitar penangkal petir dengan muatan di ujung penangkal petir di puncak CT Tower, Canada (www.pinterest.com).



Gambar 1.60 Contoh logam bentuk kerucut dan arah medan listrik yang dihasilkan.

1.10.4 Field Emission Display

Sudah kita bahas di tentang penangkap petir yang memiliki ujung runcing. Ujung yang runcing memperbesar medan listrik sehingga memudahkan penetralan muatan di sekitar ujung pemancar. Penetralan dapat berupa penarikan elektron dari lokasi di sekitar ujung pemancar dan dialirkan ke tanah, atau pelepasan elektron dari penangkal petir menuju muatan positif yang berkumpul di sekitar lokasi penangkal petir. Dengan kata lain, ujung yang runcing menyebabkan elektron mudah masuk atau lepas dari permukaan logam.

Mungkin ide ini yang melatar belakangi pengembangan *field emission display* (FED) sebagai pengganti *cathode ray tube* (CRT). Prinsip kerja dua display tersebut mirip. Berkas elektron ditembakkan ke bahan berpendar (fosfor) yang dilapisi pada layar kaca. Akibatnya fosfor memancarkan cahaya luminisens dan layar berpendar. **Gambar 1.61** adalah bentuk fisik CRT dan FED.



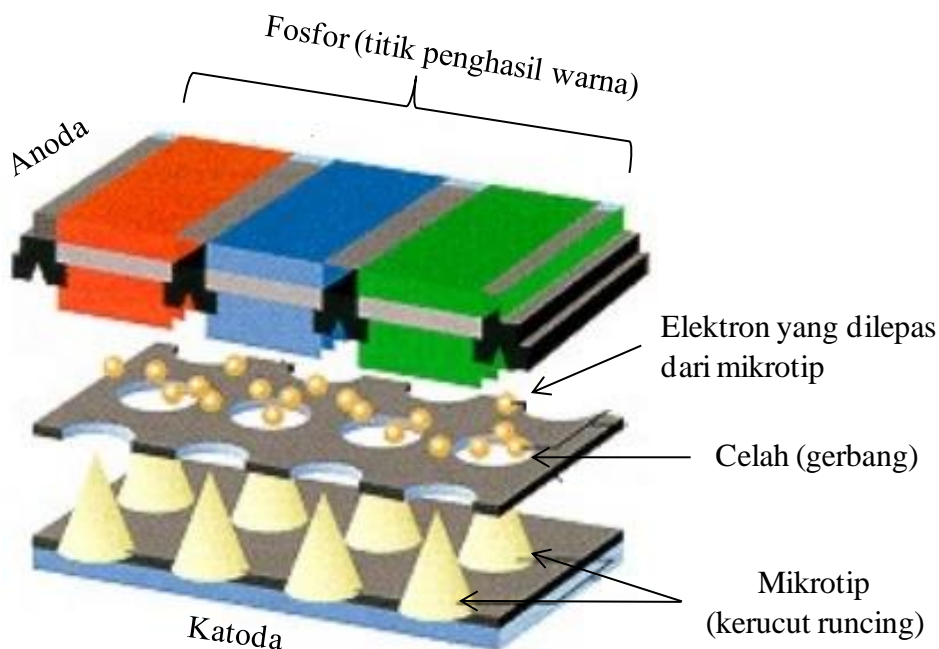
Gambar 1.61 (kiri) Contoh CRT (Overstock.com) dan (kanan) contoh FED (wiseGEEK.com)

Perbedaan kedua display tersebut adalah CRT memerlukan senjata elektron (*electron gun*) yang harus dipanaskan dan ditarik dengan tegangan yang sangat besar. Tegangan tersebut bisa mencapai 10.000 volt yang dihasilkan trafo *flyback* yang ditempatkan di ujung belakang CRT. Akibatnya, CRT menjadi sangat tebal, sangat berat, dan boros energi.

Berdasarkan ide dari penangkal petir, maka para ahli mendesain

Ban 1 Elektostatika

display jenis baru. Senjata electron diganti dengan *microtip* (ujung logam berbentuk kerucut ukuran micrometer). Karena ujungnya sangat runcing maka dipelukan potensial sedikit saja untuk mencabut electron dari mikrotip. Mikrotip diletakkan di dekat lokasi fosfor yang sudah didesain dalam bentuk pixel (titik-titik terpisah). Cukup dibutuhkan medan listrik yang kecil untuk mengeluarkan electron dari mikrotip dan menumbuk fosfor di layar. Akibatnya layar dapat dipendarkan dengan potensial yang kecil. Dan karena mikrotip berada di dekat fosfor, maka display menjadi sangat tipis dan ringan. Display juga menjadi sangat hemat energi. **Gambar 1.62** adalah ilustrasi sederhana mekanisme perpendaran layar dengan prinsip FED.



Gambar 1.62 Ilustrasi prinsip kerja field emission display.

Ke depan para ahli mengganti mikrotip yang berbentuk kerucut runcing logam dengan carbon nanotube (CNT) untuk lebih memudahkan pelepasan elektron. Karbon nanotube adalah semacam tabung atau pipa yang hanya dibentuk oleh atom karbon. Tebalnya ada yang satu lapis atom karbon atau beberapa lapis atom karbon dengan diameter tabung hanya beberapa nanometer. Karbon nanotube yang memiliki dinding hanya satu atom karbon disebut *single-walled carbon nanotube* (SWCNT) sedangkan yang memiliki dinding yang terdiri dari beberapa atom karbon dinamakan

multi-walled carbon nanotube (MWCNT). Karbon nanotube memiliki konduktivitas listrik yang tinggi serta kekuatan mekanik terbaik

1.10.5 Flash Memory

Memory adalah divais yang dapat menyimpan besaran fisika dalam waktu yang cukup lama dan keberadaan sifat tersebut dapat dideteksi. Untuk menyimpan informasi digital, cukup dua besaran fisika yang disimpan. Satu besaran merepresentasikan bilangan biner 0 dan satu besaran untuk merepresentasikan bilangan biner 1. Salah satu memori yang sangat terkenal saat ini adalah memory gerbang mengambang (*floating gate memory*). Memori ini yang ada di dalam USB flash memory, memory hp, kamera, video, SD card, dan sebagainya. Ukuran yang sangat kecil dapat menyimpan data sangat besar. **Gambar 1.63** adalah contoh floating gate memory yang kita jumpai sehari-hari.

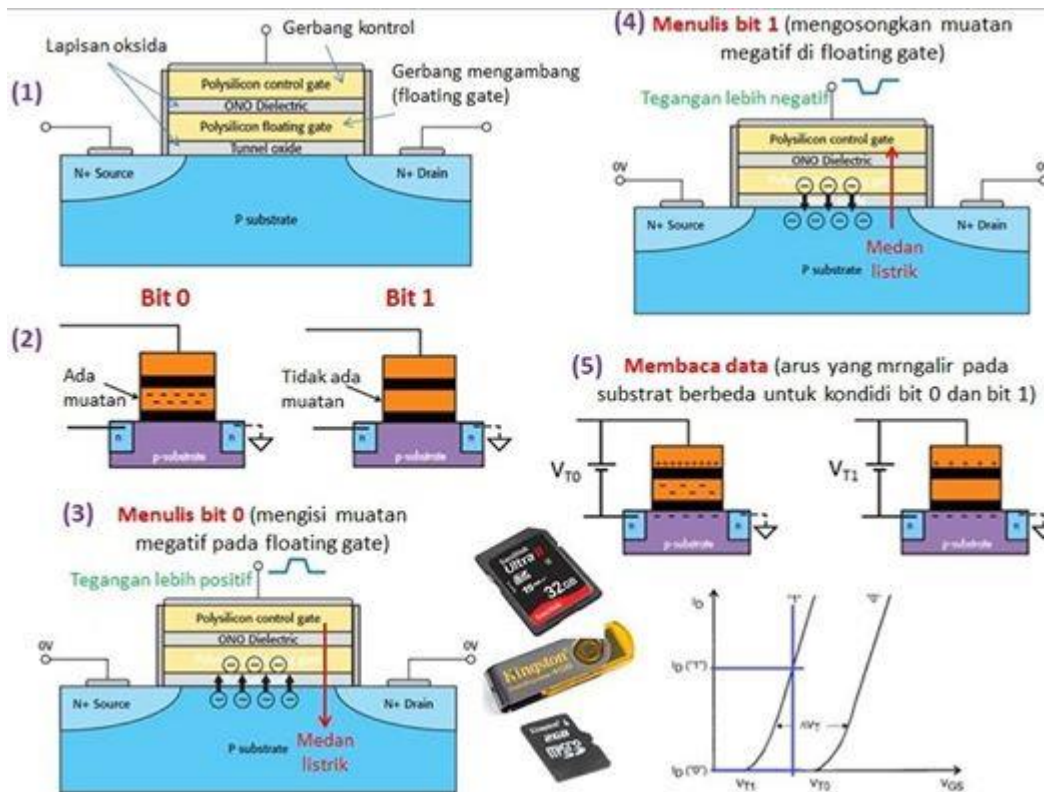


Gambar 1.63 Contoh *floating gate memory* yang kita jumpai atau gunakan sehari-hari (PC World).

Memory ini bisa diwujudkan berkat perkembangan teori kuantum, khususnya fenomena penerobosan (tunneling). **Gambar 1.64** adalah ilustrasi prinsip kerja *floating gate memory* yang didasarkan pada prinsip

Ban 1 Elektostatika

gaya coulomb dan efek terobosan



Gambar 1.64 Prinsip kerja floating gate memory.

Prinsip kerja floating gate memory dapat dijelaskan secara sederhana sebagai berikut:

- Gambar (a) adalah struktur floating gate memory (FGM). Memori ini terdiri dari substrat (channel), drain, source, control gate, dan floating gate. Floating gate dikelilingi oleh bahan isolator (oksida) sehingga tidak terhubung secara listrik dengan substrat maupun control gate.
- Gambar (b). Keadaan memori, apakah menyimpan bit 0 atau bit 1 ditentukan oleh ada atau tidak adanya elektron pada floating gate. Jika floating gate menyimpan elektron (bermuatan negatif) maka memori menyimpan bit 0 dan jika floating gate tidak menyimpan elektron (netral) maka memori menyimpan bit 1.
- Gambar (c). Bagaimana menyimpan bit 0 pada floating gate (mengisi elektron pada floating gate)? Control gate diberi tegangan yang lebih positif daripada drain atau source. Akibatnya timbul medan listrik yang cukup besar yang mengarah dari control gate ke substrat. Karena elektron bermuatan negatif maka elektron ditarik dalam arah berlawanan medan

Ban 1 Elektrostatika

- listrik. Akibatnya elektron dari substrate mengalir ke arah floating gate sehingga floating gate tersisi elektron. Jika tegangan dihentikan maka elektron akan terperangkap dalam floating gate dalam waktu yang sangat lama (bisa sampai 10 tahun). Jadi bit 0 tersimpan aman di dalam memory.
- d) Gambar (d). Bagaimana menyimpan bit 1? Control gate diberi tegangan lebih negatif dibandingkan dengan tegangan drain dan source. Akibatnya elektron yang berada di dalam floating gate terdorong ke arah susbtrat dan floating gate menjadi kosong (kembali netral). Inilah bit 1.
- e) Gambar (e). Bagaimana membaca data yang tersimpan? Jika ada muatan pada floating gate (kondisi bit nol) maka muatan ini menghasilkan medan listrik di substrat di bawahnya. Sebaliknya, jika floating gate netral (kondisi bit 1) maka tidak dihasilkan medan listrik di bawahnya. Ada dan tidak ada medan listrik di substrat mempengaruhi gerak elektron dalam susbstrat. Adanya medan listrik di substrat menyebabkan elektron mengalir lebih mudah daripada tanpa medan listrik. Dengan perkataan lain, kondisi bit 0 dan dan bit 1 menyebabkan konduktivitas listrik yang berda pada substrat. Untuk mangasilkan arus listrik yang sama pada substrat maka kondisi bit 0 (ada medan lsitrik) memerlukan tegangan listrik antara control gate dan source yang lebih kecil daripada kondisi bit 1. Berdasarkan beda tegangan listrik untuk menghasilkan arus yang sama inilah dapat disimpulkan apakah yang tersimpan adalah bit 0 atau 1.

1.10.6 Mengapa Hujan Buatan Menggunakan Garam?

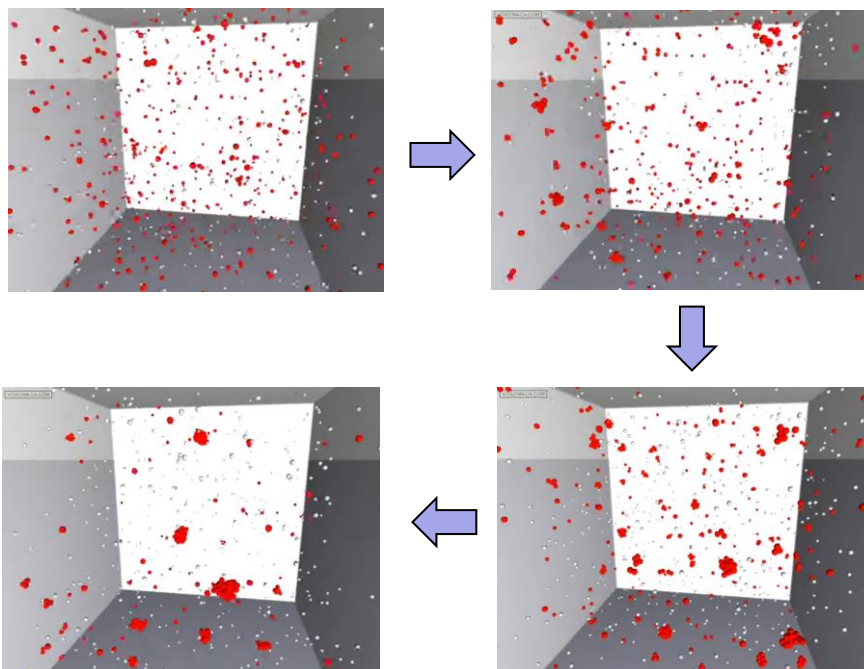
Awan sebenarnya telah mengandung uap air, hasil penguapan dari laut, sungai, danau dan dari tumbuhan. Namun, kandungan uap air masih di bawah titik jenuh sehingga tidak terjadi kondensasi membentuk air hujan. Yang dimaksud titik jenuh adalah kabdungun maksimum uap air yang diijinkan di udara agar tetap stabil menjadi uap air dan tidak berubah fase menjadi fase cair. Titik jenuh tersebut bergantung pada suhu dan tekanan udara. Makin tinggi suhu udara maka titik jenus terjadi pada kandungan uap air yang lebih tinggi, dan sebaliknya.

Kalau kita mendengar kelembaban udara 80% artinya kandungan uap air masih 80% dari titik jenuh dan tidak akan terjadi hujan. Titik jenuh adalah kondisi ketika kelembaban udara sama dengan 100%. Jika tiba-tiba kelembaban di atas 100% maka kondisi menjadi tidak stabil. Kelebihan uap air sebanyak 20% akan mengalami perubahan fase menjadi zat cair sehingga kelembaban akhir udara maksimal 100%. Dengan demikian, agar terjadi

Ban 1 Elektrostatika

kondensasi dan hujan, maka suhu awan harus turun sehingga kelembaban uap yang semula di bawah titik jenuh menjadi di atas titik jenuh (ingat makin rendah suhu maka kandungan uap air yang bersesuaian dengan titik jenuh makin kecil). Kelebihan kelembaban itu akan berubah menjadi cair dan turun sebagai hujan.

Mekanisme terbentuknya titik-titik zat cair dari uap disebut nukleasi. Sebenarnya molekul sering bertabrakan dan membentuk kumpulan molekul. Namun jika ukuran kumpulan molekul kurang dari jari-jari kritis maka kumpulan tersebut kembali menjadi molekul terpisah. Jari-jari kritis ditentukan oleh energi permukaan dan energi Gibbs zat cair. Energi permukaan cenderung memecah kumpulan molekul sedangkan energi Gibbs cenderung menyatukan molekul. Kompetisi dua energi tersebut yang menentukan jari-jari kritis. Ketika secara tiba-tiba ukuran kumpulan molekul lebih besar dari jari-jari kritis maka ukuran kumpulan tersebut bertambah terus (tumbuh) hingga membentuk tetes air yang besar. Proses ini ditunjukkan oleh **Gambar 1.65**.



Gambar 1.65 Proses nukleasi: mekanisme terjadinya titik air akibat tumbukan antar molekul air. Mekanisme ini yang berperan dalam terjadinya hujan (youtube.com).

Jika kandungan air di awal selalu lebih rendah daripada titik jenuh maka tidak akan terjadi hujan. Kondisi inilah yang terjadi saat musim

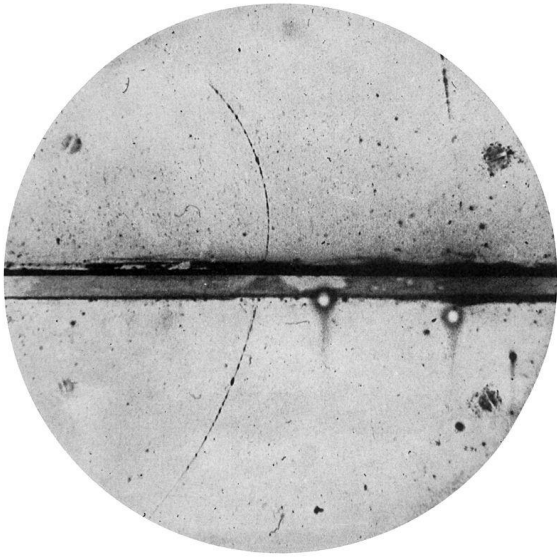
Ban 1 Elektrostatika

kemarau. Pancaran sinar matahari sangat menentukan kondisi tersebut. Suhu atmosfer yang tinggi dan penguapan yang rendah menjadi factor utama penyebab tidak tercapainya titik jenuh uap air di awan. Dalam kondisi demikian pembuatan hujan buatan merupakan satu langkah untuk mengurangi efek kekurangan air. Prises pembuatan hujan buatan dilakukan dengan menyebarkan garam di awan yang mengandung cukup banyak uap air. Setelah menunggu beberapa saat maka di lokasi tempat garam disebarkan terjadi hujan yang umumnya sangat local.

Apa efek pemberian garam? Garam akan terurai menjadi ion-ion. Ketika ion masuk ke dalam kumpulan molekul air maka sebagian molekul menjadi bermuatan positif dan sebagian menjadi bermuatan negative. Molekul yang telah terionisasi tersebut menghasilkan tarikan tambahan pada molekul. Dengan demikian, pada kasus ini yang berperan menyatukan molekul menjadi dua: energi Gibbs dan gaya tarik listrik akibat tarikan molekul yang terionisasi. Ini berakibat jari-jari kritis bagi terbentuknya droplet menjadi lebih kecil. Proses ini sering disebut "ion-induced nucleation". Dengan demikian, hujan lebih mudah terjadi.

Prinsip serupa telah digunakan oleh ahli fisika pada awal abad 20 untuk mendeteksi keberadaan partikel elementer melalui ruang berawal (*cloud chamber*). Suatu ruang diisi dengan uap air yang mendekati titik jenuh. Uap tersebut sudah siap untuk mengalami kondensasi menjadi titik-titik air. Ketika ada partikel bermuatan yang melintas dalam ruang tersebut maka sepanjang lintasan terjadi kondensasi karena mekanisme ion-induced nucleation. Prosesnya sama dengan pembentukan hujan buatan di mana titik air terbentuk karena pemberian garam. Jika dalam ruang tersebut juga diberikan medan listrik maka lintasan partikel membelok akibat gaya listrik. Berdasarkan arah pembelokan tersebut maka jenis muatan partikel partikel dapat ditentukan.

Gambar 1.66 adalah contoh *cloud chamber* beserta lintasan yang dihasilkan. *Cloud chamber* diperkenalkan oleh Charles Thomson Rees Wilson dari Skotlandia. Wilson menerima hadiah Nobel Fisika tahun 1927 atas penemuan ini. Dengan alat ini telah ditemukan positron (electron bermuatan positif) oleh Carl David Anderson tahun 1932. Keberadaan positron telah diramalkan secara teori oleh ahli fisika Inggris Paul Dirac tahun 1928 dan baru ditemukan empat tahun kemudian oleh Anderson. Atas penemuan ini, Anderson menerima hadiah Nobel Fisika tahun 1936.



Gambar 1.66 Foto lintasan positron (electron bermuatan positif) pada cloud chamber (en.wikipedia)

1.10.7 Pelapisan Elektrostatik

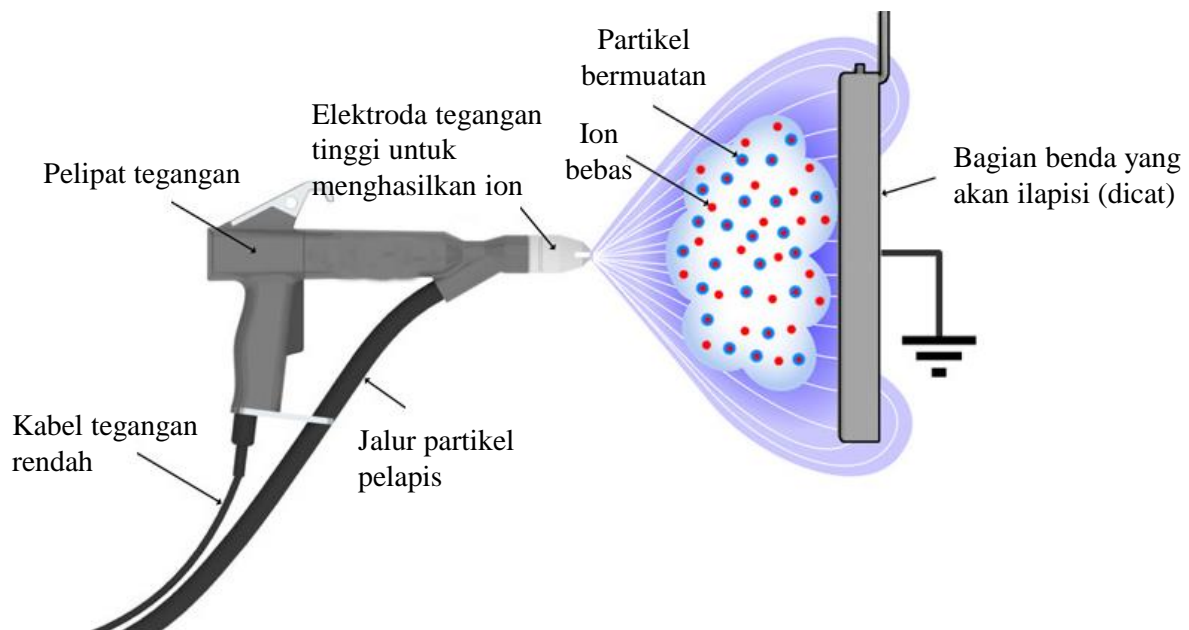
Saat ini teknologi pengecatan atau pelapisan sudah sangat maju. Kalau dulu pengecatan dilakukan dengan menggunakan kuas. Lalu berkembang dengan teknologi penyemprotan yang dikenal dengan air brush. Namun, kedua cara tersebut masih memiliki sejumlah kekurangan seperti proses pengecatan yang lambat dan hasil yang diperoleh tidak terlalu rata. Teknologi pelapisan atau pengecatan yang dikembangkan saat ini dan diterapkan di industri-industri besar adalah teknologi elektrostatik.



Gambar 1.67 Pengecatan mobil yang baru dibuat dengan teknologi elektrostatik (<http://jf505industrialrobotics.blogspot.co.id/>).

Ban 1 Elektrostatika

Gambar 1.67 adalah contoh proses pengecatan mobil yang dilakukan dengan elektrostatik. Proses pengecatan dapat dilakukan oleh robot dan proses penyelesaian sangat cepat, hasil pengecatan sangat rata dan sangat terkontrol. Jumlah cat yang digunakan tidak berlebihan (sangat akurat) sehingga ekonomis dan limbah yang diproduksi pun menjadi sangat sedikit. bagaimana prinsip pengecatan atau pelapisan seperti ini?



Gambar 1.68 Proses pengecatan atau pelapisan secara elektrostatik. Pada ujung alat penyemprot diproduksi ion-ion dengan memberikan tegangan listrik yang sangat tinggi. Material pelapis atau cat didorong dengan udara dan saat melewati ujung nozzle menangkap sebagian muatan sehingga menjadi partikel bermuatan. Bahan yang akan dilapisi atau dicat yang umumnya konduktor diberi muatan yang berlawanan tanda. Pada konduktor muatan listrik tersebar di permukaan secara merata. Partikel pelapis yang telah bermuatan ditarik oleh muatan di permukaan bahan yang akan dicat sehingga jatuh ke permukaan benda tersebut secara merata.

Prinsip yang digunakan adalah gaya tarik antara muatan positif dan negative. **Gambar 1.68** adalah ilustrasi proses pengecatan atau pelapisan tersebut. Material cat atau partikel pelapis disemprot dari nozzle menggunakan dorongan udara. Namun, di ujung penyemprot dihasilkan banyak muatan listrik dengan memberikan tegangan listrik yang sangat tinggi. Partikel yang keluar dari nozzle mengikat sebagian muatan tersebut sehingga keluar dari nozzle sebagai partikel bermuatan. Benda yang dicat atau dilapisi umumnya berbentuk logam atau bahan konduktor lain diberi muatan listrik yang berlawanan. Karena bahan tersebut adalah logam maka muatan akan tersebar di permukaan logam. Muatan yang ada di permukaan

Ban 1 Elektrostatika

bahan akan menarik partikel yang keluar dari nozzle yang memiliki muatan berlawanan tanda sehingga bergerak ke arah benda yang akan dicat. Karena muatan yang ada di permukaan bahan tersebar merata di seluruh permukaan maka partikel pelapis akan menuju bahan secara merata pula. Dengan demikian, hasil pelapisan atau pengecatan menjadi rata.

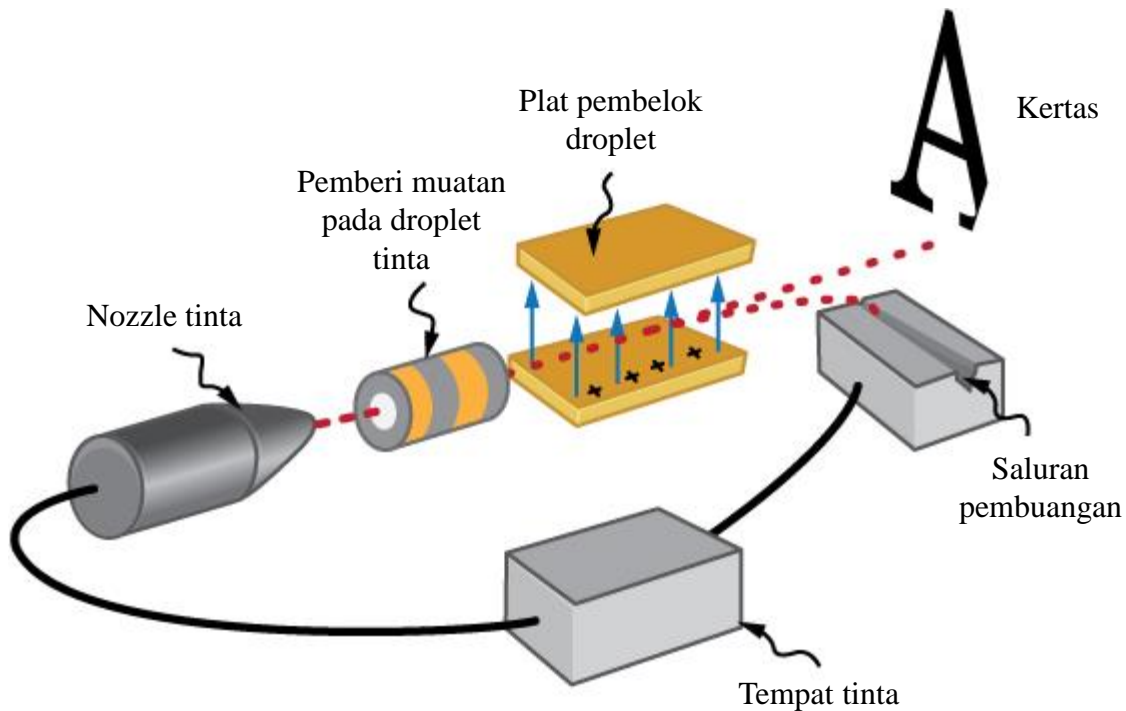
1.10.8 Printer Ink Jet

Kita semua pasti sangat mengenal printer ink jet. Printer ini memiliki beberapa tinta. Yang pasti ada tinta hitam. Untuk printer berwarna aka nada tambahan minimal tiga tinta lain seperti cyan, magenta, dan yellow. Kombinasi empat warna tinta tersebut yang menghasilkan semua warna yang indah dilihat. Tinta-tinta tersebut berbentuk cairan yang disimpan dalam cartridge atau dalam bentuk botol ini ulang. **Gambar 1.69** adalah contoh printer ink jet.



Gambar 1.69 Contoh printer ink jet hasil cetakan yang diperoleh

Printer ink jet juga menggunakan teknologi yang sama dengan pengecatan elektrostatik. Tinta dari printer ink jet dikeluarkan dalam bentuk droplet yang sangat kecil. Di ujung nozzle, droplet tersebut diberi muatan listrik sehingga dapat diarahkan untuk bergerak ke mana menggunakan medan listrik. **Gambar 1.70** adalah ilustrasi proses cetak menggunakan printer ink jet. Dengan demikian dapat dihasilkan huruf atau gambar yang sangat halus karena arah jatuhnya droplet di kertas dapat dikontrol dengan sangat akurat.



Gambar 1.70 Ilustrasi proses cetak pada printer ink jet

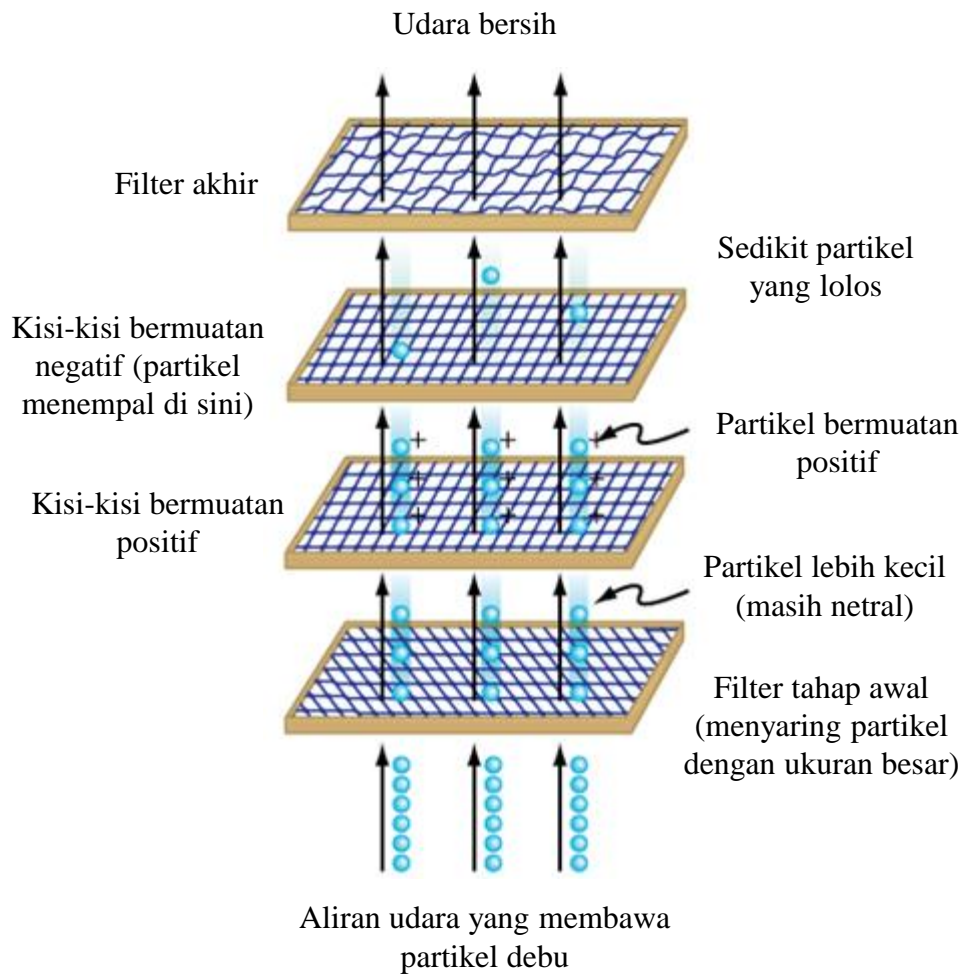
1.10.9 Filter Pembersih Udara

Apalikasi lain gaya elektrostatik adalah desain filter pembersih udara yang digunakan untuk menyaring partikel-partikeh dari udara yang mengandung debu atau asap. Filter seperti ini banyak dipasang di cerobong asap pabrik. Saat ini juga banyak dijual alat pembersih udara dalam ruangan yang memiliki prinsip kerja hamper sama.

Prinsipnya sangat sederhana. Udara yang mengandung partikel-paetikel debu dilewatkan pada elektroda yang memiliki tegangan sangat tinggi. Karena tenganggan yang sangat tinggi maka pada elektroda arau lokasi di sekitarnya terbentuk ion-ion bebas. Udara yang mengandung partikel-paetikel pengotor dilewatkan pada elektroda tersebut sehingga menagkap sebagian ion yang ada pada dan di sekitar elektroda. Partikel akhirnya memiliki muatan listrik dan terus bergerak bersama aliran udara. Beberapa jauh dari elektroda penghasil muatan terdapat elektroda dengan muatan berlawanan. Ketika melewati elektroda yang memiliki muatan berlawanan tersebut maak partikel menempel di elektroda tersebut. Yang berhasil lolos dari elektroda ini hanya molekul udara atau hanya sedikit partikel saja. Ini berarti, udara yang lolos dari elektroda kedua sudah

Ban 1 Elektrostatika

bersih. Jika filter lain ditambahkan lagi setelah elektroda penangkap ini maka udara yang lolos makin bersih.



Gambar 1.71 Ilustrasi prinsip kerja filter penyaring udara. Udara yang mengandung partikel-partikel diubah menjadi udara bersih dengan cara menangkap partikel secara elektrostatis (menggunakan gaya coulomb).

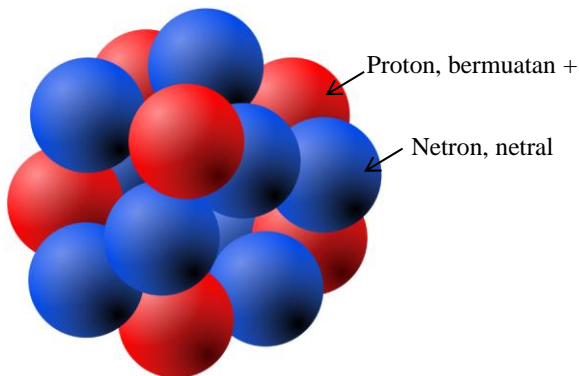
Gambar 1.71 adalah ilustrasi filter pada alat penyaring udara yang dipasang di ruangan. Setelah melewati sejumlah filter maka udara kotor berubah menjadi udara bersih. Sistem filter terdiri dari filter awal yang menyaring secara langsung partikel-partikel kasar (ukuran besar). Partikel ukuran lebih kecil lolos. Partikel ini kemudian dilewatkan pada elektroda yang diberi muatan (dipasang pada tegangan listrik yang tinggi) sehingga partikel yang meninggalkan elektroda ini menjadi bermuatan. Kemudian partikel melewati elektroda yang memiliki muatan berlawanan sehingga menempel di elektroda tersebut. Di sini terjadi penumpukan partikel yang harus dibersihkan secara periodik. Partikel yang lolos elektroda pengumpul

Ban 1 Elektrostatika

tidak terlalu banyak dan umumnya dileatkan lagi pada filter akhir dengan ukuran pori lebih kecil. Akhirnya, udara yang lolos filter akhir tersebut berupa udara bersih.

Soal-Soal

1) Inti atom dibentuk oleh proton dan netron (**Gambar 1.72**). Proton bermuatan positif sedangkan netron netral. Muatan proton sama dengan muatan electron, hanya berlawanan tanda. Proton bermuatan positif. Jari-jari inti atom memenuhi persamaan $R = r_0 A^{1/3}$ dengan A adalah nomor massa atom dan $r_0 = 1,25 \times 10^{-15}$ m adalah sebuah konstanta. Untuk atom dengan nomor massa 100 maka jari-jari inti adalah $R = 5,8 \times 10^{-15}$ m. Karena jarak-jarak atom hanya dalam orde 10^{-15} m maka jarak antar proton dalam inti kurang dari itu. Misalkan jarak antar proton dalam inti diambil sama dengan 10^{-15} m, tentukan gaya tolak coulomb antar proton.



Gambar 1.72 Gambar untuk soal 1.

2) Atom hydrogen terdiri dari proton yang berada di inti yang dikelilingi satu elektron. Jari atom hydrogen adalah 0,53 angstrom. Berapakah kuat medan listrik minimum yang untuk melepas ikatan electron pada atom hydrogen?

3) Ion negative diduga berperan dalam meningkatkan kebugaran tubuh. Alam menghasilkan ion negative yang jumlahnya tergantung ada lokasi. Hutan tropis dan air terjun adalah lokasi di alam yang menghasilkan ion negative paling banyak. Pada udara sekitar air terjun Niagara, terdapat 100.000 – 500.000 ion negative per cm^3 . Tabel 1.3 adalah kerapatan ion negative di berbagai lokasi dan efeknya bagi kesehatan. Jika diasumsikan

Ban 1 Elektrostatika

bahwa satu ion memiliki muatan yang sama dengan muatan satu electron, tentukan jumlah muatan listrik dalam setiap meter kubik udara di lokasi-lokasi tersebut.

Tabel 1.3 Kerapatan ion negative di berbagai lokasi dan efeknya bagi kesehatan

Lokasi	Jumlah ion negative per cm ³	Efek bagi tubuh
Hutan tropis, air terjun	10.000-50.000	Meningkatkan daya tahan tubuh
Gunung, pantai	5.000-7.000	Dapat membunuh bakteri
Pedesaan	800-1.500	Kebutuhan dasar untuk menjaga kebugaran tubuh
Jalan dengan jalur hijau	150 - 300	Memicu kurang sehat
Pemukiman perkotaan	40 - 100	Mengimbas munculnya sejumlah penyakit
Berada dalam waksu lama dalam ruang ber-AC	0-25	Memicu sidrom AC seperti sakit kepala, tidur tidak teratur, kelelahan

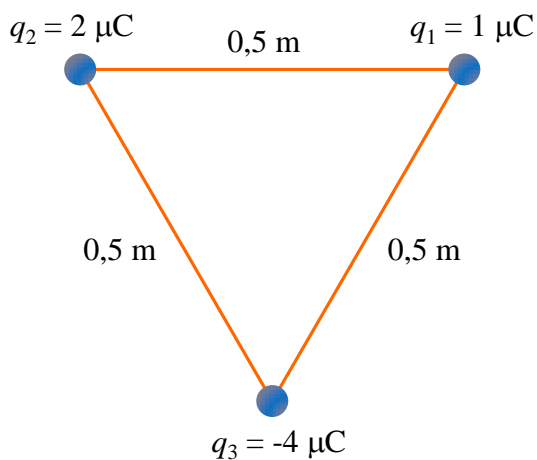


Gambar 1.73 Air terjun Air Terjun Sendang Gile, Kecamatan Bayan, Kabupaten Lombok Utara dengan ketinggian sekitar 40 m (www.liburansaja.com). Air terjun merupakan sumber ion negative yang berlimpah.

Ban 1 Elektostatika

4) Elektron pada atom hydrogen diikat oleh gaya coulomb dengan inti. Elektron bergerak mengitari inti pada jari-jari 0,53 anstrom. Massa electron adalah $9,1 \times 10^{-31}$ kg. Tentukan laju electron mengitari inti.

5) Tiga buah muatan berada pada titik sudut segitiga sama sisi seperti pada **Gambar 1.74**. Masing-masing muatan tersebut adalah $q_1 = 1 \mu\text{C}$, $q_2 = 2 \mu\text{C}$, dan $q_3 = -4 \mu\text{C}$. Berapa gaya total pada muatan q_1 dan gaya total pada muatan q_3 ?



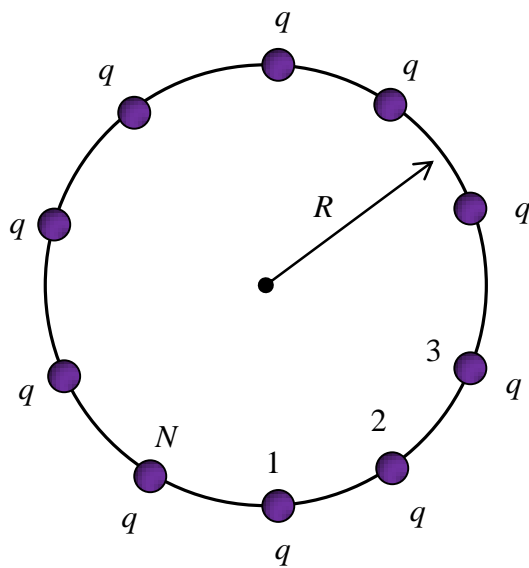
Gambar 1.74 Gambar untuk soal ***

6) Buktikan bahwa energy kinetic electron yang mengelilingi proton pada atom hydrogen memenuhi persamaan

$$K = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

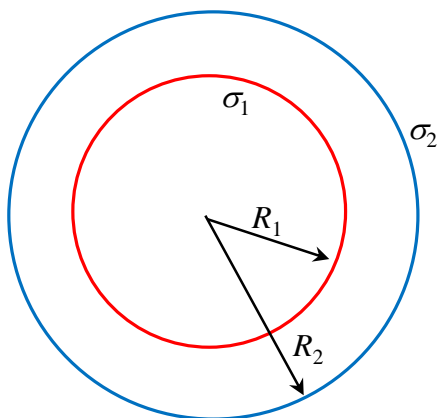
dengan e adalah muatan electron.

7) Sebanyak N buah muatan sejenis ditempatkan pada keliling sebuah lingkaran dengan jari-jari R . Jarak antar muatan sepanjang keliling lingkaran sama (**Gambar 1.75**). Tentukan gaya yang dialami muatan pertama akibat muatan-muatan lainnya



Gambar 1.75 Gambar untuk soal ***

8) Dua kulit bola konduktor ditempatkan secara konsentris (satu titik pusat). Jari-jari masing-masing bola adalah R_1 dan R_2 dan muatan per satuan luas masing-masing σ_1 dan σ_2 (**Gambar 1.76**).



Gambar 1.76 Gambar untuk soal ***

Tentukan:

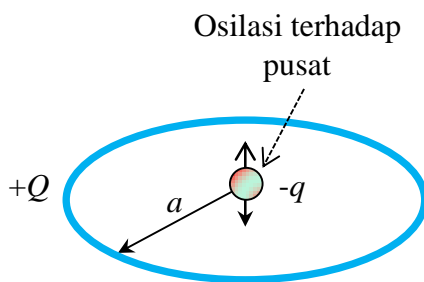
- Kuat medan listrik di mana-mana
- Gaya tarik elektrostatis antara dua bola.

9) Sebuah cincin dengan jari-jari a memiliki muatan listrik $+Q$ yang tersebar secara homogeny. Cincin tersebut ditempatkan pada bidang datar. Di pusat cincin ditempatkan muatan $-q$ (**Gambar 1.77**). Karena kuat medan listrik di

Ban 1 Elektrostatika

pusat cincin nol maka muatan q diam di pusat cincin. Misalkan muatan q sedikit disimpangkan searah sumbu cincin maka muatan tersebut akan ditarik kembali ke pusat cincin, lalu bergerak melewati pusat cincin, dan balik lagi ke arah pusat cincin. Begitu seterusnya, sehingga terjadi osilasi di sekitar pusat cincin. Misalkan massa muatan $-q$ adalah m , tentukan frekuensi osilasi muatan q .

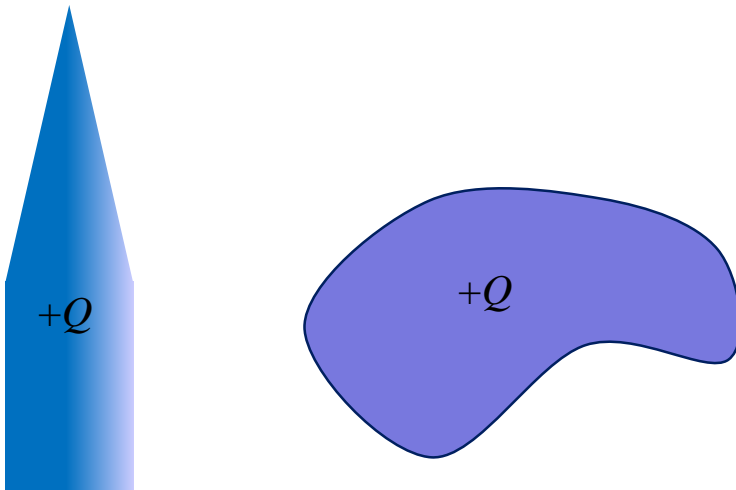
Petunjuk: kuat medan listrik sepanjang sumbu cincin homogeny diberikan oleh persamaan (1.***) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qh}{(h^2 + a^2)^{3/2}}$. Jika pergeseran dari pusat cincin sangat kecil sehingga $h \ll a$ maka kita aproksimasi $h^2 + a^2 \approx a^2$ sehingga $E \approx Q/(4\pi\epsilon_0 a^3)h$. Gaya yang bekerja pada muatan $-q$ adalah $F = -qE$. Dengan menggunakan hukum Newton II bahwa $F = m \frac{d^2h}{dt^2}$ tentukan bentuk persamaan untuk frekuensi osilasi muatan.



Gambar 1.77 Gambar untuk soal ***

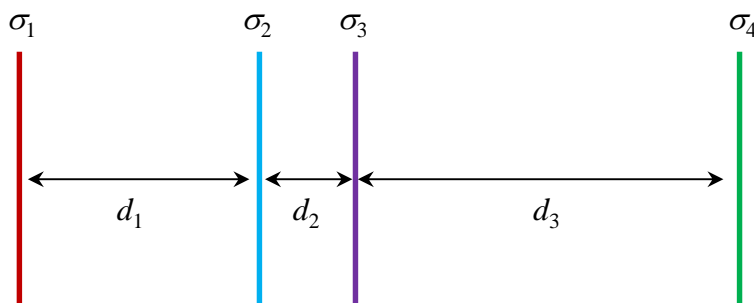
10) Tentukan medan listrik pada jarak x sembarang dari permukaan pelat pada garis hubung dua muatan titik. Pada kasus ini, kita seolah-olah memiliki dua muatan titik yang berlawanan tanda dan terpisah sejauh $2d$. Jika posisi pelat diambil sebagai pusat koordinat maka yang akan dihitung adalah kuat medan listrik pada koordinat x sembarang.

11) **Gambar 1.78** adalah sebuah benda dari bahan konduktor yang diberi muatan listrik $+Q$ (positif). Buat sketsa garis gaya pada berbagai titik dari permukaan muatan



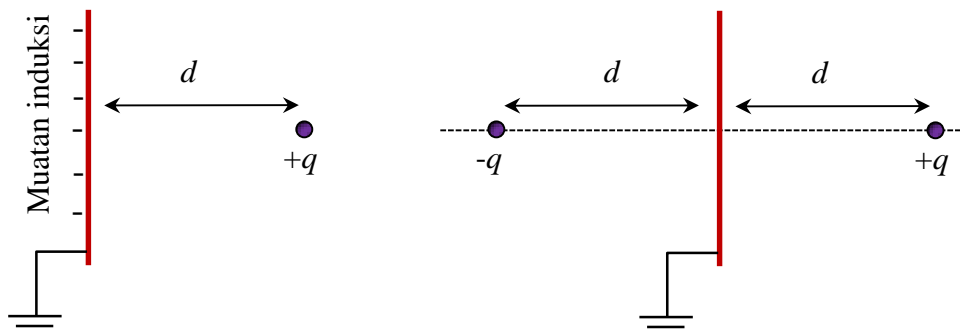
Gambar 1.78 Gambar untuk soal **

12) Empat buah pelat tak berhingga yang ditempatkan sejajar masing-masing memiliki kerapatan muatan per satuan luas σ_1 , σ_2 , σ_3 , σ_4 . Pelat tersebut dipatkan dengan spasi d_1 , d_2 , dan d_3 seperti pada **Gambar 1.79**. Tentukan kuat medan listrik di mana-mana



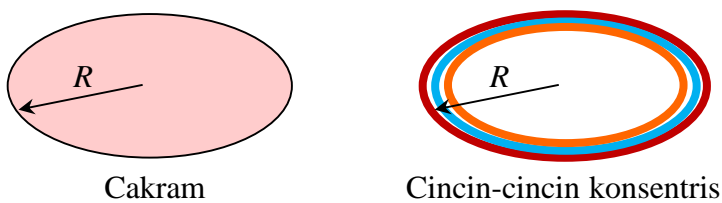
Gambar 1.79 Gambar untuk soal ***

13) *Muatan bayangan*. Jika muatan listrik q ditempatkan di depan pelat konduktor yang dipertahankan berada pada potensial nol, maka pada permukaan konduktor akan terbentuk muatan induksi (**Gambar 1.80**). Efek dari semua muatan induksi yang dihasilkan konduktor persis sama dengan efek yang dihasilkan sebuah muatan yang nilainya sama dengan negative muatan yang ditenpatkan di depan konduktor dan berada pada jarak yang sama. Muatan tersebut sering disebut muatan bayangan.



Gambar 1.80 Gambar untuk soal ***

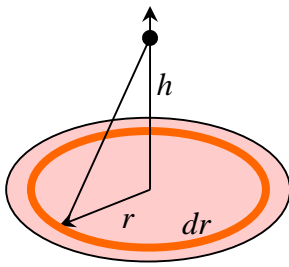
14) Sebuah cakram dapat dipandang sebagai susunan cincin-cincin konsentris di mana jari-jari cincin terluar sama dengan jari-jari cakram (**Gambar 1.81**).



Gambar 1.81 Gambar untuk soal ***

15) Sebuah cakram dengan jari-jari R memiliki muatan Q yang tersebar merata (**Gambar 1.82**). Dengan menggunakan persamaan medan yang dihasilkan cincin di sepanjang sumbu cincin, tentukan kuat medan listrik di sepanjang sumbu cakram. Petunjuk: perhatikan cincin dengan jari r dan ketebalan dr yang ada dalam cakram. Keliling cincin adalah $2\pi r$ sehingga luasnya adalah $dA = 2\pi r dr$. Muatan yang dikandung cincin tersebut adalah $dq = \sigma \times (2\pi r dr) = 2\pi\sigma r dr$. Dengan menggunakan persamaan (1.41) maka kuat medan listrik yang dihasilkan cincin adalah

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{hdq}{(h^2 + r^2)^{3/2}}$$

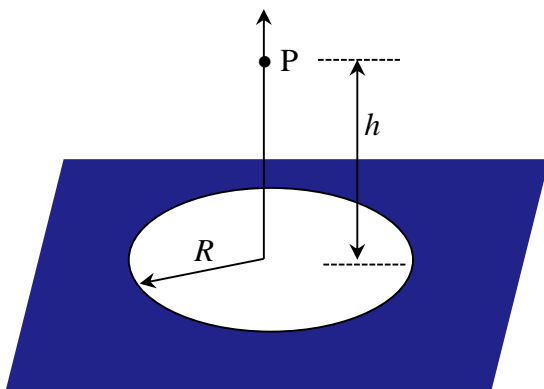


Gambar 1.82 Gambar untuk soal ***

Kuat medan yang dihasilkan cakram menjadi

$$E = \int_0^R dE$$

16) Sebuah pelat tak berhingga dengan kerapatan muatan σ memiliki lubang berupa lingkaran dengan jari-jari R . Tentukan kuat medan listrik pada jarak h dari pusat lingkaran sepanjang sumbu lingkaran. Petunjuk: persoalan ini dapat dipandang sebagai pelat tak berhingga yang tidak memiliki lubang dan memiliki kerapatan muatan σ yang disusun dengan semua lingkaran yang memiliki jari-jari R dan kerapatan muatan $-\sigma$ (**Gambar 1.83**). Kuat medan pada titik P merupakan jumlah kuat medan yang dihasilkan pelat tak berhingga dan kuat medan yang dihasilkan lingkaran.

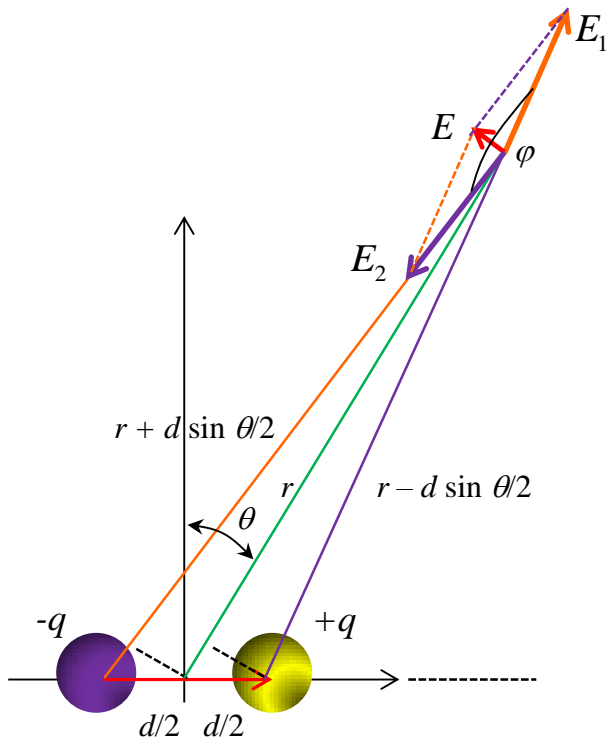


Gambar 1.83 Gambar untuk soal ***

17) Kita sudah menghitung medan listrik yang dihasilkan momen dipole sepanjang sumbu yang tegak lurus momen dipol. Bagaimana dengan medan pada posisi lainnya? **Gambar 1.84** adalah ilustrasi titik yang tidak berada

Ban 1 Elektostatika

pada sumbu momen dipol dan kita akan menentukan kuat medan di titik tersebut. Garis penghubung titik tersebut ke arah pusat dipol membentuk sudut θ dengan sumbu yang tegak lurus sumbu dipol. Berdasarkan **Gambar 1.84** maka jarak titik pemngamatan ke muatan positif dan negative berbeda.



Gambar 1.84 Gambar untuk soal

- a) Buktikan bahwa jarak muatan positif dan negative ke titik pengamatan masing-masing $r - (d/2)\sin\theta$ dan $r + (d/2)\sin\theta$
- b) Tentukan kuat medan yang dihasilkan muatan positif dan negative. Lakukan aproksimasi untuk kasus $d \ll r$.
- c) Buktikan bahwa sudut antara medan yang dihasilkan muatan positif dan negative memenuhi $\phi = \pi/2 + \theta$.
- d) Dengan menggunakan persamaan penjumlahan vector secara jajaran genjang

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos\phi}$$

- e) Tentukan bentuk eksplisit momen dipol di titik pengamatan sebagai fungsi θ dan r .

18) Muatan sejenis sebesar q berada pada titik sudut sebuah kubus.

Ban 1 Elektrostatika

Panjang sisi kubus adalah a . Tentukan dipole total muatan tersebut.

19) Tentukan besar gaya coulomb pada electron atom hidrogen yang dilakukan oleh proton di inti. Anggaplah bahwa electron mengelilingi proton pada jarak $r = 0,53 \text{ \AA}$. Besar muatan electron dan proton adalah $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$. Massa electron adalah $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ dan massa proton adalah $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Tentukan perbandingan kekuatan gaya coulomb dan gaya gravitasi antara electron dan proton. Kalian akan identifikasi bahwa bahwa gaya antar muatan listrik jauh lebih besar daripada gaya gravitasi. Itulah sebabnya mengapa ketika kita membahas gaya antara benda yang bermuatan listrik maka gaya gravitasi selalu diabaikan.

20) Dua partikel asap yang bermuatan sama saling melakukan gaya tolak sebesar $4,2 \times 10^{-2} \text{ N}$. Berapa besar gaya jika kedua partikel tersebut berpindah sehingga jaraknya menjadi seperdelapan jarak semula?

21) Dua bola bermuatan terpisah sejauh $20,0 \text{ cm}$. Kedua bola dipindahkan sehingga gaya yang bekerja pada masing-masing bola menjadi tiga kali gaya semula. Berapa jarak pisah kedua bola sekarang?

22) Dua muatan titik terpisah sejauh $10,0 \text{ cm}$. Salah satu memiliki muatan $-25 \mu\text{C}$ dan yang lainnya memiliki muatan $+50 \mu\text{C}$. (a) Tentukan arah dan besar medan listrik pada lokasi antara dua muatan pada jarak $2,0 \text{ cm}$ dari muatan negatif? (b) Jika electron ditempatkan di titik P, berapakah percepatan electron saat di titik P (besar dan arahnya)?

23) Berapa muatan total semua electron dalam $1,0 \text{ kg}$ molekul H_2O ?

24) Anggaplah yang menarik bulan sehingga tetap pada orbitnya saat mengelilingi bumi adalah gaya Coulomb. Misalkan muatan yang sama besar tetapi berbeda jenis masing-masing ditempatkan di bumi dan di bulan. Berapa besar muatan tersebut untuk mempertahankan bulan tetap pada orbitnya sekarang? Gunakan data massa bumi $5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$, massa bulan $7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$, jari-jari orbit bulan $3,84 \times 10^8 \text{ m}$.

25) Dua muatan positif ditempatkan pada jarak tertentu. Muatan total ke duanya adalah QT . Berapa muatan yang dimiliki masing-masing agar (a) gaya antara ke duanya paling besar, dan (b) gaya antara keduanya paling kecil?

Ban 1 Elektostatika

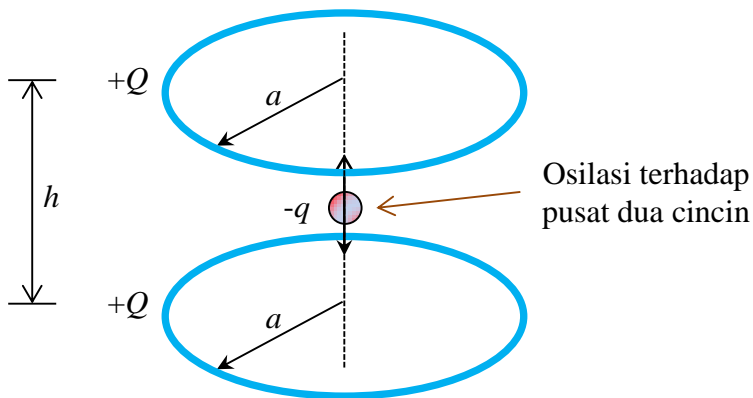
- 26) Muatan $+5,7 \mu\text{C}$ dan $-3,5 \mu\text{C}$ terpisah sejauh 25 cm. Di manakah muatan ke tiga harus ditempatkan agar mengamali gaya total nol oleh ke dua muatan tersebut?
- 27) Sebuah proton dilepaskan pada ruang yang memiliki medan listrik sehingga mengalami gaya $3,2 \times 10^{-14} \text{ N}$ ke utara. Berapa besar dan arah medan listrik dalam ruang tersebut?
- 28) Sebuah electron yang dilepaskan dalam ruang yang memiliki medan listrik mengalami percepatan 125 m/s. Berapa kuat medan listrik tersebut?
- 29) Sebuah proton berada dalam ruang vakum yang memiliki medan listrik E . Proton tersebut tidak bergerak naik atau turun. Berapa kuat medan listrik yang bekerja pada proton?
- 30) Berapa besar gaya yang dilakukan muatan $+15 \mu\text{C}$ pada muatan lain $+3 \text{ mC}$ yang terpisah sejauh 40 cm?
- 31) Berapa besar dan arah gaya pada electron yang berada dalam ruang yang memiliki medan listrik 3500 N/C dan berarah ke selatan?
- 32) Berapa besar dan arah medan listrik pada jarak 30,0 cm tepat di atas muatan titik yang besarnya $33,0 \times 10^{-6} \text{ C}$?
- 33) Seseorang menggesekkan kakinya pada keset woll sehingga mengakumulasi muatan $-60 \mu\text{C}$. Berapa electron yang ditarik kaki orang tersebut? Berapa pertambahan massa orang tersebut? Muatan electron adalah $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ dan massanya $9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.
- 34) Empat muatan masing-masing $6,0 \text{ mC}$ ditempatkan pada sudut bujur sangkar dengan sisi 1,0 m. Tentukan besar dan arah gaya yang dialami tiap partikel.
- 35) Dua bola isolator kecil memiliki muatan total $80,0 \mu\text{C}$. Ketika dipisahkan sejauh 1,06 m gaya antara bola tersebut adala $12,0 \text{ N}$ dan bersifat tolak menolak. Berapa muatan masing-masing bola? Berapa muatan masing-masing bola jika gaya antara kedua bola bersifat tarik-menarik?

Ban 1 Elektrostatika

36) Gaya $8,4 \text{ N}$ bekerja pada muatan $-8,8 \mu\text{C}$ ke arah bawah. Berapa besar dan arah medan listrik pada muatan tersebut.

37) Hitung muatan listrik di pusat bujur sangkar yang memiliki sisi 60 cm jika salah satu sudut bujur sangkar ditempati muatan $+45 \mu\text{C}$ dan ke tiga sudut lainnya ditempati muatan masing-masing $-31 \mu\text{C}$.

38) Dua buah cincin masing-masing dengan jari-jari a memiliki muatan listrik $+Q$ yang tersebar secara homogeny. Dua cincing tersebut ditempatkan pada bidang datar dn berjaran vertikal h satu sama lainnya. Di pusat dua cincin (pada jarak $h/2$ dari pusat masing-masing cincin) ditempatkan muatan $-q$ (Gambar 1.85). Karena sifat simetri maka muatan q diam di lokasi tersebut. Misalkan muatan q sedikit disimpangkan searah sumbu cincin maka muatan tersebut akan ditarik kembali ke pusat dua cincin, lalu bergerak melewati pusat dua cincin, dan balik lagi ke arah pusat dua cincin. Begitu seterusnya, sehingga terjadi osilasi di sekitar pusat dua cincin. Misalkan massa muatan $-q$ adalah m , tentukan frekuensi osilasi muatan q .



Gambar 1.85 gambar untuk soal **

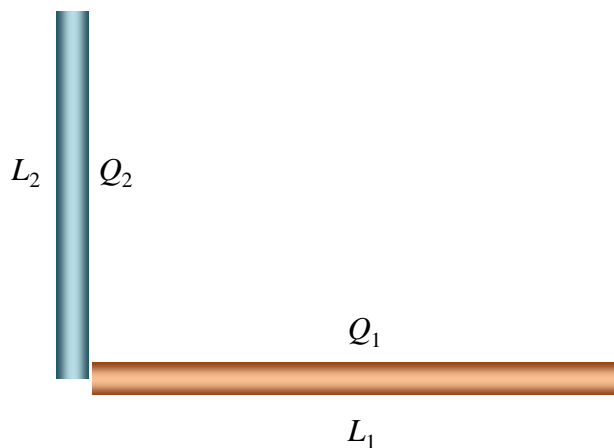
39) Berapa kuat medan listrik dalam ruang yang ditempati proton yang sedang mengalami percepatan satu juta kali percepatan gravitasi bumi?

40) Kamu diberikan dua muatan q_1 dan q_2 yang tidak diketahui nilainya. Pada titik yang jaraknya dari muatan q_1 sama dengan sepertiga jarak dua muatan ternyata kuat medan listrik nol. Berapa perbandingan besar dua muatan tersebut serta tanda muatannya?

Ban 1 Elektrostatika

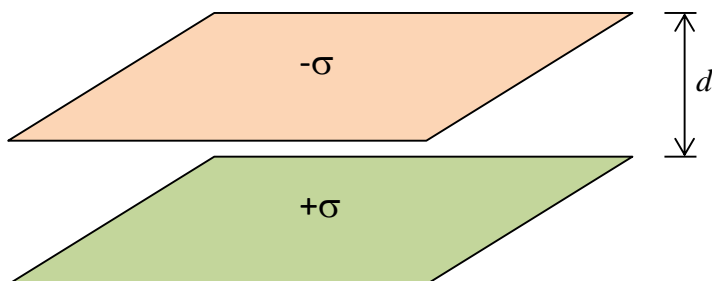
41) Berapa jarak ke dua electron agar gaya antara keduanya sama dengan gaya gravitasi bumi yang bekerja pada electron yang berada di permukaan bumi?

42) Dua buah batang ditempatkan pada posisi tegak lurus seperti pada **Gambar 1.86**. Panjang masing-masing batang adalah L_1 dan L_2 . Masing-masing batang mengandung muatan Q_1 dan Q_2 yang tersebar secara homogen. Tentukan gaya coulomb antara dua batang (besar maupun arah)



Gambar 1.86 Gambar untuk soal ***

43) Dua pelat tak berhingga yang ditempatkan sejajar mengandung muatan berlawanan tanda dengan kerapatan muatan $+\sigma$ dan $-\sigma$. Jarak antara dua pelat adalah d (**Gambar 1.87**). Berapa gaya per satuan luas yang dialami oleh sebuah pelat?

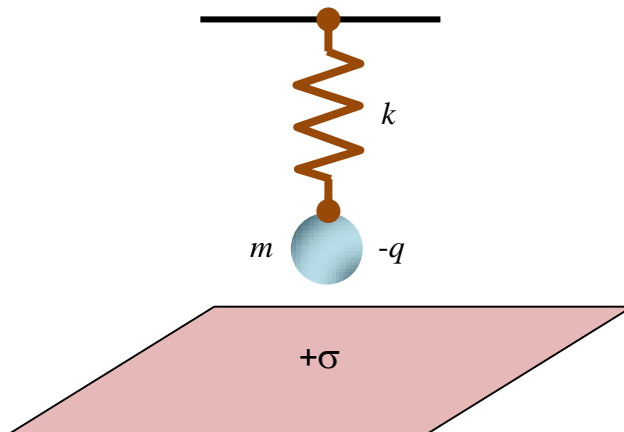


Gambar 1.87 Gambar untuk soal ***

44) Sebuah benda bermassa m digantung pada pegas yang memiliki konstanta pegas k . Benda tersebut diberi muatan $-q$ (**Gambar 1.88**). Di

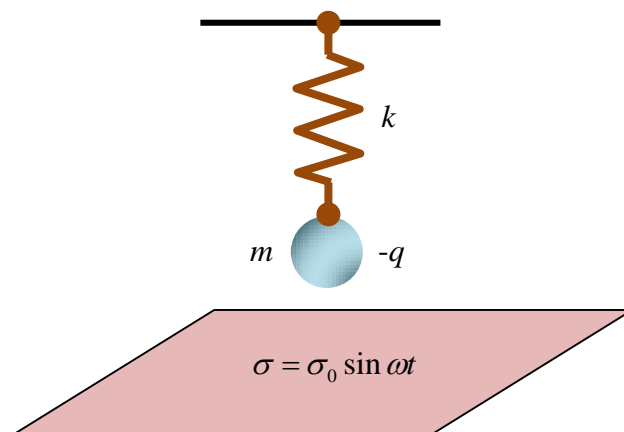
Ban 1 Elektostatika

bawah benda terdapat pelat sejajras yang sangat besar yang memiliki kerapatan muatan $+\sigma$. Benda disimpangkan sedikit dari titik setimbang kemudian dilepas sehingga bersosilasi. Tentukan frekuensi osilasi pegas.



Gambar 1.88 Gambar untuk soal ***

45) Serupa dengan soal nomor ***, namun kerapatan muatan pada pelat berubah terhadap waktu menurut persamaan $\sigma = \sigma_0 \sin \omega t$ dengan ω adalah frekuensi osilasi muatan (**Gambar 1.89**). Tentukan persamaan simpangan benda.



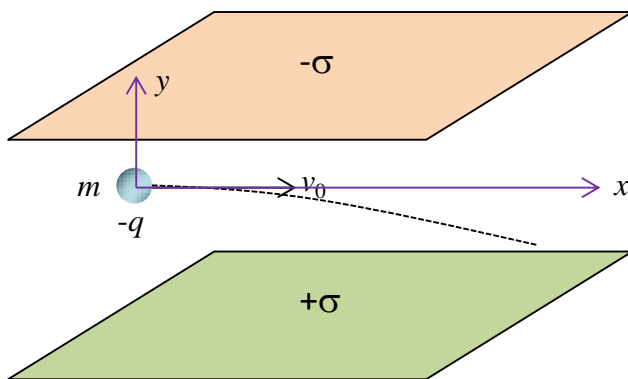
Gambar 1.89 Gambar untuk soal ***

Petunjuk: Pilih titik kesetimbangan sebagai titik kesetimbangan gravitasi sehingga gaya gravitasi tidak lagi diperhitungkan. Gaya total yang bekerja pada benda adalah $F = -kx + qE$ di mana x adalah perpindahan benda terhadap titik kesetimbangan gravitasi, $E = \sigma / 2\epsilon_0 = (\sigma_0 / 2\epsilon_0) \sin \omega t$ dan percepatan benda adalah $a = d^2x / dt^2$. Dengan menggunakan hukum

Ban 1 Elektrostatika

Newton II, $F = ma$ maka kita peroleh $-kx + (q\sigma_0/2\epsilon_0)\sin\omega t = md^2x/dt^2$ atau $d^2x/dt^2 + (k/m)x = (q\sigma_0/2m\epsilon_0)\sin\omega t$. Untuk menyelesaikan persamaan ini, misalkan $x = A\sin\omega t$ lalu substitusi ke dalam persamaan di atas untuk menentukan amplitudo A.

46) Sebuah partikel bermuatan $-q$ dan massa m masuk dalam ruang antara dua pelat sejajar yang berada dalam bidang horizontal. Pelat bagian bawah memiliki kerapatan muatan $-\sigma$ dan pelat bagian atas memiliki kerapatan muatan $+\sigma$. Partikel masuk dengan kecepatan awal v_0 arah horizontal (**Gambar 1.90**). Akibat adanya medan listrik antara dua pelat maka lintasan partikel memntimpang dari garis horizontal. Tentukan persamaan kurva lintasan partikel (y sebagai fungsi x), di mana x adalah jarak tempuh arah horizontal dan y adalah simpangan arah vertikal. Abaikan gaya gravitasi.



Gambar 1.90 Gambar untuk soal ***

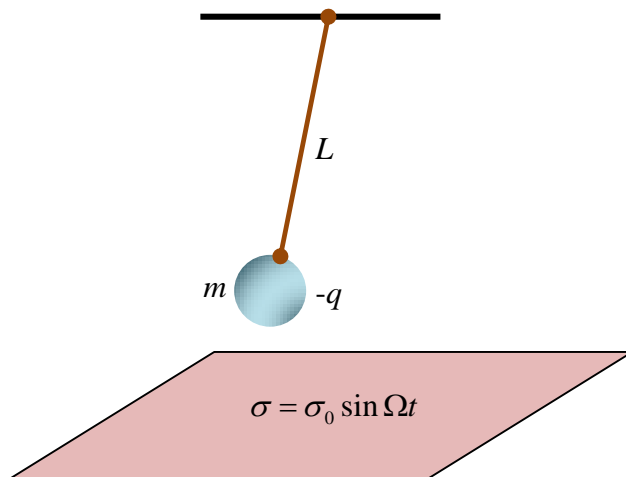
47) Elektroforesis adalah gerakan partikel di dalam fluida akibat diberikan medan listrik luar. Misalkan sebuah partikel berbentuk bola memiliki jari-jari R dan muatan q . Partikel tersebut dikani medan listrik luar E sehingga bergerak karena adanya gaya columon. Mula-mula partikel mengalami percepatan sehingga kecepatannya makin besar. Namun, benda yang bergerak dalm fluida akan mengalami gaya hambat oleh fluida. Untuk partikel yang berbentuk bola maka gaya hambat memenuhi persamaan Stokes $F = 6\pi\eta Rv$ dengan η adalah viskositas fluida dan v adalah kecepatan partikel. Makin besar kecepatan partikel maka makin besar gaya hambbat hingga pada suatu saat gaya hambbat persis sama dengan gaya

Ban 1 Elektostatika

listrik. Jika kondisi ini tercapai maka kecepatan partikel tidak dapat lagi bertambah. Kecepatan maksimum saat terjadi kesetimbangan gaya ini disebut kecepatan terminal. Dari persoalan di atas, tentukan persamaan kecepatan terminal partikel.

48) Sebuah bola konduktor memiliki jari-jari 50 cm. Pada bola diberikan muatan listrik 1 C. Berapa kerapatan muatan listrik per satuan luas di permukaan bola?

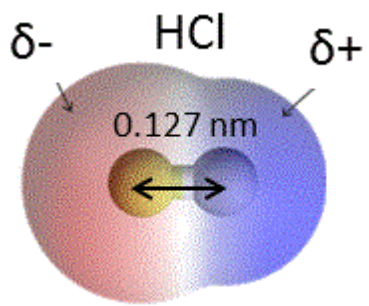
49) Sebuah bandul matematis sederhana menggunakan beban yang diberi muatan listrik $-q$. Di bawah bandul ditempatkan pelat tak berhingga dengan kerapatan muatan yang berubah-ubah terhadap waktu menurut persamaan $\sigma = \sigma_0 \sin \Omega t$ (**Gambar 1.91**). Tentukan persamaan simpangan bandung dengan asumsi bahwa simpangan sangat kecil (pada simpangan kecil kita dapat melakukan aproksimasi $\sin \theta \approx \theta$).



Gambar 1.91 Gambar untuk soal ***

Petunjuk: kalian akan mendapatkan persamaan dalam bentuk $d^2\theta/d\eta^2 + [a - 2q\cos(2\eta)]\theta = 0$. Persamaan diferensial seperti ini disebut persamaan **Mathieu** yang mempunyai banyak sekali aplikasi dalam fisika.

Gambar 1.92 adalah ilustrasi struktur molekul HCl. Momen dipole molekul tersebut adalah $3,59 \times 10^{-29}$ C m. Perkirakan muatan efektif pada masing-masing ujung molekul



Gambar 1.92 Gambar untuk soal ***