

$$\begin{aligned} A &= A \cap (A \cup B) \\ &= A \cap (B \cup C) \\ &\Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ &= (A \cap B) \cup (B \cap C) \\ &= (B \cap A) \cup (B \cap C) \\ &= B \cap (A \cup C) \\ &= B \cap (B \cup C) \\ &= B . \end{aligned}$$

2. Misal  $\mathbb{F}$  adalah himpunan bilangan bulat yang dilengkapi relasi  $R$  dimana  $aRb$  apabila  $5$  membagi  $a-b$ . Buktikan bahwa relasi itu merupakan relasi ekuivalen.

$$\forall a, b \in \mathbb{F} \rightarrow 5|a-b \rightarrow aRb$$

(I) akan dibuktikan  $R$  bersifat reflektif artinya

$$\forall x, x \in \mathbb{F} \rightarrow xRx$$

$\downarrow$   
 $x-x$  akan ditunjukkan habis dibagi  $5$ .

Bukti

Ambil sebarang  $x, x \in \mathbb{F}$  akan dibuktikan  $xRx$ ,  $x-x$  kelipatan  $5$

$$x-x = 5m_0$$

$$0 = 5m_0 \quad m_0 = 0$$

$$0 = 5(0)$$

$$0 = 0$$

memenuhi sifat reflektif

(II) akan dibuktikan  $R$  pada  $\mathbb{F}$  bersifat simetris  $\Leftrightarrow$

$$\forall x, y, z \in \mathbb{F} \quad \exists xRy \text{ maka } yRx$$

•  $xRy$

$$x-y = 5n_0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{Z}$$

$$(-1)(x-y) = (-1)5n_0$$

$$y-x = -5n_0$$

$$y-x = 5(-n_0)$$

$$\underbrace{y-x = 5m_0}_{\text{pilih } -n_0 = m_0} \quad \exists m_0 = (-n_0) \in \mathbb{Z}$$

memenuhi sifat simetris.

•  $yRx$

$$y-x = 5m_0 \quad \exists m_0 \in \mathbb{Z}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{pilih } -n_0 = m_0 \\ \\ \end{array}$$

(III) Akan dibuktikan  $R$  pada  $\mathbb{F}$  bersifat transitif

$$\forall x, y, z \in \mathbb{F}, (xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz$$

Ambil sebarang  $x, y, z \in \mathbb{F}$ ,  $xRy$  dan  $yRz$  akan ditunjukkan  $xRz$

$xRy$  artinya  $x-y$  kelipatan  $5 \Leftrightarrow x-y = 5n_0, \exists n_0 \in \mathbb{Z}$

$yRz$  artinya  $y-z$  kelipatan  $5 \Leftrightarrow y-z = 5m_0, \exists m_0 \in \mathbb{Z}$

$$x-z = 5(m_0+n_0)$$

$$\text{pilih } l_0 = m_0 + n_0$$

$$x-z = 5l_0$$

memenuhi sifat transitif.