

Ambil sebarang A, B himpunan dan $A \cap C = B \cap C$ ada $A = B$

$$A \cap C = B \cap C \quad \text{~~artinya~~} \rightarrow A = B.$$

$$\overline{A \cap B \cup C}$$

$$= A \cap (A \cup C) = A \cap (B \cup C)$$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$= (A \cap B) \cup (B \cap C)$$

$$= (B \cap A) \cup (B \cap C)$$

$$= B \cap (A \cup C)$$

$$= B \cap (B \cup C)$$

$$= B$$

Terbukti. $A \cap C = B \cap C \rightarrow A \neq B$



1. > Relasi R pada himpunan \mathbb{Z} didefinisikan $x R y$ apabila $x - y$ kelipatan 5.

Akan ditunjukkan R adl relasi ekuivalen di \mathbb{Z} artinya \mathbb{Z} bersifat refleksif dan bersifat simetris dan bersifat transitif.

(1) Akan dibuktikan R bersifat refleksif artinya

$$\forall x, x \in \mathbb{Z} \rightarrow x R x$$

$x - x$ kelipatan 5

Bukti :

Ambil sebarang $x, x \in \mathbb{Z}$, akan ditunjukkan $x R x$ artinya $x - x$ kelipatan 5

$$\text{Adit } x - y = 5 \cdot k \quad \exists k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Pilih } x - x = 0$$

$$= 5 \cdot 0$$

Jadi $x - x$ kelipatan 5 maka $x R x$, Terbukti

(2) Akan dibuktikan R bersifat simetri di \mathbb{Z}

Artinya $\forall x, y \in \mathbb{Z}$ dan $x R y \rightarrow y R x$

Bukti

Ambil sebarang $x, y \in \mathbb{Z}$ dan $x R y$

Adit $y R x$

$$\Rightarrow y - x \text{ kelipatan 5}$$

$$\Rightarrow y - x = 5 \cdot l_0, \exists l_0 \in \mathbb{Z}$$

$$x R y \rightarrow x - y \text{ kelipatan 5}$$

$$x - y = 5 \cdot k_0 \quad \exists k_0 \in \mathbb{Z}$$

Pilih (-1)

$$(-1)(x - y) = (-1)5 \cdot k_0 \quad \exists k_0 \in \mathbb{Z}$$

$$y - x = 5 \cdot (-k_0) \quad \exists k_0 \in \mathbb{Z}$$

> Pilih $l_0 = -k_0$

$$y - x = 5 \cdot l_0, \exists l_0 = -k_0 \in \mathbb{Z}$$

Terbukti

(3) Akan dibuktikan R bersifat transitif di \mathbb{Z}

Artinya $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$ jika xRy , dan yRz maka xRz

Bukti:

Ambil sebarang $x, y, z \in \mathbb{Z}$ dan xRy dan yRz adit xRz

xRy artinya $x - y$ kelipatan 5 $\leftrightarrow x - y = 5 \cdot k_0 \exists k_0 \in \mathbb{Z}$

yRz artinya $y - z$ kelipatan 5 $\leftrightarrow y - z = 5 \cdot l_0 \exists l_0 \in \mathbb{Z}$ +

$$(x+y) \quad x - z = 5(k_0 + l_0) \exists k_0, l_0 \in \mathbb{Z}$$

Pilih $m_0 = k_0 + l_0 \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow x - z = 5 \cdot m_0 \exists m_0 = k_0 + l_0 \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow x - z$ kelipatan 5

$\Rightarrow xRz$ Terbukti