Aplikasi PSO

Kuliah : 04 Oktober 2021

Mencari minimum fungsi

- Jika fungsi yang akan di cari minimumnya adalah fungsi f(x)
- f(x), dimana $x^{(B)} \leq x \leq x^{(A)}$ kedua variabel tersebut menunjukkan batas bawah dan atas dari nilai x yang mungkin untuk mencapai f(x) minimum
- Penyelesaian tersebut dapat dijabarkan dalam langkah-langkah berikut

Langkah-1

- Asumsikan bahwa ukuran kelompok atau kawanan (jumlah partikel) adalah *N*.
- Untuk mengurangi jumlah evaluasi fungsi yang diperlukan untuk menemukan solusi, sebaiknya ukuran *N tidak terlalu besar, tetapi juga tidak terlalu kecil,agar ada* banyak kemungkinan posisi menuju solusi terbaik atau optimal.
- Jika terlalu kecil sedikit kemungkinan menemukan posisi partikel yang baik. Terlalu besar juga akan membuat perhitungan jadi panjang. Biasanya digunakan ukuran kawanan adalah 20 sampai 30 partikel.

Langkah-2

- Bangkitkan bilangan x dalam rentang $x^{(B)}$ samapai dengan $x^{(A)}$ secara random, sehingga diperoleh nilai $x_1, x_2, x_3 \ldots., x_N$
- Partijek j dan kecepatannya pada ietrasi ke-i, dinotasikan sebagai x_j (i) dan v_j (i) , sehingga partikel awal dapat dinotasikan
- $x_1(0), x_2(0), x_3(0), \ldots., x_N(0)$, dan $V_1(0), V_2(0), \ldots., V_N(0)$
- Selanjutnya dilakukan evaluasi fungsi tujuan/minimum/maksimum (tergantung kasus) untuk setiap pertikelnya yang dinyatakan
- $f(x_1(0)), f(x_2(0)), f(x_3(0)), \ldots., f(x_N(0))$

Langkah-3

- Hitung kecepatan dari semua partikel.
- Semua partikel bergerak menuju titik optimal dengan suatu kecepatan tertentu.
- Awalnya semua kecepatan dari partikel diasumsikan sama dengan nol.
- Set iterasi $i = 1$.

Langkah-4

- Pada iterasi ke-i, temukan 2 parameter penting untuk setiap partikel *j yaitu:*
- Nilai terbaik dari $x_j(i)$ dinyatakan dalam $P_{best,j}$, dengan nilai fungsi tujuan yang paling rendah (jika kasus minimisasi), $f(x_j(i))$, dari sebuah partikel j pada semua iterasi sebelumnya.
- Nilai terbaik untuk semua partikel xj(i) yang ditemukan sampai pada ieterasi ke-i, G_{best} , dengan nilai funsgi tujuan diatara semua partikel untuk semua iterasi sebelumnya, $f(x_j(i))$.

- Hitung kecepatan partikel j pada ieterasi ke-1 dengan persamaan :

  $V_j(i)=V_j(i-1) + c_1 r_1 [P_{best,j} - x_j(i-1)] + c_2 r_2 [G_{best} - x_j(i-1)],$

  $j=1,2....,N$

- Dimana c1,c2 masing-masing adalah learning rates untuk kemampuan individu (cognitive) dan pengaruh sosial (swarm), dan r1 dan r2 bilangan random yang berdistribusi uniform dalam interval [0 1].

- Hitung posisi dari partikel

  $x_j(i) = x_j(i-1)+V_j(i)$

  Evaluasi nilai fungsi tujuan untu setiap partikel, $f(x_1(i))....f(x_N(i))$

Langkah-5

- Cek apakah solusi yang sekarang sudah konvergen.
- Jika posisi semua partikel menuju ke satu nilai yang sama, maka ini disebut konvergen.
- Jika belum konvergen maka langkah 4 diulang dengan memperbarui iterasi $i = i + 1$, *dengan cara* menghitung nilai baru dari $P_{best,j}$ *dan* G_{best}
- Proses iterasi ini dilanjutkan sampai semua partikel menuju ke satu titik solusi yang sama.
- Biasanya akan ditentukan dengan kriteria penghentian (stopping criteria).
- Misalnya jumlah selisih solusi sekarang dengan solusi sebelumnya sudah sangat kecil.

Contoh Kasus

- Tentukan nilai x untuk memperoleh Minimum dari fungsi berikut :

  $f(x)=(100-x)^2$

- jika nilai x berada dalam rentang : $60 \leq x \leq 120$.

- Langkah 1 :
- Tentukan jumlah partikel, Misal N=4
- Tentukanlan populasi awal secara random, misalkan diperoleh :
- $X_1(0)$ =80
- $x_2(0)$ =90
- $X_3(0)$ = 110
- $X_4(0)$ = 75

- Langkah-2 :
- Evaluasi nilai fungsi tujuan pada setiap partikel
- $F1=f(80) = 400$
- $F2=f(90)=100$
- $F3=f(110)=100$
- $F4=f(75)=625$

- Langkah-3
- Tentukan kecepatan awal dari semua partikel $v1(0)=v2(0)=v3(0)=v4(0)=0$
- Tetapkan iterasi i=1, lalu ke langkah no 4

- Langkah-4
- Temukan
- Pbest1 = 80
- Pbest2=90
- Pbest3=110
- Pbest4=75;
- Gbest = 90
- Hitung kecepatan pada i=1, c1=c2=1, bilangan randomnya r1=0.4 dan r=0.5

- $V_j(i)=V_j(i-1) + c_1r_1[P_{best,j} – x_j(i-1)] + c_2r_2[G_{best}-x_j(i-1)]$
- Diperoleh :
- V1(1) = 0 +0.4(80-80) + 0.5(90-80)=5
- V2(1) = 0 + 0.4(90-90) + 0.5(90-90)=0
- V3(1) = 0 + 0.4(110-110)+0.5(90-110)=-10
- V4(1)=0+0.4(75-75)+0.5(90-75)=7.5

- X1(1) = 80+5=85
- X2(1)=90+0=90
- X3(1)=110-10=100
- X4(1)=75+7.5 = 82.5

- Langkah-5
- Evaluasi nilai fungsi untuk masing-masing partikel $x_i(1)$

Sekarang	Sebelumnya
F1(1)=f(85)=225	F1=f(80) = 400
F2(1)=f(90)=100	F2=f(90)=100
F3(1)=f(100)=0	F3=f(110)=100
F4(1)=f(82.5)=306.25	F4=f(75)=625

- Nilai f dari ieterasi sebelumnya tidak ada yang lebih baik, sehingga Pbes untuk masing-masing partikel sama dengan nilai x-nya, Gbest =100

- Lakukan langkah yang sama untuk iterasi berikutnya
- Pbest, 1 = 85
- Pbest,2 = 90
- Pbest,3 = 100
- Pbest,4 = 82.5
- Gbest = 100
- Hitung kecepatan baru dengan r1=0.3 dan r2=0.6

- V1(2) = 5+0.3(85-85) + 0.6(100-85)=14
- V2(2) = 0 + 0.3(90-90) + 0.6(100-90)=6
- V3(2) = 10 + 0.3(100-100) + 0.6(100-100)=-10
- V4(2) = 7.5 + 0.3(82.5-82.5) + 0.6(100-82.5) =18
- Sehingga diperoleh :
- X1(2) = 8514 =99
- X2(2)=90+6=96
- X3(2)=100-10 = 90
- X4(2)=82.5+18 =100.5

- Evaluasi fungsi tujuan
- F1(2) = f(99)=1
- F2(2) =f(96)=16
- F3(2) = f(90)=100
- F4(2) = f(100.5)=0.25
- Jika mengacu pada nilai f sebelumnya, ada nilai yang lebih baik dari f sekarang, yaitu f3(1)=-0, sehingga Pbest,3 =100, dan Gbest dicari dari minimum (1,16,0,0.25)=0, yang dicapai pada x3(1)=100, sehingga untuk iterasi berikutnya
- Pbset =(99,96,100,100.5) dan Gbest =100

Iterasi ke-2 **F1(2)=f(99)=1** **F2(2)=f(96)=16** **F3(2)=f(90)=100** **F4(2)=f(100.5)=0.25**	**Iterasi ke-1** **F1(1)=f(85)=225** **F2(1)=f(90)=100** **F3(1)=f(100)=0** **F4(1)=f(82.5)=306.25**
Iterasi ke-0 **F1(0)=f(80) = 400** **F2(0)=f(90)=100** **F3(0)=f(110)=100** **F4(0)=f(75)=625**	

Modifikasi PSO

- Persamaan kecepatan dalam PSO, menjadikan pergerakan partikel dalam mencapai maksimum/minimum/tujuan terlalu cepat, bahkan kadang nilai maksimum/minimum/tujuan sering terlewati.
- Maka perlu dilakukan perbaikan dengan cara melakukan perubahan dalam persamaan update kecepatan untuk maisng-masing partikel.

- Perbaikan itu berupa penambahan suatu term inersia θ *untuk mengurangi kecepatan pada* formula update kecepatan.
- Biasanya nilai θ *dibuat sedemikian hingga semakin besar iterasi* yang dilalui, semakin mengecil kecepatan partikel. Nilai ini bervariasi secara linier dalam rentang 0.9 hingga 0.4. Secara matematis perbaikan ini bisa dituliskan
- $V_j(i)=\theta V_j(i-1) + c_1 r_1 [P_{best,j} - x_j(i-1)] + c_2 r_2 [G_{best} - x_j(i-1)]$,

- Bobot inersia ini diusulkan oleh Shi and Eberhart [1998] untuk meredam kecepatan selama iterasi, yang memungkinkan kawanan burung menuju (converge) titik target secara lebih akurat dan efisien dibandingkan dengan algoritma aslinya.
- Nilai bobot inersia yang tinggi menambah porsi pencarian global (global exploration), sedangkan nilai yang rendah lebih menekankan pencarian lokal (local search).
- Untuk tidak terlalu menitikberatkan pada salah satu bagian dan tetap mencari area pencarian yang baru dalam ruang berdimensi tertentu, maka perlu dicari nilai bobot inersia (θ) *yang secara imbang menjaga pencarian global dan lokal.*

- Untuk mencapai itu dan mempercepat konvergensi, suatu bobot inersia yang mengecil nilainya dengan bertambahnya iterasi digunakan dengan formula.

Tugas Kelompok

- Silahkan diselesaikan dengan PSO, untuk masalah maksimasi (mencari nilai maksimum) dari sebuah fungsi sebagai berikut:
- maximum dari, $y = f(x) = -x^2 + 14x - 13$, $0 \le x \le 15$
- Grafik dari fungsi tersebut :
- Nilai maksimum fungsi adalah y=36 pada x=7.