

Definisi Formal Limit



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menjelaskan definisi formal limit
2. Membuktikan limit dengan menggunakan definisi formal limit



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Definisi : (pengertian limit secara intuisi)

Mengatakan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti bahwa jika x dekat tapi berbeda dengan c maka $f(x)$ dekat dengan L

Apa makna dekat ?

Bilamana dua buah titik dikatakan dekat ?

Bagaimana mengatakannya dengan menggunakan notasi dalam matematika ?



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Definisi : (pengertian limit secara intuisi)

Mengatakan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti bahwa jika x dekat tapi berbeda dengan c maka $f(x)$ dekat dengan L

Misalkan c suatu bilangan dan $\delta > 0$ (kecil)
Himpunan semua x yang jaraknya dari c kurang dari δ dan $x \neq c$ ditulis sebagai :

Jika di gambar :

Jika x dekat tapi berbeda dengan c maka $f(x)$ dekat dengan L
dapat ditulis dengan

Misalkan L suatu bilangan dan $\varepsilon > 0$ (kecil)
Himpunan semua $f(x)$ yang jaraknya dari L kurang dari ε ditulis sebagai :

Jika di gambar :

Pertanyaan seberapa dekat (berapa δ , ε) dalam definisi limit itu ? Adakah hubungan antara δ dan ε ?

Untuk dapat mengatakan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$, yang diinginkan adalah :
seberapa pun kecilnya ε (sekecil apapun kita mengambil eror pengukuran L), kita selalu bisa mendapatkan δ cukup kecil (menetapkan eror pengukuran c cukup kecil) sehingga untuk setiap x yang berada dalam toleransi eror pengukuran c sebesar δ maka $f(x)$ berada dalam toleransi eror pengukuran sebesar ε

<https://www.geogebra.org/m/ptsqztrt>

Definisi : $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

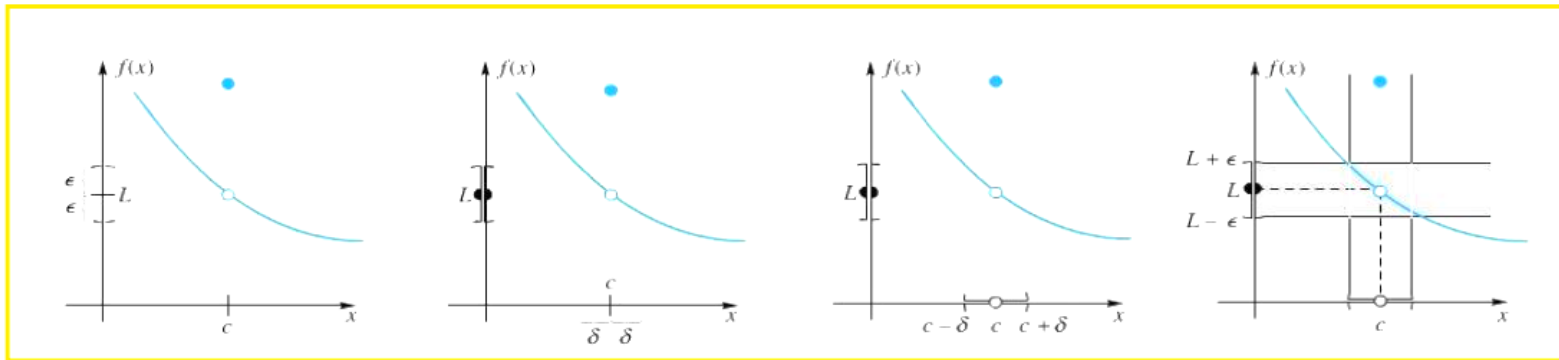
Definisi

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

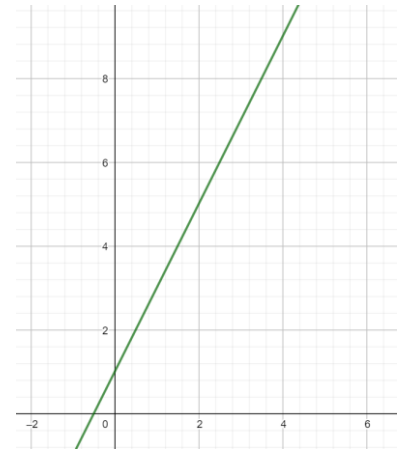
berarti

Untuk semua $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$ sehingga untuk setiap $x \in D_f$ dengan

$$0 < |x - c| < \delta \text{ berlaku } |f(x) - L| < \varepsilon$$



Bagaimana menunjukkan $\lim_{x \rightarrow 3} 2x + 1 = 7$?



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Definisi

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$$

berarti

Untuk semua $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta(\varepsilon) > 0$ sehingga untuk setiap $x \in D_f$ dengan

$$0 < x - c < \delta \text{ berlaku } |f(x) - L| < \varepsilon$$



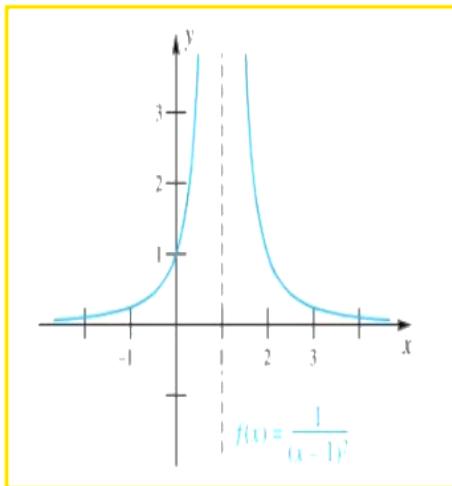
UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Buktikan bahwa $\lim_{x \rightarrow 0^+} |x| = 0$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$$



x dekat dengan 1, $x \neq 1$ maka $f(x) \gggggg$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

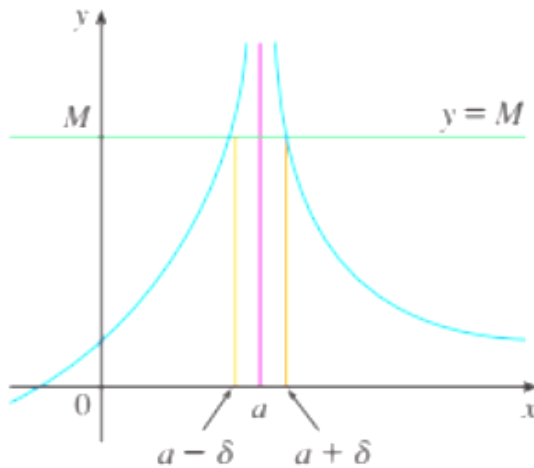
Definisi

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \infty$$

berarti

Untuk semua $M > 0$ terdapat $\delta(M) > 0$ sehingga untuk setiap $x \in D_f$ dengan

$$0 < |x - c| < \delta \text{ berlaku } f(x) > M$$



<https://www.geogebra.org/m/akmwquhd>

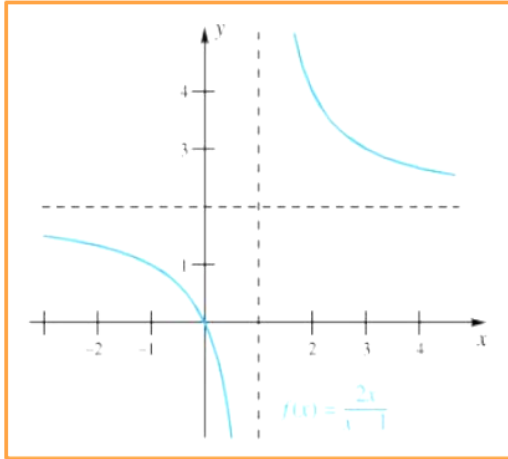


UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Buktikan bahwa $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} = \infty$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{x-1} = +\infty$$

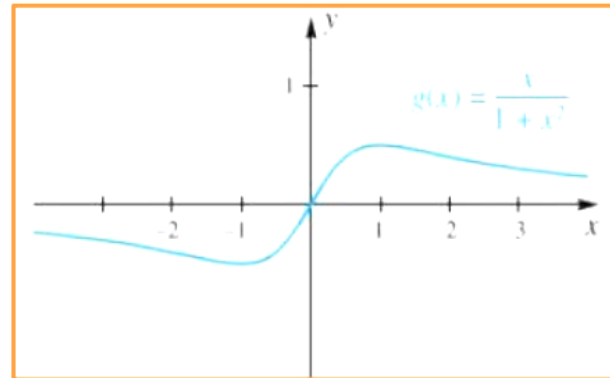
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{x-1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{x-1} \text{ tidak ada}$$

Pikirkan definisi formal untuk $\lim_{x \rightarrow c^\pm} f(x) = \pm\infty$



x	$\frac{x}{1+x^2}$
10	0.099
100	0.010
1000	0.001
10000	0.0001
↓	↓
∞	?



$x \ggggg$ maka $f(x)$ dekat dengan 0

$x \lllll$ maka $f(x)$ dekat dengan 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+x^2} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{1+x^2} = 0$$



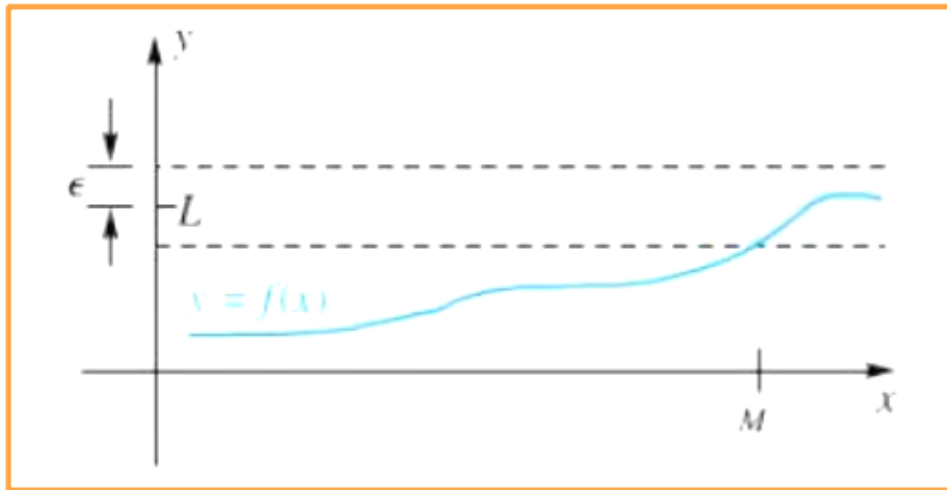
Definisi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$$

berarti

Untuk semua $\varepsilon > 0$ terdapat $M > 0$ sehingga untuk setiap $x \in D_f$ dengan

$$x > M \text{ berlaku } |f(x) - L| < \varepsilon$$



<https://www.geogebra.org/m/djzfcfhc>

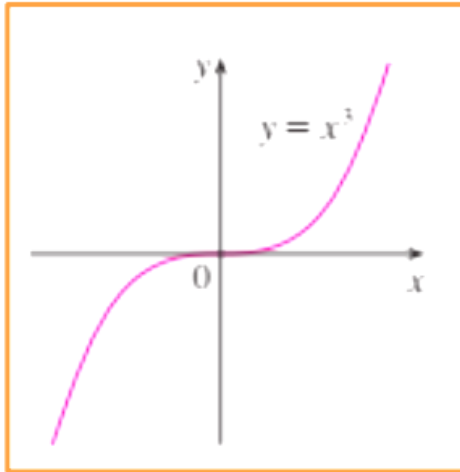


UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Buktikan bahwa $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^k} = 0$, k bilangan bulat positif



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



$x \gggggg$ maka $f(x) \gggggggg$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty$$

$x \lllllll$ maka $f(x) \lllllllll$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

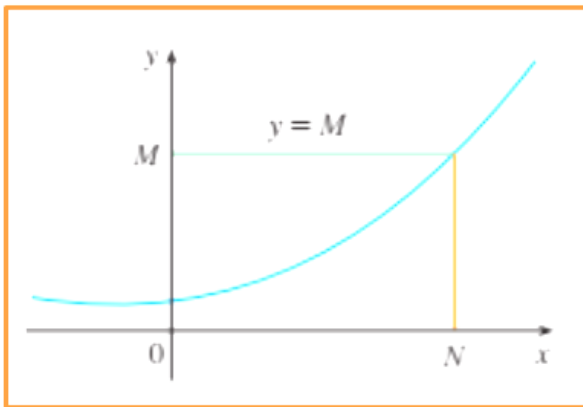
Definisi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

berarti

Untuk semua $M > 0$ terdapat $N > 0$ sehingga untuk setiap $x \in D_f$ dengan

$$x > N \text{ berlaku } f(x) > M$$



<https://www.geogebra.org/m/djzfcfhc>



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Buktikan bahwa $\lim_{x \rightarrow \infty} x^k = \infty$, k bilangan bulat positif



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET