Kelompok 5

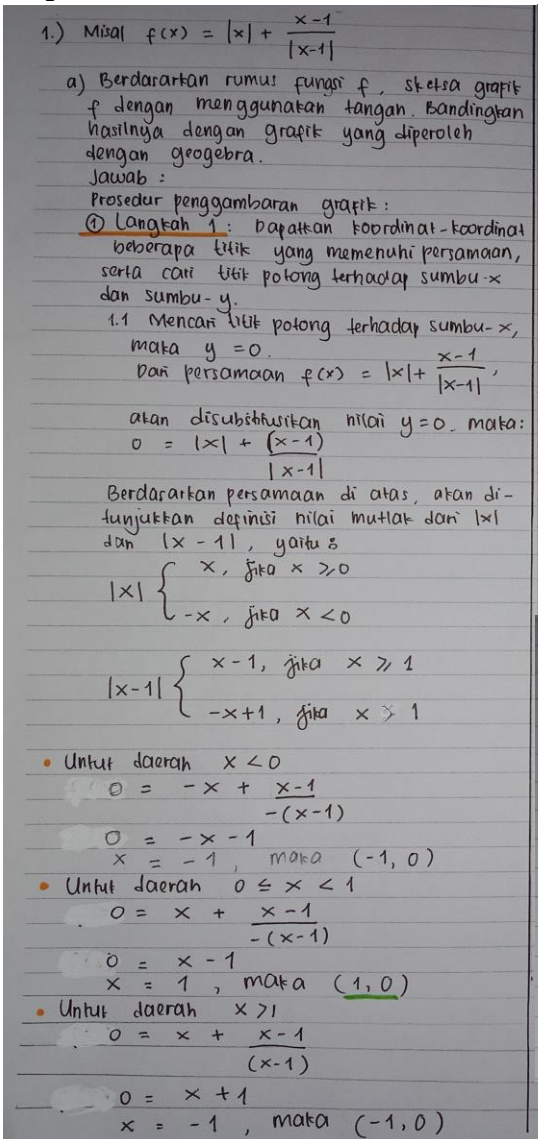
Anggota :

1. Alifta Nurillah Kosasih (K1321009)
2. Canting Muktiningrum (K1321027)
3. Dilla Aulia Ramadhanti (K1321031)
4. Hasna Aisya Naura (K1321043)
5. Nabila Qoyumma Munif (K1321057)
6. Ratna Ainun Nuraini (K1321067)
7. Ruqoyyatul Ulya Ummul Uluum (K1321073)
8. Wulan Ramadhany (K1321079)

Hasil Diskusi

1. Misal $f(x) = |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$
   a. Berdasarkan rumus fungsi f , sketsa grafik f dengan menggunakan tangan. Bandingkan hasilnya dengan grafik yang diperoleh dengan Geogebra!
   b. Gunakan definisi limit secara intuitif (gunakan grafik) untuk menentukan : $\lim_{x \to 0} f(x)$ dan $\lim_{x \to 1} f(x)$
   Jawab :

a. Berdasarkan rumus fungsi f , sketsa grafik f dengan menggunakan tangan melalui langkah berikut ini :



1.) Misal $f(x) = |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$

a) Berdasarkan rumus fungsi f, sketsa grafik f dengan menggunakan tangan. Bandingkan hasilnya dengan grafik yang diperoleh dengan geogebra.

Jawab :

Prosedur penggambaran grafik :

① Langkah 1 : Dapatkan koordinat-koordinat beberapa titik yang memenuhi persamaan, serta cari titik potong terhadap sumbu-x dan sumbu-y.

1.1 Mencari titik potong terhadap sumbu-x, maka $y = 0$.

Dari persamaan $f(x) = |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$, akan disubstitusikan nilai $y = 0$, maka:

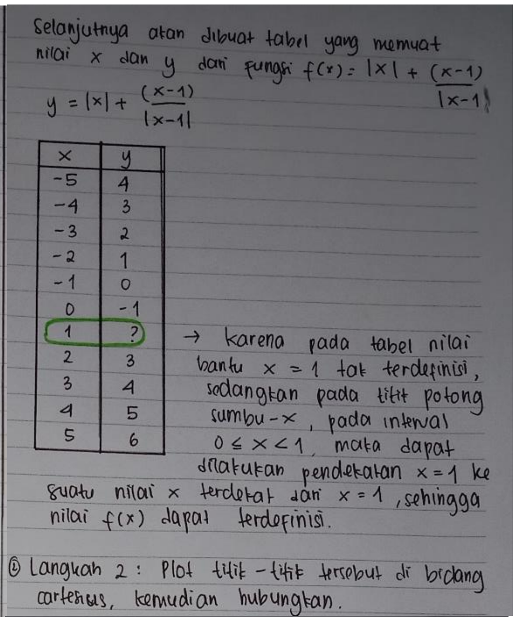
$$0 = |x| + \frac{(x-1)}{|x-1|}$$

Berdasarkan persamaan di atas, akan ditunjukkan definisi nilai mutlak dari $|x|$ dan $|x-1|$, yaitu :

$$|x| \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

$$|x-1| \begin{cases} x-1, & \text{jika } x \geq 1 \\ -x+1, & \text{jika } x < 1 \end{cases}$$

- Untuk daerah $x < 0$
  $0 = -x + \frac{x-1}{-(x-1)}$
  $0 = -x - 1$
  $x = -1$, maka $(-1, 0)$
- Untuk daerah $0 \leq x < 1$
  $0 = x + \frac{x-1}{-(x-1)}$
  $0 = x - 1$
  $x = 1$, maka $(1, 0)$
- Untuk daerah $x > 1$
  $0 = x + \frac{x-1}{(x-1)}$
  $0 = x + 1$
  $x = -1$, maka $(-1, 0)$



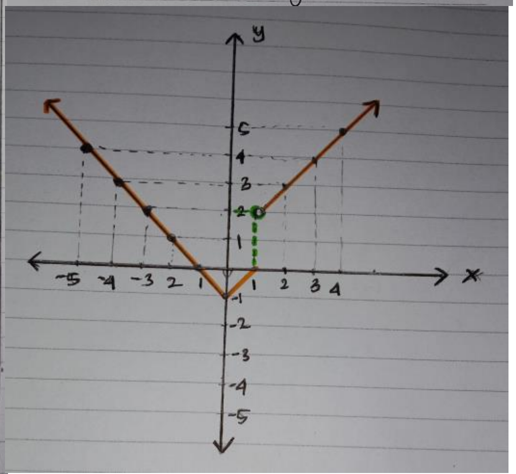
Selanjutnya akan dibuat tabel yang memuat nilai x dan y dari fungsi $f(x) = |x| + \frac{(x-1)}{|x-1|}$

$$y = |x| + \frac{(x-1)}{|x-1|}$$

x	y
-5	4
-4	3
-3	2
-2	1
-1	0
0	-1
1	?
2	3
3	4
4	5
5	6

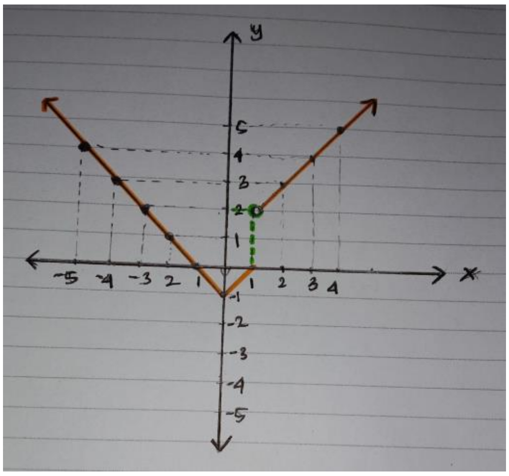
→ karena pada tabel nilai bantu $x = 1$ tak terdefinisi, sedangkan pada titik potong sumbu-x, pada interval $0 \leq x < 1$, maka dapat dilakukan pendekatan $x = 1$ ke suatu nilai x terdekat dari $x = 1$, sehingga nilai $f(x)$ dapat terdefinisi.

② Langkah 2 : Plot titik-titik tersebut di bidang cartesius, kemudian hubungkan.

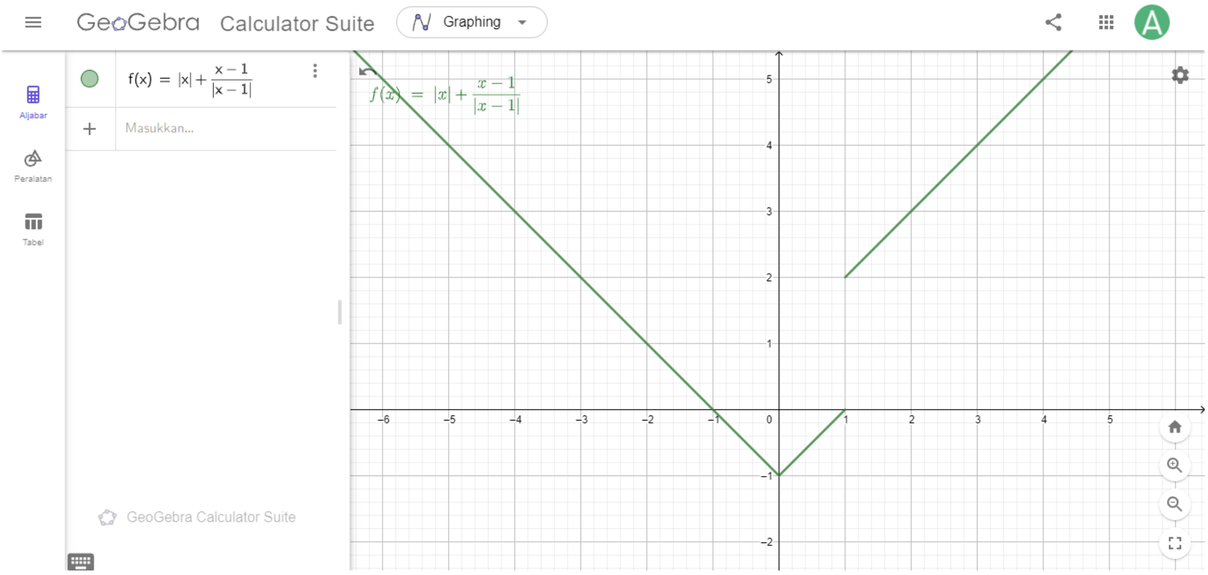


Membandingkan hasil sketsa grafik f dengan menggunakan tangan dengan grafik yang diperoleh dengan Geogebra sebagai berikut :

- Sketsa grafik f dengan menggunakan tangan



- Sketsa grafik f dengan menggunakan Geogebra



Diperoleh kesimpulan dari perbandingan kedua hasil sketsa grafik f, yaitu :

Jadi, intinya adalah $x = 1$ tak terdefinisi. Sehingga akan diuji dengan melakukan pendekatan pada suatu bilangan ketika x mendekati 1.

Gunakan pendekatan pada $x > 1$ sehingga x yang terdekat dengan 1 adalah 1,00001 maka akan diperoleh $f(x)$ mendekati suatu bilangan tertentu, yaitu $f(x) = 2{,}00001 \approx 2$. Dengan demikian, diperoleh x mendekati 1, maka $f(x)$ mendekati 2 sehingga diperoleh titik $(1, 2)$ dalam grafik geogebra.

b. Menggunakan definisi limit secara intuitif (gunakan grafik) untuk menentukan : $\lim_{x\to 0} f(x)$ dan $\lim_{x\to 1} f(x)$

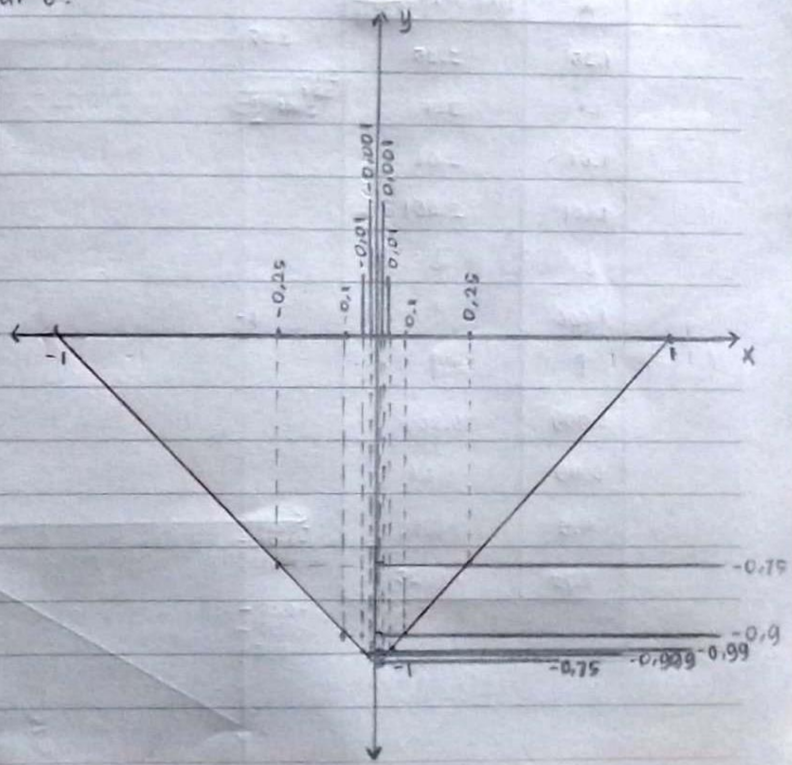
Untuk $\lim_{x\to 0} f(x)$:

Untuk $\lim_{x\to 0} f(x) \Longleftrightarrow \lim_{x\to 0} |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$

Kita dapat membuat $f(x)$ mendekati $|x| + \frac{x-1}{|x-1|}$ dengan cara mengambil nilai x dekat dengan 0 tetapi tidak sama dengan 0.

Berikut beberapa nilai $f(x)$ dan grafik fungsi f, untuk $f(x) = |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$ dengan x di sekitar 0.

x	$y = \lvert x\rvert + \frac{x-1}{\lvert x-1\rvert}$
0.25	-0.75
0.1	-0.9
0.01	-0.99
0.001	-0.999
↓	↓
0	?
↑	↑
-0,001	-0,999
-0,01	-0,99
-0,1	-0,9
-0.25	-0,75



Maka dapat dilihat bahwa saat x dibuat mendekati 0, nilai $f(x)$ mendekati -1.

Sehingga $\lim_{x\to 0} |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$ sama dengan -1

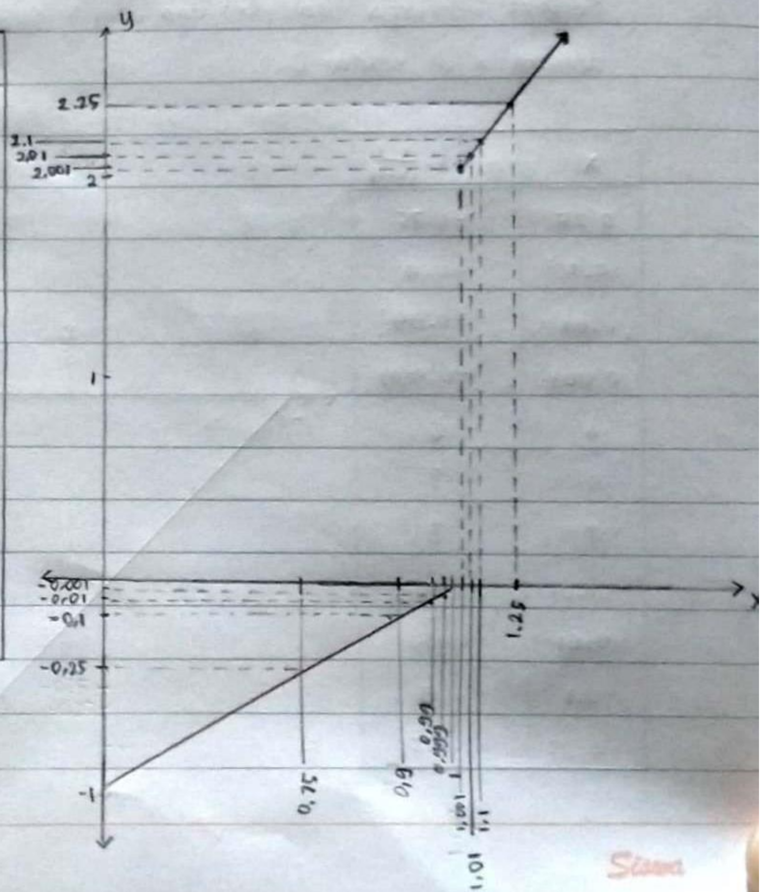
Untuk $\lim_{x \to 1} f(x)$:

$\Longrightarrow$ Untuk $\lim_{x \to 1} f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \to 1} |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$

Kita dapat membuat $f(x)$ mendekati $|x| + \frac{x-1}{|x-1|}$ dengan cara mengambil nilai x dekat dengan 1 tetapi tidak sama dengan 1

Berikut beberapa nilai $f(x)$ dan grafik fungsi f, untuk $f(x) = |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$ dengan x di sekitar 1

x	$f(x) = \lvert x \rvert + \frac{x-1}{\lvert x-1 \rvert}$
1.25	2.25
1.1	2.1
1.01	2.01
1.001	2.001
↓	↓
1.000	?
↑	↑
0,999	-0.001
0.99	-0.01
0.9	-0.1
0.75	-0.25



Maka dapat dilihat bahwa saat x dibuat mendekati 1, nilai $f(x)$ tidak mendekati nilai yang sama.

Sehingga $\lim_{x \to 1} |x| + \frac{x-1}{|x-1|}$ tidak ada

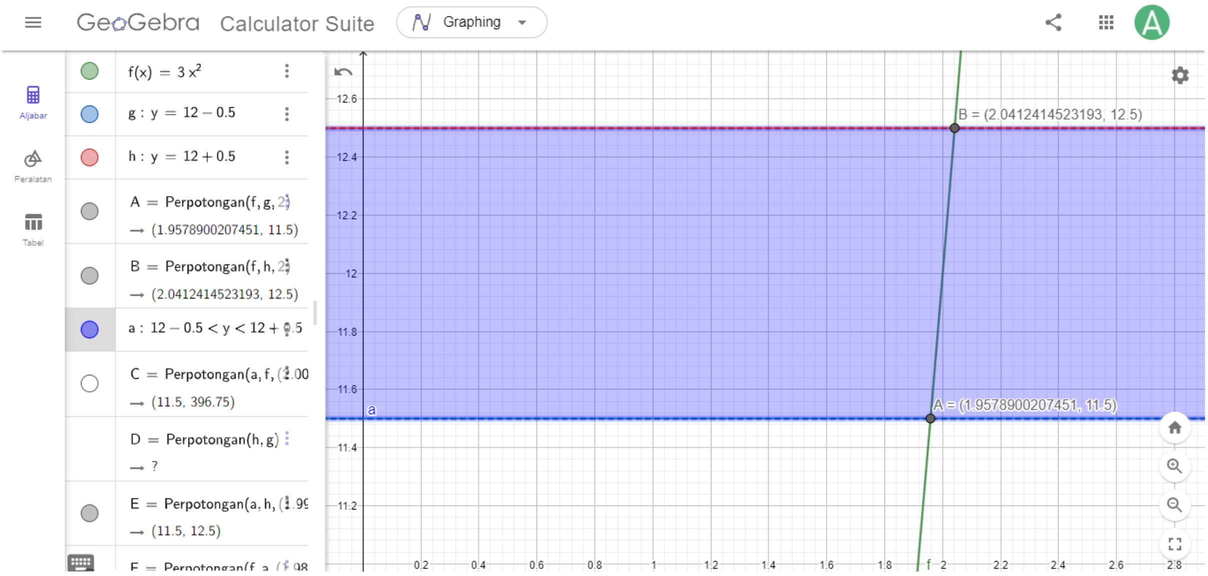
2. Gunakan Geogebra untuk mengestimasi jarak x ke 2 agar jarak $f(x) = 3x^2$ ke 12 kurang dari :

   a. 0,5   b. 0,05   c. 0,005

   Jawab :

   a. Mengestimasi jarak x ke 2 agar jarak $f(x) = 3x^2$ ke 12 kurang dari 0,5

   Tinjau grafik $y = f(x) = 3x^2$ pada gambar berikut ini. Kita akan mencoba menentukan seberapa dekat x ke 2 untuk menjamin $f(x)$ jaraknya ke 12 kurang dari 0,5.



Dari gambar di atas, terlihat bahwa jika $1,9578900207451 < x < 2,0412414523193$, maka jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,5. Tapi, kita ingin mengatakan seberapa dekat jarak x dengan 2 agar jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,5.
Perhatikan bahwa jarak 1,9578900207451 dengan 2 adalah 0,0421099792549 dan jarak 2,0412414523193 dengan 2 adalah 0,0412414523193. Kita harus memilih yang lebih kecil diantara 0,0421099792549 dan 0,0412414523193 sehingga kita bisa mengatakan jarak x denga 2 kita buat kurang dari 0,0412414523193 agar jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,5.
Dengan menggunakan nilai mutlak, kita katakan bahwa agar $|f(x) - 12| < 0,5$ kita tetapkan $|x - 2| < 0,0412414523193$

b. Mengestimasi jarak x ke 2 agar jarak $f(x) = 3x^2$ ke 12 kurang dari 0,05

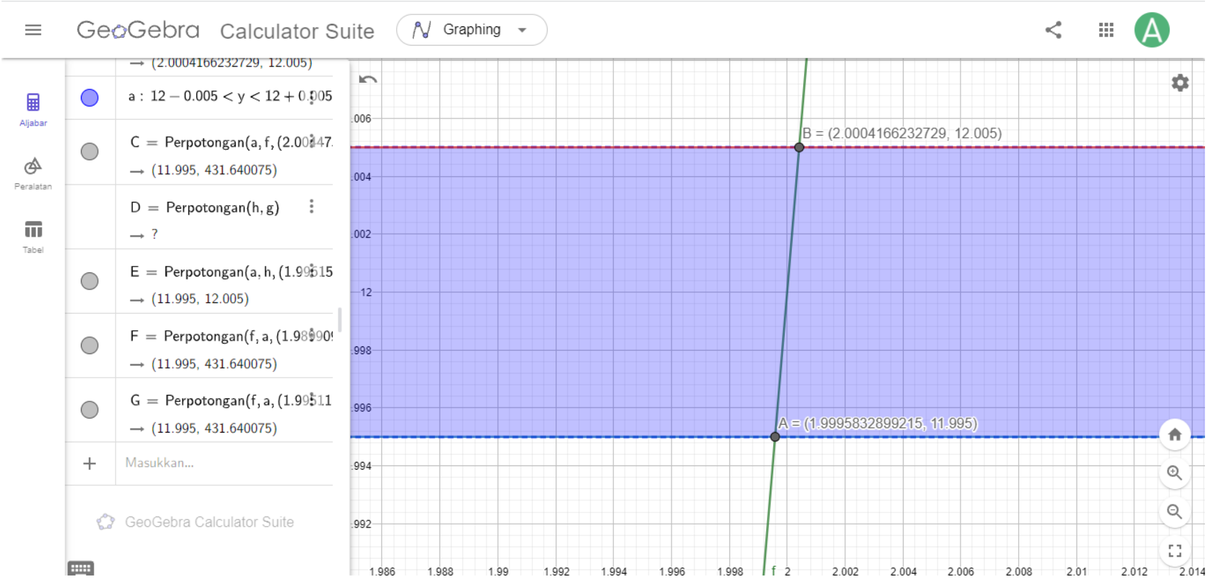
Tinjau grafik $y = f(x) = 3x^2$ pada gambar berikut ini. Kita akan mencoba menentukan seberapa dekat x ke 2 untuk menjamin $f(x)$ jaraknya ke 12 kurang dari 0,05.

Dari gambar di atas terlihat bahwa jika $1{,}9958289839897 < x < 2{,}0041623354077$, maka jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,05. Tapi, kita ingin mengatakan seberapa dekat jarak x dengan 2 agar jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,05. Perhatikan bahwa jarak 1,9958289839897 dengan 2 adalah 0,0041710160103 dan jarak 2,0041623354077 dengan 2 adalah 0.0041623354077. Kita harus memilih yang lebih kecil di antara 0,0041710160103 dan 0.0041623354077 sehingga kita bisa mengatakan jarak x dengan 2 kita buat kurang dari 0.0041623354077 agar jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,05.

Maka, dengan menggunakan nilai mutlak, kita katakan bahwa agar
$|f(x) - 12| < 0{,}05$ kita tetapkan $|x - 2| < 0.0041623354077$.

c. Mengestimasi jarak x ke 2 agar jarak $f(x) = 3x^2$ ke 12 kurang dari 0,005

Tinjau grafik $y = f(x) = 3x^2$ pada gambar berikut ini. Kita akan mencoba menentukan seberapa dekat x ke 2 untuk menjamin $f(x)$ jaraknya ke 12 kurang dari 0,005.



Dari gambar di atas terlihat bahwa jika $1{,}9995832899215 < x < 2{,}0004166232729$, maka jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,005. Tapi, kita ingin mengatakan seberapa dekat jarak x dengan 2 agar jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,005. Perhatikan bahwa jarak $1{,}9995832899215$ dengan 2 adalah $0{,}0004167100785$ dan jarak $2{,}0004166232729$ dengan 2 adalah 0.0004166232729. Kita harus memilih yang lebih kecil di antara $0{,}0004167100785$ dan 0.0004166232729 sehingga kita bisa mengatakan jarak x dengan 2 kita buat kurang dari 0.0004166232729 agar jarak $f(x)$ ke 12 kurang dari 0,005.

Maka, dengan menggunakan nilai mutlak, kita katakan bahwa agar $|f(x) - 12| < 0{,}005$ kita tetapkan $|x - 2| < 0.0004166232729$.