TUGAS PROYEK 1 “LOGIKA MATEMATIKA”

MATA KULIAH DASAR-DASAR MATEMATIKA

Dosen Pengampu:

Drs. Ponco Sujatmiko, M.Si.

Disusun Oleh:

KELOMPOK 3

1. Charyta Putri Martianto	K1321028
2. Fathul Munawaroh	K1321038
3. Heni Setiyowati	K1321044
4. Muhammad Rizky Ardi N	K1321056
5. Rayhan Akmal Hidayat	K1321068
6. Rosyida Syafa Khoira	K1321072
7. Salma Cahya Romadhani	K1321074
8. Zulfa Mubina Pawitrasari	K1321082

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS SEBELAS MARET SURAKARTA

2021/2022

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

a. Pendahuluan Logika

Logika merupakan studi penalaran yaitu cara berpikir dengan mengembangkan sesuatu berdasarkan akal budi, bukan dari perasaan atau pengalaman.

Logika membantu membedakan suatu pernyataan valid/tidak, juga digunakan untuk membuktikan teorema dalam matematika.

b. Jenis Kalimat

Kalimat tertutup adalah kalimat lengkap yang bukan kalimat tanya yang nilai kebenarannya sudah pasti

Kalimat terbuka adalah kalimat lengkap yang bukan kalimat tanya yang nilai kebenarannya tidak bisa ditentukan benar atau salahnya

c. Konjungsi, Disjungsi, dan Negasi

Misalkan p dan q adalah proposisi.

Konjungsi p dan q dinyatakan dengan notasi $p \wedge q$, adalah proposisi "p dan q."

p	**q**	**$p \wedge q$**
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Disjungsi p atau q dinyatakan dengan notasi $p \vee q$, adalah proposisi "p atau q."

p	**q**	**$p \vee q$**
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Negasi dari p dinyatakan dengan notasi p adalah proposisi "tidak p"

p	**~p**
B	S
S	B

d. Implikasi dan Bi-implikasi

Implikasi. Misalkan p dan q adalah proposisi. Proposisi majemuk "Jika p maka q" disebut proposisi bersyarat (implikasi) dan dinotasikan dengan (p→q).

p	**q**	**p→q**
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Bi-implikasi. Misalkan p dan q adalah proposisi. Proposisi majemuk "p jika dan hanya jika q" disebut bi-implikasi dan dinotasikan dengan (p↔q)

p	**q**	**p↔q**
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

e. Negasi dari konjungsi, disjungsi, implikasi, dan biimplikasi

Negasi dari konjungsi p ∧ q dinotasikan dengan ~(p ∧ q), yaitu ~p ∨ ~q . Hal ini dapat ditunjukkan dengan tabel kebenaran sebagai berikut

p	**q**	**~p**	**~q**	**p ∧ q**	**~(p∧ q)**	**~p ∨ ~q**
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	B	S	S	B	B
S	S	B	B	S	B	B

Negasi dari disjungsi p ∨ q dinotasikan dengan ~(p ∨ q), yaitu ~p ∧ ~q. Hal ini dapat ditunjukkan dengan tabel kebenaran sebagai berikut

p	q	~p	~q	p ∨ q	~(p∨ q)	~p ∧ ~q
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	B	S	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	B	B

Negasi dari implikasi p→q dinotasikan dengan ~(p→q), yaitu p ∧ ~q. Hal ini dapat ditunjukkan dengan tabel kebenaran sebagai berikut

p	q	~p	~q	p→q	~(p→q)	p ∧ ~q
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	B	S	S

Negasi dari bi-implikasi p↔q dinotasikan dengan ~(p↔q), yaitu (p ∧ ~q) ∨ (**q ∧ ~p**). Hal ini dapat ditunjukkan dengan tabel kebenaran sebagai berikut

p	q	~p	~q	p↔q	~(p↔q)	p ∧ ~q	q ∧ ~p	(p ∧ ~q) ∨ (q ∧ ~p)
B	B	S	S	B	S	S	S	S
B	S	S	B	S	B	B	S	B
S	B	B	S	S	B	B	B	B
S	S	B	B	B	S	S	S	B

f. Konvers, Invers dan Kontraposisi

Terdapat bentuk implikasi lain yang berkaitan dengan p→q, yaitu proposisi sederhana yang merupakan varian dari bentuk implikasi.

Misalkan p dan q proposisi. Jika diketahui suatu implikasip→q, maka

-**Konvers** didefinisikan dengan q→p

-**Invers** didefinisikan dengan ~p→~q

-**Kontraposisi** didefinisikan dengan ~q→~p

Hal ini dapat ditunjukkan melalui Tabel Kebenaran.

p	**q**	**~p**	**~q**	**Implikasi (p→q)**	**Konvers (q→p)**	**Invers (~p→~q)**	**Kontraposisi (~q→~p)**
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

1.2 Tujuan Penulisan

Berdasarkan latar belakang diatas, penyusunan makalah ini bertujuan untuk:

1. Mengumpulkan pernyataan dari mata kuliah lain
2. Membuat negasi dari suatu pernyataan
3. Memahami pernyataan dalam bentuk negasi
4. Menyelesaikan tugas proyek dasar-dasar matematika

BAB II
PEMBAHASAN

2.1 Mengumpulkan Pernyataan dari Mata Kuliah Lain

1. GEOMETRI DATAR

Dua garis tegak sejajar jika dan hanya jika keduanya adalah garis-garis yang berbeda.

p = dua garis tegak sejajar, q = keduanya adalah garis-garis yang berbeda

Negasi : **$(p \land \sim q) \lor (q \land \sim p)$**

Dua garis tegak sejajar dan keduanya adalah garis yang sama **atau** kedua garis berbeda dan dua garis tidak tegak sejajar.

Pernyataan di atas adalah sebuah definisi sehingga tidak bisa dibuktikan.

2. GEOMETRI DATAR

Jika sebuah segitiga itu sama sisi, maka segitiga tersebut sama sudut.

p = sebuah segitiga itu sama sisi, q = segitiga tersebut sama sudut

Negasi : **$p \land \sim q$**

Sebuah segitiga itu sama sisi dan segitiga tersebut tidak sama sudut.

Kontraposisi : **$\sim q \rightarrow \sim p$**

Jika segitiga itu tidak sama sudut maka segitiga tersebut tidak sama sisi.

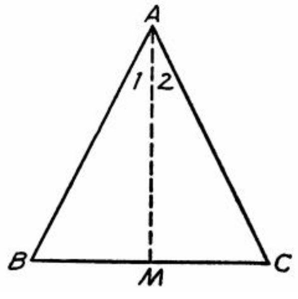
Konvers : **$q \rightarrow p$**

Jika segitiga itu sama sudut, maka segitiga tersebut sama sisi.

Invers : **$\sim p \rightarrow \sim q$**

Jika segitiga itu tidak sama sisi, maka segitiga tersebut tidak sama sudut.

Bukti:



Proposisi: jika dua sisi dari sebuah segitiga yang panjangnya sama, maka sudut sudut yang bersebrangan dengan sisi tersebut besarnya juga sama.
Misal diberikan sebuah segitiga ABC sama kaki dengan AB=AC.
akan dibuktikan bahwa sudutB=sudutC
1. Membuat garis bagi dari titik sudut A sehingga membagi sudutA1=sudutA2 sama besar dan membagi BM=MC sama panjang.
2. Kita tahu bahwa garis AM adalah garis yang saling himpit. Sehingga menyebabkan segitiga ABM kongruen dengan segitiga AMC (dengan alasan sisi.sudut.sisi yaitu AB=BC ; sudutA1=sudutA2 ; AM=AM)
3. Karena segitiga ABM kongruen dengan segitiga AMC maka juga menyebabkan sudutB=sudutC sama.
Pembuktian tersebut akan mengakibatkan pernyataan jika sebuah segitiga itu sama sisi, maka sebuah segitiga sama sudut akan bernilai benar

3. KALKULUS DIFERENSIAL

Misal $\mathbb{Z}^-$ adalah bilangan bulat negatif, $\mathbb{Z}^+$ adalah bilangan bulat positif. Semua bilangan bulat negatif kuadratnya bilangan bulat positif.

$\forall x, x \in \mathbb{Z}^- \ \exists y, y \in \mathbb{Z}^+ \ \ y = x^2$

Negasi: Ada bilangan bulat negatif kuadratnya bukan bilangan bulat positif.

$\exists x, x \in \mathbb{Z}^- \ \forall y, y \notin \mathbb{Z}^+ \ \ y = x^2$

4. GEOMETRI DATAR

Misal $\mathbb{B}$ adalah garis bagi, $\mathbb{T}$ adalah garis tinggi. Semua garis bagi segitiga sama sisi adalah garis tinggi.

$\forall x, x \in \mathbb{B} \longrightarrow x \in \mathbb{T}$

Negasi: Ada garis bagi segitiga sama sisi yang bukan garis tinggi.

$\exists x, x \in \mathbb{B} \longrightarrow x \notin \mathbb{T}$

5. KALKULUS DIFERENSIAL

Misal adalah $\mathbb{Q}$ bilangan rasional, $\mathbb{R}$ adalah bilangan real. Ada bilangan rasional diantara dua bilangan real.

$\exists x, x \in \mathbb{Q} \quad \forall y, y \in \mathbb{R} \quad y1 < x < y2$

Negasi: Setiap bilangan rasional tidak diantara dua bilangan real.

$\forall x, x \in \mathbb{Q} \ \ \exists y, y \in \mathbb{R} \ \ \sim(y1 < x < y2)$

6. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika a < b dan b < c maka a < c

p = a < b dan

b < c q = a< c

p→q bernilai benar, bukti:

Misal 1 < 2 dan 2 < 3 sehingga 1 < 3

Negasi : $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

a < b dan b< c dan a ≥ c

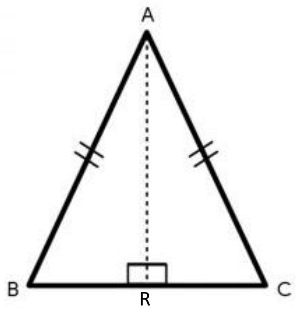
7. GEOMETRI DATAR

Jika dua sudut dari segitiga itu sama maka sisi yang berhadapan dengan sudut tersebut sama.

p = Jika dua sudut dari segitiga itu sama,

q = sisi yang berhadapan dengan sudut tersebut

sama p→q benar, bukti :



Segitiga ARB kongruen dengan segitiga ARC karena memenuhi asumsi sisi,sisi,sisi. BA = CA, BR = RC, dan AR = RA karena berimpit. Dikarenakan segitiga ARB kongruen dengan segitiga ARC maka sudut B = sudut C (terbukti)

Negasi : $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Dua sudut dari segitiga itu sama dan sisi yang berhadapan dengan sudut tersebut tidak sama.

8. KALKULUS DIFERENSIAL

Misal $\mathbb{R}$ adalah bilangan real. Untuk setiap x bilangan real, x < x + 1

$\forall x, x \in \mathbb{R} \rightarrow x < x + 1$

Negasi : Ada x bilangan real, $x \geq x + 1$

$\exists x, x \in \mathbb{R} \rightarrow x \geq x + 1$

9. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika x dan y sembarang bilangan real dengan x< y, maka akan terdapat bilangan rasional r sehingga x < r < y

$\forall x, x \in \mathbb{R} \quad \forall y, y \in \mathbb{R} \quad x < y \rightarrow \exists r, r \in \mathbb{Q} \quad x < r < y$

Negasi :

$\exists x, x \in \mathbb{R} \quad \exists y, y \in \mathbb{R} \quad x > y \rightarrow \forall r, r \notin \mathbb{Q} \quad x < r < y$

Terdapat x dan y bilangan real dengan x > y dan sembarang bilangan bukan rasional r sehingga x < r < y

10. GEOMETRI DATAR

Jika segitiga memiliki dua sisi yang sama maka segitiga tersebut segitiga sama kaki

p = segitiga memikiki dua sisi yang sama

q = segitiga tersebut segitiga sama kaki

$p \rightarrow q$

Negasi : $\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Segitiga memiliki dua sisi yang sama maka segitiga tersebut bukan segitiga sama kaki.

11. GEOMETRI DATAR

Jika dua garis sejajar dipotong oleh garis ketiga, maka sudut sudut luar yang sepihak terhadap garis potong jumlahnya sama dengan 180°

P = dua garis sejajar dipotong oleh garis ketiga

q = sudut sudut luar yang sepihak terhadap garis potong jumlahnya sama dengan 180°

Negasi : $p \wedge \sim q$

Dua garis sejajar dipotong oleh garis ketiga dan sudut sudut luar yang sepihak terhadap garis potong jumlahnya tidak sama dengan 180°

Kontraposisi = $\sim q \rightarrow \sim p$

Jika sudut sudut luar yang sepihak terhadap garis potong jumlahnya tidak sama dengan 180° maka dua garis sejajar tidak dipotong oleh garis ketiga

Konvers = $q \rightarrow p$

Jika sudut sudut luar yang sepihak terhadap garis potong jumlahnya sama dengan 180° maka dua garis sejajar dipotong oleh garis ketiga

Invers = $\sim p \rightarrow \sim q$

Jika dua garis sejajar tidak dipotong oleh garis ketiga maka sudut sudut luar yang sepihak terhadap garis potong jumlahnya tidak sama dengan 180°

12. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika x negatif, maka x^2 akan positif

P = x negatif

q = x^2 akan positif

Negasi = p ∧ ~q

X negatif dan x^2 tidak akan positif

Kontraposisi = ~q→~p

Jika x^2 tidak akan positif maka x tidak negatif

Konvers = q→p

Jika x^2 akan positif naka x negatif

Invers = ~p→~q

Jika x tidak negatif maka x^2 tidak akan positif

13. STATISTIKA DASAR

Jika frekuensi dinyatakan dalam bentuk persentase, maka diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif

P = frekuensi dinyatakan dalam bentuk persentase

q = diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif

Negasi = p ∧ ~q

Frekuensi dinyatakan dalam bentuk persentase dan tidak diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif

Kontraposisi = ~q→~p

Jika tidak diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif maka frekuensi tidak dinyatakan dalam bentuk persentase

Konvers = q→p

Jika diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif maka frekuensi dinyatakan dalam bentuk persentase

Invers = ~p→~q

Jika frekuensi tidak dinyatakan dalam persentase maka tidak diperoleh tabel distribusi frekuensi relatif

14. TEORI BILANGAN

Jika 0 membagi habis a maka a=0

P = 0 membagi habis a

q = a=0

Negasi = p ∧ ~q

0 membagi habis a dan a ≠ 0

Kontraposisi = ~q→~p

Jika a ≠ 0 maka 0 tidak membagi habis a

Konvers = q→p

Jika a=0 maka 0 membagi habis a

Invers = ~p→~q

Jika 0 tidak membagi habis a maka a ≠ 0

15. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika x,y sembarang bilangan real dengan x<y, maka terdapat bilangan irasional s

P = x,y sembarang bilangan real dengan x<y

q = terdapat bilangan irasional s

Negasi = p ∧ ~q

x,y sembarang bilangan real dengan x<y dan tidak terdapat bilangan irasional s

Kontraposisi = ~q→~p

Jika tidak terdapat bilangan irasional s maka x,y bukan sembarang bilangan real dengan x<y

Konvers = q→p

Jika terdapat bilangan irasional s maka x,y sembarang bilangan real dengan x<y

Invers = ~p→~q

Jika x,y bukan sembarang bilangan real dengan x<y maka tidak terdapat bilangan irasional s

16. STATISTIKA DASAR

Jika kejadian B_1, B_2, B_3, B_4,...,B_{k-2}, B_{k-1}, B_k membentuk partisi di dalam ruang sampel S dan P(Bi) ≠ 0 untuk i = 1,2,3,...,k, maka sembarang kejadian A di dalam S dengan P(A) ≠ 0 berlaku:

$\mathbf{P(A)} = \sum_{n=1}^{k} \boldsymbol{P(B\,i)P(A|Bi) = P(B1)P(A|B1) + P(B2)P(A|B2) + \ldots + P(Bk)P(A|Bk)}$

Negasi :

Kejadian $B_1, B_2, B_3, B_4, \ldots, B_{k-2}, B_{k-1}, B_k$ membentuk partisi di dalam ruang sampel S dan $P(Bi) \neq 0$ untuk $i = 1,2,3,\ldots,k$ dan sembarang kejadian A di dalam S dengan $P(A) \neq 0$ tidak berlaku :

$\mathrm{P(A)} = \sum_{n=1}^{k} P(B\,i)P(A|Bi) = P(B1)P(A|B1) + P(B2)P(A|B2) + \ldots + P(Bk)P(A|Bk)$

17. KALKULUS DIFERENSIAL

Fungsi f kontinu pada suatu interval terbuka jika dan hanya jika fungsi f kontinu di setiap titik pada interval tersebut

Negasi :

Fungsi f kontinu pada suatu interval terbuka dan fungsi f diskontinu di setiap titik pada interval tersebut atau fungsi f kontinu di setiap titik pada interval tersebut dan fungsi f diskontinu pada interval terbuka.

18. GEOMETRI DATAR

Jika dua sudut dari sebuah segitiga sama besar, maka sisi-sisi yang berhadapan dari sudut - sudut tersebut sama panjang.

Negasi :

Dua sudut dari sebuah segitiga sama besar dan sisi-sisi yang berhadapan dari sudut-sudut tersebut tidak sama panjang.

Kontraposisi :

Jika sisi-sisi yang berhadapan dari sudut-sudut tersebut tidak sama panjang, maka dua sudut dari sebuah segitiga tidak sama besar.

19. KALKULUS DIFERENSIAL

$\boldsymbol{\lim_{x\to c} f(x) = L}$ **jika dan hanya jika** $\boldsymbol{\lim_{x\to c^+} f(x) = L}$ **dan** $\boldsymbol{\lim_{x\to c^-} f(x) = L}$

Negasi :

$\lim_{x\to c} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^+} f(x) \neq L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) = L$ **atau** $\lim_{x\to c} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^+} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) \neq L$ **atau** $\lim_{x\to c} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^+} f(x) \neq L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) \neq L$.

20. TEORI BILANGAN

Jika a | b dan a | (b+c) maka a | c.

Negasi :

a | b dan a | (b+c) dan a ∤ c

Bukti :

a | b berarti ∃ k bilangan Bulat ∋ b = ak

a | (b+c) berarti ∃ l bilangan Bulat ∋ (b+c) = al

Sehingga (b+c) – b = c = a. (l-k) atau a | c. (Terbukti)

21. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika 0 < a < b maka $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (∀ a,b ∈ ℤ 0 < a < b → $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$)

p = 0 < a < b

q = $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

p → q bernilai benar, bukti:

Misal: 0 < a < b, a = 2, b = 3, yang mana 0 < 2 < 3

maka $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} = \frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ terbukti benar

Negasi: ~ (p → q) ≡ p ∧ ~q

Negasi dari ∀ a,b ∈ ℤ, 0 < a < b → $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ yaitu ∃ a,b ∈ ℤ, 0 < a < b ∧ $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$

Kontraposisi ≡ ~q → ~p

Kontraposisi dari ∀ a,b ∈ ℤ, 0 < a < b → $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ yaitu ∀ a,b ∈ ℤ, $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$ → 0 ≥ a ≥ b

Konversi ≡ q → p

Konversi dari ∀ a,b ∈ ℤ, 0 < a < b → $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ yaitu ∀ a,b ∈ ℤ, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ → 0 < a < b

Inversi ≡ ~p → ~q

Inversi dari ∀ a,b ∈ ℤ, 0 < a < b → $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ yaitu ∀ a,b ∈ ℤ, 0≥ a ≥ b → $\frac{1}{a} \leq \frac{1}{b}$

22. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika 0 < |x-1| < 0,002 maka |2x-2| < 0,02 (∀ x ϵ ℤ, 0 < |x-1| < 0,002 → |2x-2| < 0,02)

p = 0 < |x-1| < 0,002

q = |2x-2| < 0,02

p bernilai benar, bukti:

$-0{,}002 < x-1 < 0{,}002 = 1{,}002 < x < 1{,}002$

sehingga ada $x \epsilon |x-1| < 0{,}02$

q bernilai benar, bukti:

$|2x-2| < 0{,}02 = 2x-2 \geq 0{,}02 = 2x \geq 2{,}02 = x \geq 1{,}01$

sehingga ada $|2x-2| \geq 0{,}02$

$p \rightarrow q$ bernilai benar, karena p benar dan q benar (berdasarkan tabel kebenaran untuk implikasi).

Negasi: $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Negasi dari $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ 0 < |x-1| < 0{,}002 \rightarrow |2x-2| < 0{,}02$ yaitu $\exists\ x \in \mathbb{Z},\ 0 < |x-1| < 0{,}002 \wedge |2x-2| \geq 0{,}02$

Kontraposisi $\equiv \sim q \rightarrow \sim p$

Kontraposisi dari $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ 0 < |x-1| < 0{,}002 \rightarrow |2x-2| < 0{,}02$ yaitu $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ |2x-2| \geq 0{,}02 \rightarrow 0 \geq |x-1| \geq 0{,}002$

Konversi $\equiv q \rightarrow p$

Konversi dari $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ 0 < |x-1| < 0{,}002 \rightarrow |2x-2| < 0{,}02$ yaitu $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ |2x-2| < 0{,}02 \rightarrow 0 < |x-1| < 0{,}002$

Inversi $\equiv \sim p \rightarrow \sim q$

Inversi dari $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ 0 < |x-1| < 0{,}002 \rightarrow |2x-2| < 0{,}02$ yaitu $\forall\ x \in \mathbb{Z},\ 0 \geq |x-1| \geq 0{,}002 \rightarrow |2x-2| \geq 0{,}02$

23. STATISTIKA DASAR

Jika A merupakan himpunan kosong maka peluang dari A bernilai nol ($\forall\ x \in A$, $A = \{\varnothing\} \rightarrow P(A) = 0$)

$p = A = \{\emptyset\}$

$q = P(A) = 0$

$p \rightarrow q$ bernilai benar, bukti:

A himpunan kosong atau $A = \{\emptyset\}$, maka tidak ada anggota dari himpunan A atau dapat dituliskan $n(A) = 0$ sehingga $P(\emptyset) = 0$ atau dapat juga dituliskan $P(A) = 0$ terbukti benar.

Negasi: $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Negasi dari $\forall\ x \in A,\ A = \{\varnothing\} \rightarrow P(A) = 0$ yaitu $\exists\ x \in A,\ A = \{\emptyset\} \wedge P(A) \neq 0$

Kontraposisi $\equiv \sim q \rightarrow \sim p$

Kontraposisi dari $\forall\ x \in A,\ A = \{\varnothing\} \rightarrow P(A) = 0$ yaitu $\forall\ x \in A,\ P(A) \neq 0 \rightarrow A \neq \{\emptyset\}$

Konversi $\equiv q \rightarrow p$

Konversi dari $\forall x \in A, A = \{\varnothing\} \rightarrow P(A) = 0$ yaitu $\forall x \in A, P(A) = 0 \rightarrow A = \{\emptyset\}$

Inversi $\equiv \sim p \rightarrow \sim q$

Inversi dari $\forall x \in A, A = \{\varnothing\} \rightarrow P(A) = 0$ yaitu $\forall x \in A, A \neq \{\emptyset\} \rightarrow P(A) \neq 0$

24. KALKULUS DIFERENSIAL

Jika $x > 1$ maka $x^2 > 1$ ($\forall x \in \mathbb{Z}, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$)

$p = x > 1$

$q = x^2 > 1$

$p \rightarrow q$ bernilai benar, bukti:

Misal: $x > 1, x = 2$

maka $x^2 > 1 = 2^2 > 1$ terbukti benar

Negasi: $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Negasi dari $\forall x \in \mathbb{Z}, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$ yaitu $\exists x \in \mathbb{Z}, x > 1 \wedge x^2 \leq 1$

Kontraposisi $\equiv \sim q \rightarrow \sim p$

Kontraposisi dari $\forall x \in \mathbb{Z}, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$ yaitu $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 1 \rightarrow x \leq 1$

Konversi $\equiv q \rightarrow p$

Konversi dari $\forall x \in \mathbb{Z}, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$ yaitu $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 > 1 \rightarrow x > 1$

Inversi $\equiv \sim p \rightarrow \sim q$

Inversi dari $\forall x \in \mathbb{Z}, x > 1 \rightarrow x^2 > 1$ yaitu $\forall x \in \mathbb{Z}, x \leq 1 \rightarrow x^2 \leq 1$

25. TEORI BILANGAN

Jika $a < b$, yang mana a, b anggota bilangan bulat maka $a.c < b.c$ yang mana c anggota bilangan bulat positif ($\forall a, b \in \mathbb{Z}\ a < b \rightarrow a.c < b.c, \forall c \in \mathbb{Z}^+$)

$\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat

$\mathbb{Z}^+$ adalah himpunan bilangan bulat positif

$p = a < b, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$

$q = a.c < b.c, c \in \mathbb{Z}^+$

$p \rightarrow q$ bernilai benar, bukti:

$\exists k \in \mathbb{Z}^+$

$(a+k).c = b.c$	perkalian
$(a.c)+(k.c) = b.c$	distributif
$k \in \mathbb{Z}^+, c \in Z^+, k.c \in \mathbb{Z}^+$	sifat perkalian tertutup terhadap bilangan bulat positif

sedemikian sehingga a.c < b.c terbukti

Negasi: $\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

Negasi dari $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a < b $\rightarrow$ a.c < b.c, $\forall$ c $\in \mathbb{Z}^+$ yaitu $\exists$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a < b $\wedge$ a.c $\geq$ b.c, $\exists$ c $\epsilon\ \mathbb{Z}^+$

Kontraposisi $\equiv \sim q \rightarrow \sim p$

Kontraposisi dari $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a < b $\rightarrow$ a.c < b.c, $\forall$ c $\in \mathbb{Z}^+$ yaitu $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a.c $\geq$ b.c, c $\epsilon\ \mathbb{Z}^+ \rightarrow$ a $\geq$ b, a $\mathbb{Z}$, b $\epsilon\ \mathbb{Z}$

Konversi $\equiv q \rightarrow p$

Konversi dari $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a < b $\rightarrow$ a.c < b.c, $\forall$ c $\in \mathbb{Z}^+$ yaitu $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a.c < b.c, c $\in \mathbb{Z}^+ \rightarrow$ a < b, a $\in \mathbb{Z}$, b $\in \mathbb{Z}$

Inversi $\equiv \sim p \rightarrow \sim q$

Inversi dari $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a < b $\rightarrow$ a.c < b.c, $\forall$ c $\in \mathbb{Z}^+$ yaitu $\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$ a $\geq$ b, a $\in \mathbb{Z}$, b $\in \mathbb{Z} \rightarrow$ a.c $\geq$ b.c, c $\in \mathbb{Z}^+$

26. GEOMETRI DATAR

Jika garis m tegak lurus terhadap sumbu x maka garis m sejajar dengan sumbu y.

Negasi : garis m tegak lurus terhadap sumbu x dan garis m tidak sejajar dengan sumbu y

Inversi : jika garis m tidak tegak lurus terhadap sumbu x, maka garis m tidak sejajar dengan sumbu y

Konversi: jika garis m sejajar dengan sumbu y , maka garis m tegak lurus terhadap sumbu x

Kontraposisi : jika garis m tidak sejajar dengan sumbu y, maka garis m tidak tegak lurus terhadap sumbu x

Bukti :

Garis m berarti sejajar dengan sumbu y. Karena sumbu y dan garis m, sama - sama tegak lurus.

Bila kedua garis diperpanjang, keduanya tidak akan pernah berpotongan.

Maka garis m sejajar dengan sumbu y.

27. GEOMETRI DATAR

Pada segitiga siku-siku berlaku kuadrat sisi miring sama dengan jumlah kuadrat sisi lainnya.

Negasi : pada segitiga siku-siku tidak berlaku kuadrat sisi miring sama dengan jumlah kuadrat sisi lainnya.

Bukti :

Apabila kuadrat sisi miring = jumlah kuadrat sisi yang lain, maka segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku.

28. TEORI BILANGAN

Jika k dan r bilangan-bilangan asli dengan k>r maka $\boldsymbol{\binom{k}{r-1} + \binom{k}{r} = \binom{k+1}{r}}$

Negasinya : k dan r bilangan-bilangan asli dengan k>r dan bukan $\binom{k}{r-1} + \binom{k}{r} = \binom{k+1}{r}$

29. BAHASA INDONESIA

Teks akademik pasti artikel ilmiah.

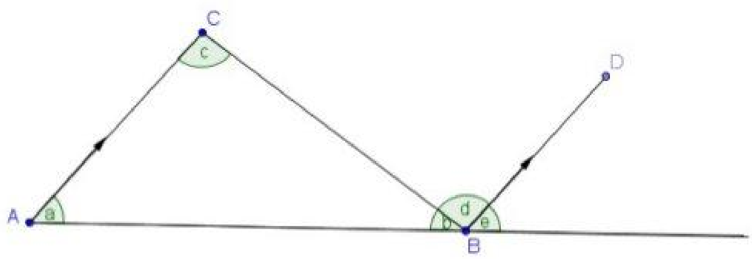
Negasinya : beberapa teks akademik bukan artikel ilmiah.

30. GEOMETRI DATAR

Jumlah sudut segitiga lebih dari sama dengan 180^o.

Negasinya : tidak benar bahwa ada segitiga yang jumlah sudutnya lebih dari sama dengan 180^o.

Bukti :



Sudut *b, d* dan *e* terletak pada garis lurus, itu berarti jumlah sudut ketiganya 180°, karena *c*=*d* dan *a*=*e* diperoleh *a*+*b*+*c*=180° (terbukti benar)

31. KALKULUS

Jika $\lim_{x\to c^+} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) = L$ maka $\lim_{x\to c} f(x) = L$

p= $\lim_{x\to c^+} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) = L$

q= $\lim_{x\to c} f(x) = L$

p→q sehingga $\sim(p \to q)$ = p $\wedge \sim q$

Negasi : $\lim_{x\to c^+} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) = L$ dan $\lim_{x\to c} f(x) \neq L$

Bukti :

Negasi tersebut dapat dijabarkan bahwa limit tidak ada jika

1) $\lim_{x\to c^+} f(x) \neq L$ dan $\lim_{x\to c^-} f(x) \neq L$

2) Salah satu dari $\lim_{x\to c^+}$ atau $\lim_{x\to c^-}$ tidak ada

Hal ini menunjukan bahwa pernyataan tersebut terbukti

32. TEORI BILANGAN

a,b adalah anggota bilangan bulat "$a < b$ jika dan hanya jika ada bilangan positif c sedemikian sehingga $a + c = b$"

$$\forall\, a \in B, \forall\, b \in B, a < b \to c \in B^+ \ni a + c = b$$

Negasinya : ada a,b adalah anggota bilangan bulat , $a < b$ dan c bukan bilangan bulat positif sedemikian sehingga $a + b \neq c$

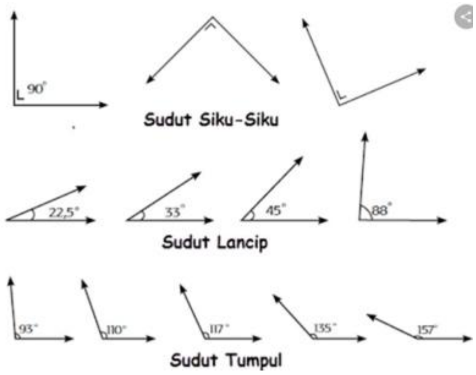
$$\exists\, a \in B, \exists\, b \in B, a < b \wedge c \notin B^+ \ni a + c \neq b$$

33. GEOMETRI DATAR

Jika sudut > 90° maka sudut tumpul

Negasinya : sudut > 90° dan sudut tidak tumpul

Bukti: pembuktian dengan contoh yang sudah ada



Terlihat pada contoh bahwa sudut tumpul > 90° dan sudut tidak tumpul adalah sudut yang tidak > 90°. Maka, pernyataan tersebut terbukti.

34. STATISTIKA

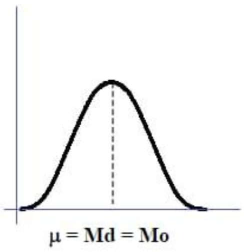
Jika $\bar{x} = Me = Mo$ maka kurva halusnya akan berbentuk simetrik

Negasinya: $\bar{x} = Me = Mo$ dan kurva halusnya tidak berbetuk simetrik

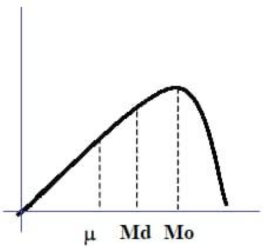
Bukti:

Pembuktian dengan menggambar secara langsung

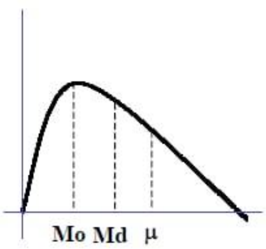
1) Jika $\bar{x} = Me = Mo$ maka gambar grafik akan seperti ini



2) Jika $\bar{x} < Me < Mo$ maka kurva akan berbentuk seperti ini



3) Jika $\bar{x} > Me > Mo$ maka kurva akan berbentuk seperti ini



Sehingga, terlihat pada gambar kurva diatas bahwa pernyataan tersebut terbukti.

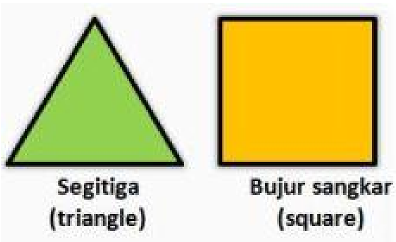
35. GEOMETRI DATAR

Jika geometri bentuk persegi maka ada 4 sisi

Negasinya : geometri bentuk persegi dan tidak ada 4 sisi

Bukti:

Pembuktian dilakukan dengan menggunakan contoh yang sudah ada seperti gambar dibawah ini



Pada gambar dapat dilihat persegi memiliki 4 sisi sedangakan bentuk yang tidak memiliki sisi 4 salh satu contohnya geometri yang memiliki 3 sisi yaitu segitiga. Maka, pernyataan tersebut terbukti.

36. TEORI BILANGAN

Jika a | b dan a > 0 , maka (a,b) = a

Negasi : a | b dan a > 0 dan (a,b) $\neq$ a

Bukti : Misal (a,b) = c , maka c | a dan c | b (c $\leq$ a dan c $\leq$ b)

a | a dan a | b maka a $\in$ F (a,b) dengan c $\leq$ a

Sehingga F (a,b) = a (Terbukti)

37. TEORI BILANGAN

Jika a | b maka a | nb

Negasi :a $\nmid$ b atau a | nb

Bukti : a | b berarti $\exists$ k bilangan bulat $\ni$ b = ka

Sehingga : nb = n (ka)

= (nk) a

$(nk) \in$ bilangan bulat (B)

38. TEORI BILANGAN

Jika a dan b adalah dua bilangan bulat positif dengan FPB nya 1 maka a dan b relatif prima.

Negasi : a dan b adalah dua bilangan bulat positif dengan FPB nya 1 dan a dan b tidak relatif prima.

39. STATISTIKA DASAR

Jika setiap data ditambah suatu bilangan bulat positif maka momen sentral pertama = 0.

Negasi : Setiap data tidak ditambah suatu bilangan bulat positif dan momen sentral pertama = 0.

Bukti : Nilai momen sentral ke-1 akan tetap 0 karena untuk r = 0 berlaku $m_1 = 0$

40. STATISTIKA DASAR

Jika A dan B adalah dua kejadian saling bebas maka A dan B^c saling bebas.

Negasi :

A dan B adalah dua kejadian saling bebas dan A dan B^c tidak saling bebas.

Bukti :

$$\begin{aligned} P(A \cap B^c) &= P(A) - P(A \cap B) \\ &= P(A) - P(A)P(B) \\ &= P(A) \times (1 - P(B)) \\ &= P(A) \times P(B^c) \end{aligned}$$

BAB III
PENUTUP

3.1 Kesimpulan

Logika adalah sebuah metode dan prinsip-prinsip yang dapat memisahkan secara tegas antara penalaran yang benar dengan penalaran yang salah.

Dengan mempelajari logika matematika berhubungan dengan istilah pernyataan, kalimat majemuk, dan ingkaran. Pernyataan-pernyataan majemuk diantaranya adalah sebagai berikut:

1. Konjungsi**,** yang dilambangkan dengan (Λ) merupakan pernyataan majemauk dengan kata penghubung “dan”.
2. Disjungsi, yang dilambangkan dengan (V) merupakan pernyataan majemuk yang dibentuk dengan cara menggabungkan dua pernyataan tunggal dengan menggunakan kata penghubung “atau”.
3. Implikasi merupakan dua pertanyaan p dan q yang dinyatakan dalam bentuk kalimat “jika p maka q”. Ini dilambangkan dengan $p \rightarrow q$.
4. Biimplikasi adalah pernyataan majemuk yang dinyatakan dalam bentuk kalimat “… jika dan hanya jika”. Ini dinotasikan dengan $p \leftrightarrow q$, dibaca “p jika dan hanya jika q”.

Ada tiga jenis cara penarikan kesimpulan dalam logika matematika, yaitu dengan modus ponen, dengan modus tollens, dan dengan modus silogisme. Untuk membuktikan kebenaran dari suatu pernyataan dapat dilakukan dengan tiga cara, yaitu pembuktian dengan bukti langsung, pembuktian dengan bukti tidak langsung, dan pembuktian dengan induksi matematika