MAKALAH
DASAR MATEMATIKA
PERNYATAAN-PERNYATAAN DALAM MATEMATIKA

Dosen Pengampu :

Ponco Sujatmiko, S.Pd., M.Pd.

Disusun oleh :

1. Alfina Damayanti (K1321006)
2. Araminta Setyari Nugraheni (K1321016)
3. Diva Puspita Sari (K1321032)
4. Kezia Titan Desanda (K1321050)
5. Nesthi Wahyuningsih (K1321060)
6. Noviana Pratiwi (K1321062)
7. Rafiftya Yosindra Saputra (K1321064)
8. Ridho Dwi Saputra (K1321070)

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS SEBELAS MARET SURAKARTA

2021

KATA PENGANTAR

Puji syukur sepatutnya kita panjatkan ke hadirat Allah SWT, karena berkat taufiq dan hidayah-Nya kami dapat menyelesaikan penulisan makalah dengan judul "PERNYATAAN-PERNYATAAN DALAM MATEMATIKA " tanpa halangan suatu apapun. Makalah ini disusun untuk memenuhi tugas Mata Kuliah Dasar-Dasar Matematika. Selain itu, makalah ini juga bertujuan untuk menambah wawasan tentang bagaimana menyatakan suatu pernyataan dalam bentuk simbol matematis.

Makalah ini dapat diselesaikan dengan tepat waktu atas bantuan dan dukungan dari berbagai pihak dan literatur. Maka dari itu, kami ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang ikut terlibat dalam penyusunan makalah ini.

Kami menyadari bahwa penyusunan makalah ini masih jauh dari kata sempurna karena keterbatasan pengetahuan kami. Oleh karena itu, kami sangat menerima saran, kritik, atau masukan dalam bentuk apapun yang bertujuan memberikan pencerahan kepada kami agar lebih baik kedepannya

Surakarta, 17 Oktober 2021

LATAR BELAKANG

Matematika merupakan salah satu bidang studi yang ada pada semua jenjang pendidikan, mulai dari tingkat sekolah dasar hingga perguruan tinggi. Belajar Matematika merupakan suatu syarat cukup untuk melanjutkan pendidikan ke jenjaang berikutnya. Karena dengan belajar matematika, kita akan belajar bernalar secara kritis, kreatif, dan aktif. Matematika merupakan ide- ide abstrak yang berisi simbol-simbol, maka konsep-konsep matematika harus di pahami terlebih dahulu sebelum memanipulasi simbol-simbol itu.

Pernyataan adalah kalimat yang mempunyai nilai benar atau salah, tetapi tidak sekaligus benar dan salah. Pernyataan-pernyataan sering kali kita jumpai, mulai dari buku, tugas, hingga percakapan lingkungan sekitar yang dapat kita dengar. Pernyataan tersebut dapat kita jadikan sebagai bahan penilitian dalam matematika, apakah pernyataan tersebut benar atau salah sehingga membuat kita paham dengan maksud dari pernyataan tersebut.

TUJUAN

Adapun tujuan dari makalah ini adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui beberapa pernyataan dan ingkarannya
2. Mengetahui operasi-operasi yang terdapat dalam logika matematika
3. Mengetahui apa yang dimaksud ekuivalensi, implikasi dan kontraposisi
4. Mengetahui apa yang dimaksud kalimat berkuantor
5. Mengetahui bagaimana cara menarik kesimpulan dan membuktikan kebenaran suatu pernyataan

1. **Jika a|b dan a|c maka a|(mb+ nc) untuk setiap bilangan bulat m dan n**

   Simbol matematika :

   $\forall\ a|b\ \wedge a|c \rightarrow a|(mb + nc), \qquad m,n \in Z$

   Negasi :

   $\exists\ a|b$ V a|c $\wedge\ a \nmid (mb + nc), \qquad m,n\ \notin$ Z

   Kontraposisi :

   $\forall\ a \nmid (mb + nc)\ m,n\ \notin$ Z $\rightarrow\ \ a|b$ V a|c

   Pembuktian :

   Ambil sebarang bilangan karena bilangan yang memenuhi $a|b\ \wedge a|c$ tak berhingga.

   Diketahui :

   a|b apabila a adalah faktor dari b, tulis b = a.k $\exists k\ \in Z$

   a|c apabila a adalah faktor dari c, tulis c = a.p $\exists p\ \in Z$

   mb + nc = m(a.k) + n(a.p) $\exists k,p,m,n\ \in Z$

   mb + nc = m.a.k + n.a.p $\exists k,p,m,n\ \in Z$

   mb + nc = (mk + np)a $\exists k,p,m,n\ \in Z$

   Sehingga a|(mk+np) **TERBUKTI**

2. **Jika n,k bilangan asli dan n > k, maka $\boldsymbol{k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}}$**

   Simbol matematika :

   $\forall n, \forall k\ \ n,k\ \in N\ \wedge n > k\ \rightarrow\ k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$

   Negasinya :

   $\exists n, \exists k\ \ n,k\ \in N$ V n $< k\ \wedge\ k\binom{n}{k} \neq\ n\binom{n-1}{k-1}$

   Kontraposisi :

   $\forall\ k\binom{n}{k} \neq\ n\binom{n-1}{k-1}\ \rightarrow\ n,k\ \in N$ V n $< k$

   Pembuktian :

   $k\binom{n}{k}$ = k $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

   = k $\frac{n(n-1)!}{k(k-1)!(n-k)!}$

   = n $\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}$

   = $n\binom{n-1}{k-1}$ **Terbukti**

3. **Jika 7^n- 2^n untuk setiap n bilangan asli maka 7^n- 2^n habis dibagi 5**

Simbol matematika :

$\forall(7^n - 2^n),\ n \in N \ \rightarrow 5 \mid (7^n - 2^n)$

Negasi :

$\exists(7^n - 2^n),\ n \in N \ \wedge\ 5 \nmid (7^n - 2^n)$

Kontraposisi :

$\forall 5 \nmid (7^n - 2^n) \ \rightarrow (7^n - 2^n),\ n \ \notin N$

Pembuktian :

Menggunakan induksi matematika

(1) Dibuktikan p(1) benar

$7^n - 2^n$

$= 7^1 – 2^1$

$= 7 – 2$

$= 5$ (Benar)

(2) Diasumsikan p(k) benar untuk suatu bilangan asli k, yaitu 7^k - 2^k terbagi habis oleh 5

(3) Ditunjukan bahwa p(k+1) benar

$7^{k+1} - 2^{k+1}$

$= 7.7^k - 2.2^k$

$= 7^k.7 – 2^k.7 + 2^k.7 - 2^k.2$

$= 7 (7^k - 2^k) + 2^k(7-2)$

$= 7 (7^k - 2^k) + 2^k.5$

Telah diasumsikan bahwa (7^k - 2^k) terbagi habis oleh 5. Maka 7(7^k - 2^k) terbagi habis oleh 5 pula. 2^k.5 jelas terbagi oleh 5, sebab mempunyai faktor 5. Sehingga 7 (7^k - 2^k) + 2^k.5 terbagi habis oleh 5.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa (7^n- 2^n) terbagi habis oleh 5 untuk setiap bilangan asli n. **Terbukti**

4. **Jika a < b dengan a,b bilangan bulat positif dan c bilangan bulat negatif maka ac > bc**

Simbol matematika :

$\forall a, b, c \quad a < b \quad a, b \in \mathbb{N} \ \wedge\ \mathrm{c} \in -\mathbb{N} \quad \rightarrow \quad ac > bc$

Negasi :

$\exists a, b, c \quad a < b \quad a, b \in \mathbb{N} \wedge$ c $\in -\mathbb{N} \;\; \wedge \;\; ac < bc$

Kontraposisi :

$\forall a, b, c \quad ac < bc \;\; \rightarrow \;\; a > b \qquad a, b \in \mathbb{N} \wedge \;\; c \in -\mathbb{N}$

Pembuktian :

$\forall a, b, c \quad a < b \quad a, b \in \mathbb{N} \wedge$ c $\in -\mathbb{N} \;\; \rightarrow \;\; ac > bc$

Definisi $a < b$ adalah $a + k = b$

$bc = bc$

$(a + k)c = bc$

$ac + kc = bc$

$ac + kc - kc = bc - kc$

$ac = bc - kc \longrightarrow$ -kc adalah bilangan bulat positif karena c bilangan bulat

$ac > bc \quad (TERBUKTI)$

5. Semua bilangan bulat jika dikali dengan bilangan genap maka hasil kalinya bilangan genap juga

Simbol matematika :

$\forall x, y \quad x \in \mathbb{Z} \quad$ y $\in 2\mathbb{Z} \rightarrow$ xy $\in 2\mathbb{Z}$

Negasi :

$\exists x, y \quad x \in \mathbb{Z} \quad$ y $\in 2\mathbb{Z} \wedge$ xy $\in 2\mathbb{Z} + 1$

Kontraposisi :

$\forall x, y \quad$ xy $\in 2\mathbb{Z} + 1 \rightarrow x \notin \mathbb{Z} \wedge$ y $\in 2\mathbb{Z} + 1$

Pembuktian :

$\forall x, y \quad x \in \mathbb{Z} \wedge$ y $\in 2\mathbb{Z} \rightarrow$ xy $\in 2\mathbb{Z}$

Ambil sebarang $x \in \mathbb{Z} \wedge$ y $\in 2\mathbb{Z}$

Dapat ditulis $\quad y = 2no \quad \exists no \in \mathbb{Z}$

$\qquad\qquad\qquad x = 2lo \quad \exists lo \in \mathbb{Z}$

Ambil $xy \in 2\mathbb{Z}$

Dapat ditulis $xy = 2po \quad \exists po \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow xy = 2no.lo \;\; \longrightarrow \;\; pilih\; po = no.lo$$

$$= 2po \quad (TERBUKTI)$$

Jadi xy $\in 2\mathbb{Z}$ terbukti benar dengan $x \in \mathbb{Z}$ dan y $\in 2\mathbb{Z}$

6. **Jika menarik garis yang tegak lurus dengan suatu garis lurus maka akan membentuk sudut 90^0**

   Simbol matematika :

   $\forall g1, g2 \quad g1 \perp g2 \rightarrow \angle = 90°$

   Negasi :

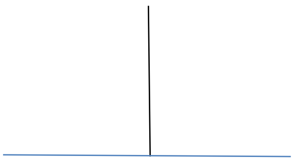
   $\exists g1, g2 \quad g1 \perp g2 \wedge \angle \neq 90°$

   Kontraposisi :

   $\forall g1, g2 \quad \angle \neq 90° \nrightarrow g1 \perp g2$

   Pembuktian :

   Ada suatu teori yang menjelaskan tegak lurus adalah hubungan antara 2 garis lurus yang bertemu di sebuah sudut tegak. Yang dapat digambarkan sebagai berikut :

   Dapat kita ketahui bahwa garis lurus besar sudutnya 180^0 adanya sudut tegak tersebut berarti membagi 2 sama besar yaitu 90^0. Sehingga dapat disimpulkan pernyataan tersebut benar.

7. **Jika $\boldsymbol{mean = modus = median}$, maka kurva halusnya simetrik**

   Simbol matematika :

   Dimisalkan mean=median=modus : x=y=z

   kurva halus simetrik : Q.

   $\forall x, y, z \quad x = y = z \rightarrow \mathrm{Q}$

   Negasi :

   $\exists x, y, z \quad x = y = z \wedge \sim\mathrm{Q}$

   Kontraposisi :

   $\sim Q \rightarrow \exists x, y, z \quad x \neq y \neq z$

8. **Jika diketahui f(x) = f(-x), maka dapat dinyatakan fungsinya genap.**

   Simbol matematika :

   Dimisalkan K : himpunan fungsi genap

   $\forall f(x), \quad f(x) = f(-x) \rightarrow f(x) \epsilon K$

   Negasi :

   $\exists f(x), \ f(x) = f(-x) \wedge f(x) \notin K$

   Kontraposisi :

$f(x) \notin K \rightarrow \exists f(x), \qquad f(x) \neq f(-x)$

9. Jika n dan k bilangan asli dan n>k, maka $\boldsymbol{\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}}$

Simbol matematika :

$\forall n, k \;\; n, k \epsilon N \;\; \wedge \;\; n > k \rightarrow \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Negasi :

$\exists n. k \;\; n, k \epsilon N \;\vee\; n < k \;\wedge\; \binom{n}{k} \neq \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

Kontraposisi :

$\binom{n}{k} \neq \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \rightarrow \exists n, k \;\; n, k \epsilon N \;\vee N < K$

10. Jika $\boldsymbol{x^2 - 6x + 9 = 0}$ bernilai benar maka $\boldsymbol{x = 3}$.

Simbol matematika :

$\forall y, y = f(x) = x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x = 3$

Pembuktian :

Untuk setiap $y = f(x) = x^2 - 6x + 9 = 0$ dapat difaktorkan menjadi

$f(x) = (x-3)(x-3) = 0$ sehingga diperoleh nilai $x = 3$.

Kontraposisi :

$\exists x \in \mathbb{R}, x \neq 3 \rightarrow \exists y, y = f(x) = x^2 - 6x + 9 \neq 0$

Negasi :

$\forall y, y = f(x) = x^2 - 6x + 9 = 0 \wedge \exists x \in \mathbb{R}, x \neq 3$

11. Jika fungsi $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$ maka $\boldsymbol{f(x)}$ adalah fungsi ganjil.

Simbol matematika :

$misalkan\ Q\ adalah\ himpunan\ fungsi\ ganjil$

$\forall x\, f(x), f(-x) = -f(x) \rightarrow f(x) \in Q$

Pembuktian :

Misalkan fungsi $f(x) = x^3 - 2x$. Ambil sembarang x yang memenuhi fungsi $f(x)$

maka $f(-x) = (-x)^3 - 2(-x)$

$f(-x) = (-x)^3 + 2x$

$f(-x) = -(x^3 - 2x)$

$f(-x) = -f(x)$

Dapat disimpulkan bahwa untuk setiap nilai x yang memenuhi fungsi $f(x)$ dan $f(-x) = -f(x)$ maka fungsi $f(x)$ adalah fungsi ganjil terbukti benar.

Kontraposisi :

$f(x) \notin Q \rightarrow \exists x\, f(x), f(-x) \neq -f(x)$

Negasi :

$\forall x\, f(x), f(-x) = -f(x) \wedge f(x) \notin Q$

12. Jika koefisien momen kemiringan lebih dari 0 maka distribusi data memiliki kemiringan positif.

Simbol matematika :

$misalkan\ P = distribusi\ data\ memiliki\ kemiringan\ positif\ dan$

$K\ adalah\ himpunan\ koefisien\ momen\ kemiringan.$

$\forall x \in K, x > 0 \rightarrow P$

Kontraposisi :

$\sim P \rightarrow \exists x \in K, x \leq 0$

Negasi :

$\forall x \in K, x > 0 \wedge \sim P$

13. Ada tepat sebuah bilangan asli yang memenuhi $\sqrt{x^2+7} + \frac{1}{\sqrt{3x}} = \frac{13}{3}$.

Simbol matematika :

$\exists!\, x, x \in N, \sqrt{x^2+7} + \frac{1}{\sqrt{3x}} = \frac{13}{3}$

Negasi :

a. $\forall x, x \in N, \sqrt{x^2+7} + \frac{1}{\sqrt{3x}} \neq \frac{13}{3}$

atau

b. $\exists x, y, x, y \in N, x \neq y, \sqrt{x^2+7} + \frac{1}{\sqrt{3x}} = \frac{13}{3} \wedge \sqrt{y^2+7} + \frac{1}{\sqrt{yx}} = \frac{13}{3}$

Pembuktian :

Pilih x = 3

$\sqrt{3^2+7} + \frac{1}{\sqrt{3.3}} = \frac{13}{3}$

$\sqrt{9+7} + \frac{1}{\sqrt{9}} = \sqrt{16} + \frac{1}{3} = 4 + \frac{1}{3} = \frac{12+1}{3} = \frac{13}{3}$

Terbukti $\sqrt{x^2+7} + \frac{1}{\sqrt{3x}} = \frac{13}{3}$ jika dan hanya jika x = 3. Ada tepat satu x yang memenuhi sehingga pernyataan tersebut bernilai benar.

14. Jika suatu data kelompok nilai modus lebih besar dari mean, maka grafiknya miring ke kiri (negatif).

Simbol matematika :

$\forall x, x \in R^+ \wedge \exists \boldsymbol{y}, \boldsymbol{y} \in R^+ \ni x > y \rightarrow P(N)$

Negasi:

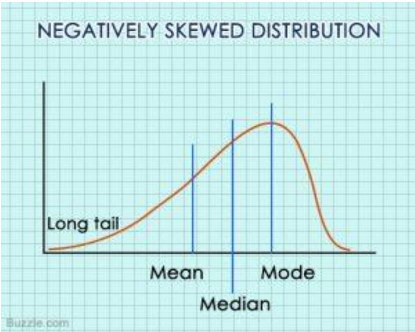
$\exists x, x \in R^+ \wedge \forall \boldsymbol{y}, \boldsymbol{y} \in R^+ \ni x > y \rightarrow \sim \mathbf{P}\,(\mathbf{N})$

Kontraposisi:

$\forall x, x \in R^+ \wedge \exists \boldsymbol{y}, \boldsymbol{y} \in R^+ \ni \sim \mathbf{P}\,(\mathbf{N}) \rightarrow x < y$

Keterangan:

x = nilai modus
y = nilai mean
P (N) = grafik negatif / miring ke kiri



Bukti:

Nilai Modus > Mean

Maka grafik miring ke kiri / grafik negative.

15. Jika ketiga sisi segitiga sama panjang maka ketiga sudut segitiga sama besar.

Simbol matematika :

$\forall \mathrm{A, B, C, AB = BC = AC} \rightarrow \angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{CAB}$

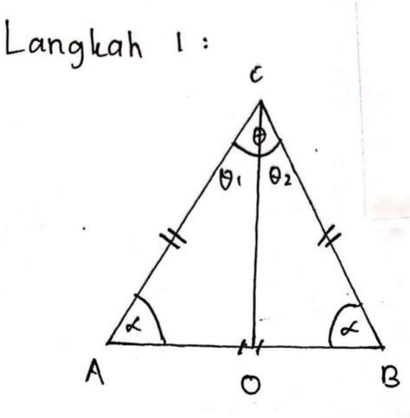
Negasi:

$\exists \mathrm{A, B, C}, \mathbf{AB} \neq \mathbf{BC} \neq \mathbf{AC} \wedge \angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{CAB}$

Kontraposisi:

$\forall \mathrm{A, B, C}, \angle \mathrm{ABC} \neq \angle \mathrm{BCA} \neq \angle \mathrm{CAB} \rightarrow \mathrm{AB} \neq \mathbf{BC} \neq \mathbf{AC}$

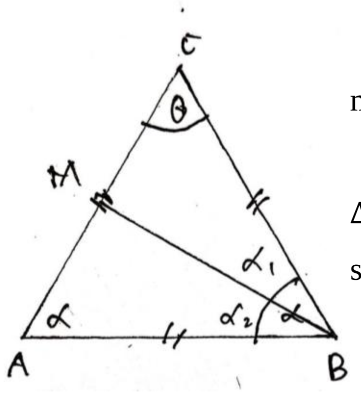
Pembuktian:



Misal $\angle \mathrm{ACB} = \theta$

CO merupakan garis bagi pada sudut $\boldsymbol{\theta}$ Sehingga membagi dua sama besar dan $\mathbf{AO} = \mathbf{OB}$. $\angle \mathrm{ACO} = \angle \mathrm{BCO}$, AC = BC, CO = CO. Demikian sehingga Δ ABO kongruen dengan ΔBCO, karena memenuhi sudut, sisi, sudut. Maka $\angle \mathrm{CAO} = \angle \mathrm{CBO}$.

Langkah 2 :

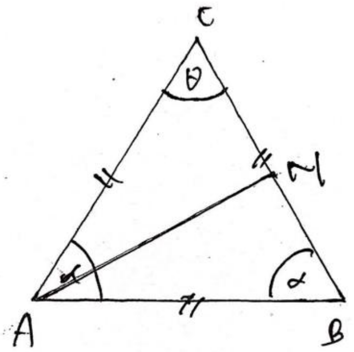


Sudah terbukti bahwa sudut $\angle CAB = \angle CBA$.

CM merupakan garis bagi pada sudut $\boldsymbol{\alpha}$ pada B sehingga membagi dua sama besar dan $\mathbf{AM} = \mathbf{MC}$.

$\angle ABM = \angle CBM$, AB = BC, BM = BM. Demikian sehingga Δ ABM kongruen dengan ΔCBM, karena memenuhi sudut, sisi, sudut. Maka $\angle BAM = \angle BCM$.

Langkah 3 :



Sudah terbukti bahwa sudut $\angle CAB = \angle BCA$.

CN merupakan garis bagi pada sudut $\boldsymbol{\alpha}$ pada A sehingga membagi dua sama besar dan $\mathbf{BN} = \mathbf{NC}$.

$\angle BAN = \angle CAN$, AB = AC, BN = BN. Demikian sehingga Δ ABN kongruen dengan ΔACN, karena memenuhi sudut, sisi, sudut. Maka $\angle ABN = \angle CAN$.

Berdasarkan pembuktian di atas, terbukti bahwa $\angle CAB = \angle ABC = \angle BCA$.

16. Jika n bilangan bulat, maka $\boldsymbol{n + (-n) = 0}$

Simbol matematika :

$\forall n, n \in \mathbb{Z} \rightarrow n + n = 0$

Negasi :

$\exists n, n \in \mathbb{Z} \wedge n + (-n) \neq 0$

Kontraposisi :

$n + (-n) \neq 0 \rightarrow \exists n, n \in \mathbb{Z}$

17. Jika a, b dan c bilangan bulat dengan $\boldsymbol{b \neq 0}$ maka $\boldsymbol{a \div b = c}$ bila dan hanya bila $\boldsymbol{a = bc}$

Simbol matematika :

$\forall a, b, c \quad a, b, c \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \rightarrow a \div b = c \wedge a = bc$

Negasi :

$\exists a, b, c \;\; a, b, c \in \mathbb{Z} \vee b = 0 \wedge a \div b \neq c \vee a \neq bc$

Kontraposisi :

$a \div b \neq c \vee a \neq bc \rightarrow \exists a, b, c \ \ a, b, c \in \ \mathbb{Z} \vee b = 0$

18. Jika a, b dan c bilangan bulat maka $\boldsymbol{a < b}$ jika dan hanya jika $\boldsymbol{a + b < b + c}$

Simbol matematika :

$\forall a, b, c \ \ a, b, c \ \in \mathbb{Z} \rightarrow a < b \wedge a + b < b + c$

Negasi :

$\exists a, b, c \ \ a, b, c \ \in \mathbb{Z} \wedge a > b \vee a + b > b + c$

Kontraposisi :

$a > b \vee a + b > b + c \rightarrow \exists a, b, c \ \ a, b, c \ \in \mathbb{Z}$

19. Jika a,b,c bilangan bulat dan a>b, maka a:c>b:c

Simbol matematika :

$\forall\, a, b, c \ \ a > b \ \ a, b, c \ \in Z \ \rightarrow a{:}\,c > b{:}\,c$

Negasi :

$\exists a, b, c \ \ a > b \ \ a, b, c \ \in Z \wedge a{:}\,b{:}\,c$

$Kontraposisi$ $(-\mathrm{q} \rightarrow -\mathrm{p})$:

$\forall\, a, b, c\ a{:}\,c < b{:}\,c \ \rightarrow a < b\ a, b, c \in \mathrm{Z}$

$Pembuktian$:

$\forall\, a, b, c \ \ a > b \ \ a, b, c \ \in Z \ \rightarrow a{:}\,c > b{:}\,c$

$a > b \ \rightarrow a = b + k$

$a{:}\,b > b{:}\,c$

$a{:}\,b > (b + k){:}\,c$

$a{:}\,b > b{:}\,c + k{:}\,c \ \Rightarrow k, c \in \mathrm{Z},$ maka

$a{:}\,b > b{:}\,c$ (Terbukti)

Jadi pernyataan tersebut benar karena sudah terbukti

20. Ada tepat sebuah bilangan bulat negatif yang memenuhi: $\boldsymbol{x^2 + 5x = 0}$

Simbol matematika :

$\exists!\, n, \qquad n \in x^2 + 5x = 0$

Negasi :

$\forall\, n, \qquad n \in x^2 + 5x = 0$

Kontraposisi : Tidak ada karena tepat satu

Pembuktian

$\exists! n, \quad n \in x^2 + 5x = 0$

$Ambil\ x = -5$

$x^2 + 5x = 0$

$(-5)^2 + 5(-5) = 0$

Jadi pernyataan tersebut benar.

21. Jika a,b,c bilangan bulat. a|b dan a|c, maka $\boldsymbol{a^2|bc}$ untuk setiap bilangan bulat K dan M.

Simbol matematika :

$\forall\ a, b, c\ \ a, b, c \in \mathrm{z}\quad \mathrm{a|b} \wedge \mathrm{a|c}\ \rightarrow\ a^2|bc\quad \mathrm{k, m} \in \mathrm{z}$

Negasi :

$\exists\ a, b, c\quad a, b, c \in z\quad \mathrm{a|b} \wedge \mathrm{a|c} \wedge a^2|bc,\quad \mathrm{k, m} \notin \mathrm{z}$

Kontraposisi :

$a^2|bc\ \ \mathrm{k, m} \notin \mathrm{z}\ \rightarrow\ \exists\ a, b, c\ \ a, b, c \in z\ \mathrm{a|b} \vee \mathrm{a|c}$

Pembuktian:

Dari persamaan yang diperoleh

$\mathrm{a|b}\ \Rightarrow \mathrm{b} = \mathrm{k.a}$, karena terdapat $\mathrm{k} \in \mathrm{z}$

$\mathrm{a|c}\ \Rightarrow \mathrm{c} = \mathrm{m.a}$, karena terdapat $\mathrm{m} \in \mathrm{z}$

$b.c = (ka)(ma)$

$\quad = (km).a^2 \Rightarrow k, m\ \in z, sehingga\ a^2|b.c$

Pernyataan tersebut benar.

22. Jika n, m, k bilangan-bilangan asli dan n>k>m maka $\boldsymbol{\binom{n}{k}\binom{k}{m} = \binom{n}{m}\binom{n-m}{k-m}}$

Simbol matematika :

$\forall n\ \forall m\ \forall k\quad n, m, k \in \mathbb{N}\ \wedge n > k > m \rightarrow \binom{n}{k}\binom{k}{m} = \binom{n}{m}\binom{n-m}{k-m}$

Negasi :

$\exists n\ \exists m\ \exists k\quad n, m, k \in \mathbb{N}\ \ \mathrm{V}\ \ \mathrm{n} < k < m\ \wedge\ \binom{n}{k}\binom{k}{m} \neq \binom{n}{m}\binom{n-m}{k-m}$

Kontraposisi :

Diketahui bahwa pernyatan tersebut adalah p→q sehingga kontraposisinya adalah ~q→~p

Sehingga :

$\exists \binom{n}{k}\binom{k}{m} \neq \binom{n}{m}\binom{n-m}{k-m} \rightarrow \exists n\ \exists m\ \exists k\quad n, m, k \in \mathbb{N}\ \ \mathrm{V}\ \ \mathrm{n} < k < m$

Dapat dibuktikan dengan ambil sebarang nilai untuk n,k,m yang memenuhi n $<$ $k < m$ yaitu 5<6<7 sehingga

$\binom{5}{6}\binom{6}{7} \neq \binom{5}{7}\binom{5-7}{6-7}$ sehingga pernytaan disamping bernilai salah karena jika dioperasikan menggunakan cara combinasi akan menghasilkan bilangan asli.

23. Ada $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x-1}}$ maka semua nilai x ≠ 1

Simbol matematika :

$\exists y \;\; y = f(x) \;\rightarrow\; \forall x \;\; x \neq 1 \;\; x \in \mathbb{Z}$

Negasinya :

$\forall y \;\; y \neq f(x) \;\; \wedge \; \exists \mathrm{x} \;\; \mathrm{x} = 1 \;\; \mathrm{x} \in \mathbb{Z}$

Kontraposisi :

$\exists \mathrm{x} \;\; \mathrm{x} = 1 \;\; \mathrm{x} \in \mathbb{Z} \;\rightarrow\; \forall y \;\; y \neq f(x)$

Dibuktikan dengan mengambil sembarang nilai selain 1

$$f(0) = \frac{1}{0-1} = -1$$

Jika kita ambil sebarang nilai x yaitu 1 maka

$f(1) = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0}$ sehingga pernyataannya tak terdefinisikan sehingga kontraposisi tersebut benar.

24. Jika semua sempel dihitung rata-rata dan mean, maka nilai mean akan lebih besar daripada rata-rata

Simbol matematika :

$\forall x \;\; x = \bar{x} \; \wedge \; \forall y \;\; y = Me \;\; x, y \in \mathbb{R} \;\rightarrow x > y$

Negasi :

$\exists x \;\; x = \bar{x} \;\; V \, \exists y \;\; y = Me \;\; x, y \in \mathbb{R} \;\; \wedge \; x < y$

Kontraposisi :

$x < y \;\; \rightarrow \exists x \; x = \bar{x} \;\; V \; \exists y \;\; y = Me \;\; x, y \in \mathbb{R}$

KESIMPULAN

Secara etimologis, logika berasal dari kata Yunani ‘logos’ yang berarti kata, ucapan, pikiran secara utuh, atau bisa juga berarti ilmu pengetahuan (Kusumah,1986). Logika adalah suatu cabang ilmu yang mengkaji penurunan-penurunan kesimpulan yang sahih (tidak valid).Logika Matematika atau Logika Simbol ialah logika yang menggunakan bahasa Matematika, yaitu dengan menggunakan lambang-lambang atau simbol-simbol.Keuntungan atau kekuatan bahasa simbol adalah: ringkas, univalent/bermakna tunggal, dan universal/dapat dipakai dimana-mana.

Mata pelajaran Logika Matematika mempelajari beberapa hal yang berkaitan dengan logika, seperti logika secara kalimat, logika dalam pemrograman dan logika dalam rangkaian digital. Logika dalam kalimat dinyatakan sebagai proposisi dan pola-pola argumen/pernyataan logis dengan hukum-hukum logika.Logika dalam pemrograman diperlihatkan dengan struktur dasar dari pemrograman dan aliran/kontrol program dengan flow chart. Logika dalam rangkaian digital diperlihatkan dengan logika biner dan gerbang-gerbang logika serta penyederhanaan dalam rangkaian.

Di dalam pembelajaran logika matematika ini membahas tentang pernyataan majemuk beserta negasinya, hukum-hukum logika, kontradiksi, tautologi, ekuivalensi pernyataan-pernyataan majemuk, dan juga penarikan kesimpulan

Dalam logika matematika ada dua kalimat yang penting, yaitu kalimat pernyataan dan kalimat terbuka serta terdapat juga operasi logika, yaitu negasi (ingkaran), konjungsi, disjungsi,implikasi dan biimplikasi. Dari suatu implikasi dapat dibentuk implikasi lain, yaitu konvers, invers dan kontraposisi.

SARAN

Meskipun penulis menginginkan kesempurnaan dalam penyusunan makalah ini tetapi kenyataannya masih banyak kekurangan yang perlu penulis perbaiki. Kami sebagai penulis menyadari jika makalah ini banyak sekali memiliki kekurangan yang jauh dari kata sempurna. Tentunya, kami akan terus memperbaiki makalah dengan mengacu kepada sumber yang bisa dipertanggungjawabkan nantinya. Oleh sebab itu, kami sangat mengharapkan adanya kritik serta saran mengenai pembahasan makalah ini.