

Fungsi dan Grafiknya



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menjelaskan pengertian fungsi
2. Menentukan daerah asal dan daerah hasil dari suatu fungsi
3. Membuat grafik fungsi



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Bayangkan mesin yang bekerja mengolah suatu input sedemikian sehingga diperoleh satu output



Input dari mesin harus memenuhi syarat tertentu (sesuai dengan kerja mesin) agar dapat diolah oleh mesin

Mesin tersebut membolehkan input yang berbeda menghasilkan output yang sama

Fungsi bisa diibaratkan seperti mesin yang demikian

Daerah asal fungsi bisa diibaratkan seperti wadah yang memuat semua input

Daerah hasil fungsi bisa diibaratkan seperti wadah yang menampung semua output



Definisi :

Fungsi f dari himpunan A ke himpunan B , ditulis $f: A \rightarrow B$, adalah suatu aturan yang mengaitkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B .

Himpunan A disebut daerah asal (domain) dari f

Himpunan B disebut daerah kawan (codomain) dari f



Misal x variabel di A

Notasi $f(x)$ dibaca nilai yang diberikan oleh f pada x

Himpunan semua nilai $f(x)$ dengan x di A disebut daerah hasil atau daerah nilai (range) dari f

Selain f kita bisa menggunakan berbagai huruf atau simbol untuk menyatakan fungsi misal $g, h, F, G, \varphi, \omega$ dll

Di Kalkulus seringkali kita bekerja dengan fungsi-fungsi yang aturan pengaitannya dinyatakan dalam bentuk rumus

Misal :

$$f(x) = x^2, \quad g(t) = \sqrt{6-t}, \quad h(s) = \frac{s-5}{s^2-s+6}$$



Soal :

Untuk $f(x) = x^2 - 2x$ cari dan sederhanakan

(a) $f(4)$

(b) $f(4 + h)$

(c) $f(4 + h) - f(4)$

(d) $[f(4 + h) - f(4)]/h$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Definisi fungsi tidak memberikan pembatasan pada daerah asal dan daerah hasil fungsi harus berupa himpunan dengan objek tertentu, tapi di Kalkulus disepakati daerah asal dan daerah hasil adalah berupa himpunan bilangan riil atau himpunan bagian dari himpunan bilangan riil.



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Untuk mencirikan suatu fungsi, kita tidak hanya menyatakan aturan pengaitannya tapi juga perlu menyatakan daerah asalnya. Aturan pengaitan dengan daerah asal akan menentukan daerah hasil. Sebagai contoh fungsi $F(x) = x^2 - 1$ dengan daerah asal $\{-1, 2, 3, 4, 5\}$ menentukan daerah hasil $\{0, 3, 8, 15, 24\}$.

Jika suatu fungsi daerah asalnya tidak dinyatakan secara eksplisit, maka dianggap daerah asalnya adalah himpunan terbesar yang mungkin menjadi daerah asal. Ini disebut daerah asal alami

Daerah asal (alami) fungsi f adalah $D_f = \{x | f(x) \text{ terdefinisi} \}$

Daerah hasil fungsi f adalah $R_f = \{f(x) | x \in D_f\}$



Soal :

Tentukan daerah asal dari fungsi-fungsi berikut

a. $f(x) = \frac{1}{x-3}$

b. $g(t) = \sqrt{6-t}$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

$$c. h(w) = \frac{1}{\sqrt{9-w^2}}$$



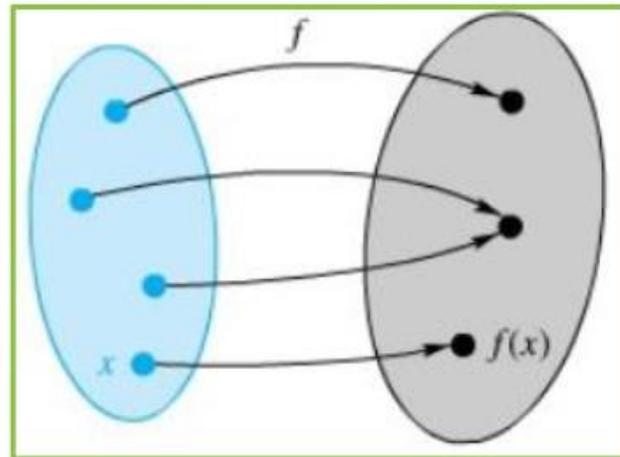
UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Bilamana suatu aturan pengaitan
dikatakan bukan fungsi ?



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

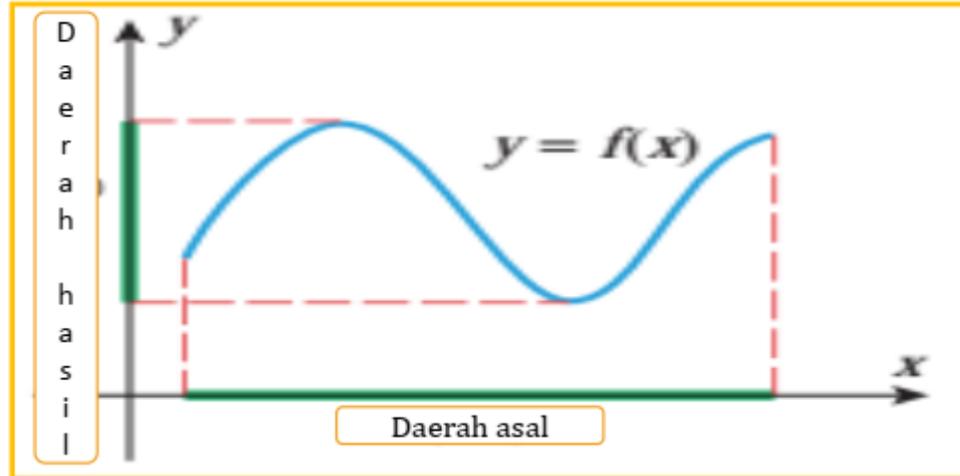
Salah satu cara untuk menggambarkan fungsi adalah dengan **diagram panah**. Anak panah digunakan untuk menunjukkan suatu elemen di daerah asal dikaitkan dengan suatu elemen di daerah kawan.



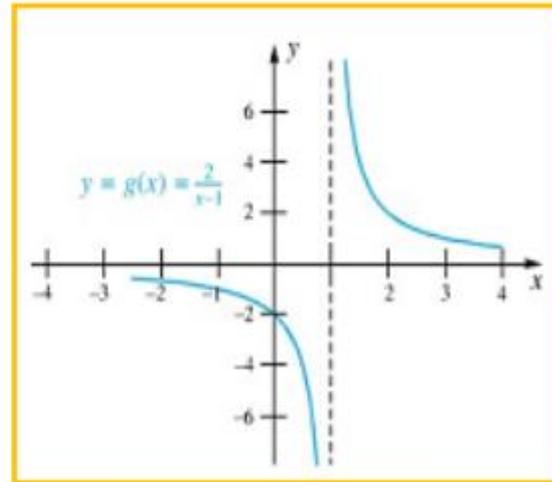
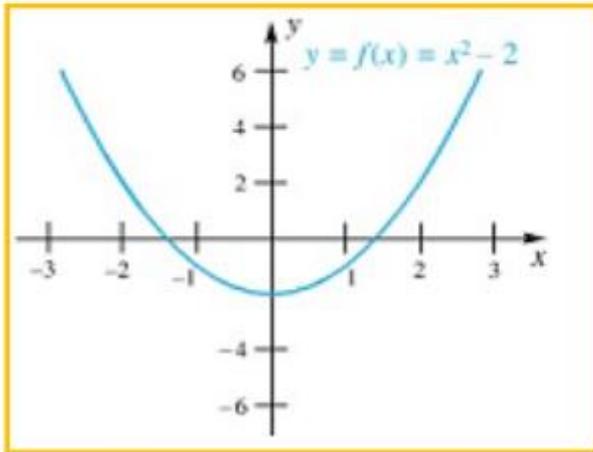
Di Kalkulus karena daerah asal dan daerah hasil dari fungsi adalah himpunan bagian dari himpunan bilangan riil, maka grafik fungsi bisa digambarkan pada sistem koordinat Cartesius

Disepakati bahwa daerah asal diletakkan pada sumbu- x , daerah hasil diletakkan pada sumbu- y

Grafik fungsi f digambarkan sebagai semua titik (x, y) di bidang koordinat dengan x di daerah asal fungsi f dan $y = f(x)$



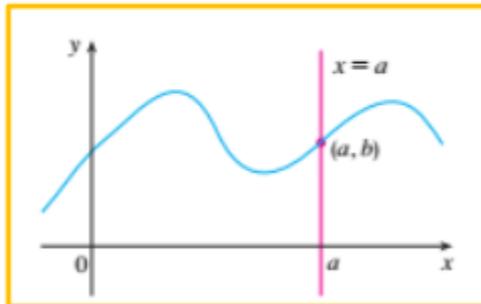
Dugalah daerah asal dan daerah hasil dari fungsi-fungsi yang grafiknya diberikan sebagai berikut



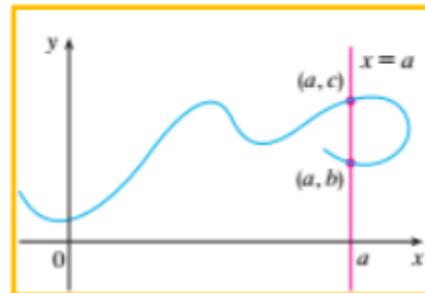
Uji garis tegak

Kurva di bidang- xy merupakan grafik suatu fungsi dengan daerah asal D jika setiap garis tegak yang dibuat melalui titik di D memotong kurva tepat di satu titik,

Ilustrasi :



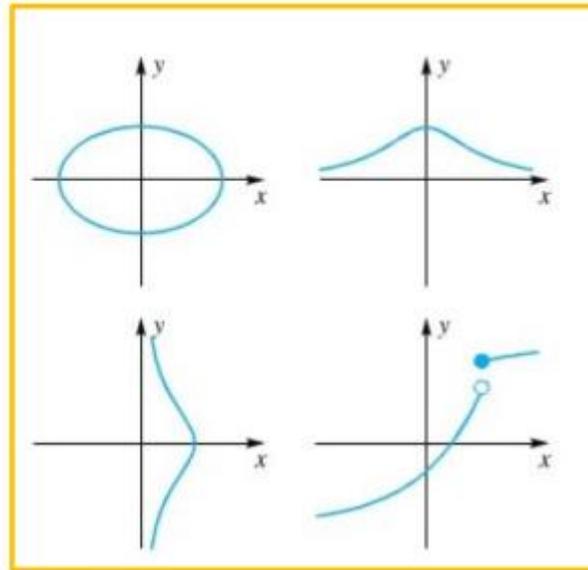
grafik fungsi



bukan grafi fungsi



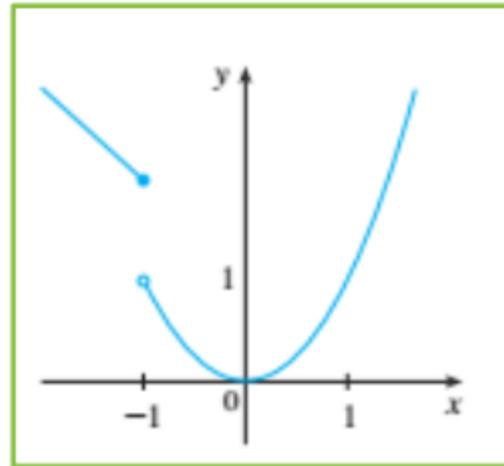
Diantara kurva berikut yang manakah yang merupakan grafik fungsi ?



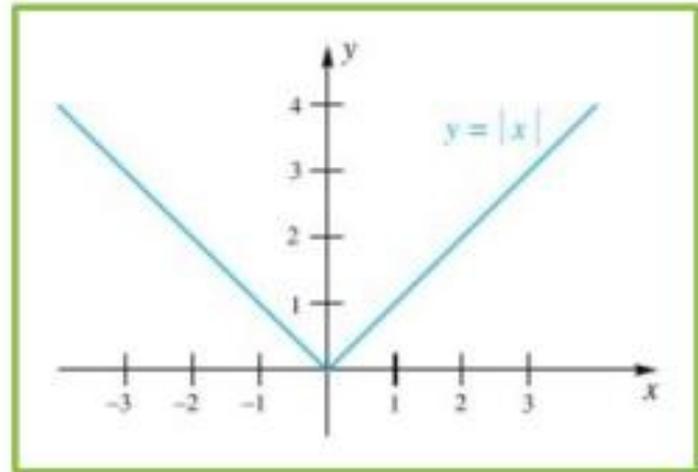
Fungsi yang didefinisikan oleh rumus yang berlainan di bagian yang berbeda pada daerah asalnya dinamakan “ **fungsi yang terdefinisi secara sepotong-sepotong (*piecewise*)** ”

Contoh :

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x & \text{jika } x \leq -1 \\ x^2 & \text{jika } x > -1 \end{cases}$$



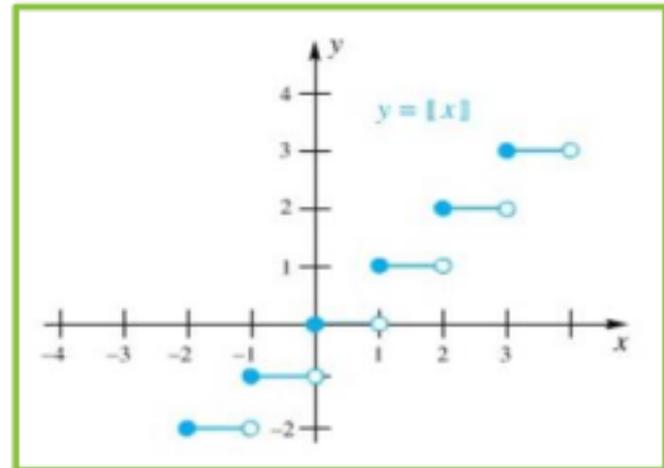
$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \text{jika } x < 0 \\ x & \text{jika } x \geq 0 \end{cases}$$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

$f(x) = \lfloor x \rfloor =$ Bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x

$$= \begin{cases} \dots \\ -1 & \text{jika } -1 \leq x < 0 \\ 0 & \text{jika } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{jika } 1 \leq x < 2 \\ \dots \end{cases}$$



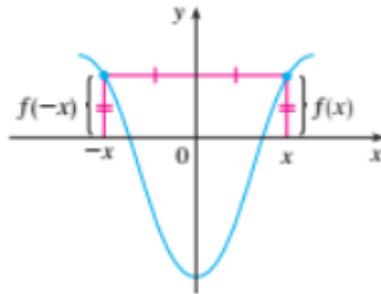
Jika $f(-x) = f(x)$ untuk setiap x di daerah asal maka f disebut **fungsi genap**

Jika $f(-x) = -f(x)$ untuk setiap x di daerah asal maka f disebut **fungsi ganjil**

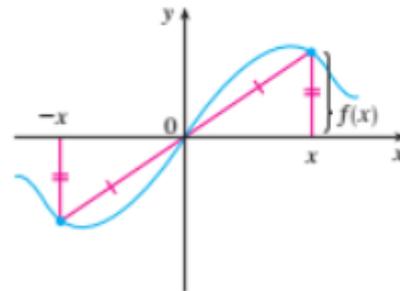
Ciri geometris fungsi genap adalah simetri terhadap sumbu- x

Ciri geometris fungsi ganjil adalah simetri terhadap titik asal $(0,0)$

Ilustrasi :



fungsi genap



fungsi ganjil



Soal :

Buktikan bahwa fungsi nilai mutlak adalah genap dan fungsi bilangan bulat terbesar bukan genap dan bukan ganjil



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET