

PERTEMUAN 3

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menjelaskan pengertian fungsi
2. Menentukan daerah asal dan daerah hasil dari suatu fungsi
3. Membuat grafik fungsi

Materi Ajar

Fungsi

Misal kita memiliki sebuah mesin yang bekerja dengan mengambil suatu input x dan menghasilkan output yang tunggal terkait dengan input x . Pada mesin ini dimungkinkan input yang berbeda menghasilkan produk yang sama. Pikirkan fungsi seperti mesin tersebut.

Definisi

Suatu fungsi f dari himpunan A ke himpunan B , ditulis $f: A \rightarrow B$ adalah aturan yang mengaitkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B

Himpunan A disebut daerah asal dari f

Himpunan B disebut daerah hasil dari f

Fungsi dinotasikan dengan huruf tunggal seperti $f, g, F, G, \varphi, \omega$. Selanjutnya jika x adalah variabel di daerah asal, $f(x)$ dibaca “ f dari x ” atau “ f pada x ” menyatakan nilai yang dipasangkan oleh f untuk x . Aturan pengaitan seringkali dinyatakan dalam bentuk rumus, misalnya $f(x) = x^2$ atau $g(x) = \frac{1}{x}$

Soal :

Untuk $f(x) = x^2 - 2x$ cari dan sederhanakan

(a) $f(4)$

(b) $f(4 + h)$

(c) $f(4 + h) - f(4)$

(d) $[f(4 + h) - f(4)]/h$

Daerah Asal dan Daerah Hasil

Definisi tersebut tidak membatasi seperti apa objek dari daerah asal dan daerah hasil, misal daerah asalnya himpunan mahasiswa di kelas Kalkulus dan daerah hasilnya nilai $\{A, B, C, D, E\}$ yang diperoleh. Tetapi hampir semua fungsi yang ditemui dalam Kalkulus adalah fungsi satu atau lebih dari satu variabel riil.

Untuk mencirikan suatu fungsi, kita tidak hanya menyatakan aturan pengaitannya tapi juga perlu menyatakan daerah asalnya. Aturan pengaitan dengan daerah asal akan menentukan daerah hasil. Sebagai contoh fungsi $F(x) = x^2 - 1$ dengan daerah asal $\{-1, 2, 3, 4, 5\}$ menentukan daerah hasil $\{0, 3, 8, 15, 24\}$.

Jika daerah asal tidak dinyatakan secara spesifik, kita menganggap sebagai daerah asalnya adalah himpunan terbesar di mana aturan pengaitannya memiliki makna dan dinamakan daerah asal alamiah.

Soal :

Tentukan daerah asal dan daerah hasil dari fungsi-fungsi berikut

(a) $f(x) = 1/(x - 3)$

(b) $g(t) = \sqrt{9 - t^2}$

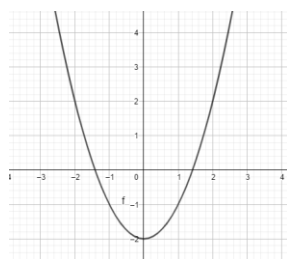
(c) $h(w) = 1/\sqrt{9 - w^2}$

Grafik Fungsi

Jika daerah asal dan daerah asal fungsi berupa himpunan bagian dari bilangan riil kita dapat menggambarkan fungsi tersebut dalam suatu grafik pada bidang koordinat Cartesius atau disebut juga sebagai bidang-. Grafik suatu fungsi f adalah kurva pada bidang- xy yang dibentuk oleh semua titik (x, y) dengan y memenuhi persamaan $y = f(x)$ dengan $x \in D_f$.

Soal :

Diberikan grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2$



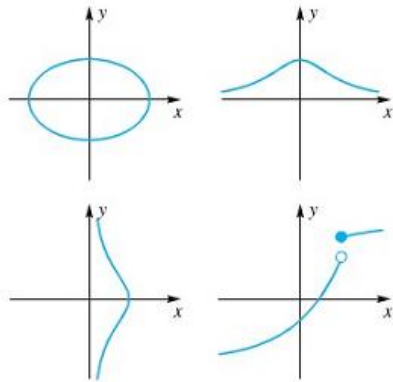
$$y = x^2 - 2$$

Dengan memperhatikan grafik fungsi tersebut tentukan daerah asal dan daerah hasil f

Grafik suatu fungsi berupa suatu kurva di bidang koordinat, tapi tidak berarti setiap kurva di bidang- xy merupakan grafik suatu fungsi. Suatu kurva merupakan grafik suatu fungsi jika setiap garis vertikal hanya memotong kurva di satu titik (uji garis vertikal)

Soal :

Manakah diantara kurva berikut yang menunjukkan grafik suatu fungsi



Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil

Kita dapat memperkirakan kesimetrian grafik suatu fungsi dengan melihat rumus fungsinya. Jika $f(-x) = f(x)$ untuk setiap x , maka grafik f simetri terhadap sumbu- y . Fungsi yang demikian dinamakan fungsi genap. Jika $f(-x) = -f(x)$ untuk setiap x , maka grafik f simetri terhadap titik asal. Fungsi yang demikian dinamakan fungsi ganjil

Soal :

Periksa apakah $f(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^4 - 3x^2 + 4}$ ganjil, genap atau bukan keduanya

Fungsi Nilai Mutlak dan Fungsi Bilangan Bulat Terbesar

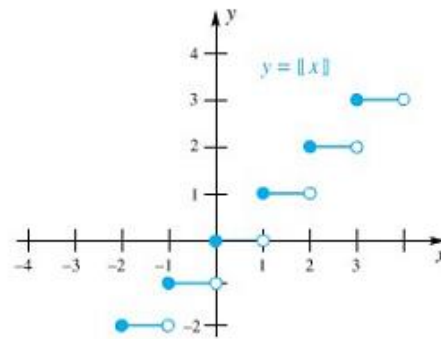
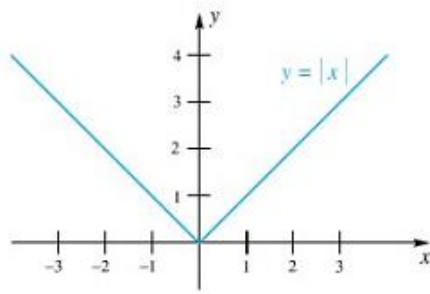
Fungsi nilai mutlak $f(x) = |x|$ didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0 \\ -x & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

dan fungsi bilangan bulat terbesar $\lceil x \rceil$ didefinisikan sebagai

$\lceil x \rceil =$ bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x

Sketsa kedua grafik tersebut dapat ditunjukkan sebagai berikut



Soal :

Buktikan bahwa fungsi nilai mutlak adalah genap dan fungsi bilangan bulat terbesar bukan genap dan bukan ganjil

TUGAS 3

- Dengan menggunakan geogebra buat sketsa grafik $g(x) = x|x - 4|$, kemudian nyatakan himpunan yang berikut dalam bentuk selang
 - $\{g(x) | -1 < x \leq 3\}$
 - $\{x | -1 < g(x) < 3\}$
- Tentukan daerah asal dari $f(x) = \frac{x+3}{4-\sqrt{x^2-9}}$
- Periksa apakah fungsi berikut genap, ganjil atau bukan keduanya . Buat sketsa grafik dengan menggunakan geogebra dan gunakan grafik tersebut untuk membantu anda membuat dugaan.
 - $f(x) = 2|x| + |x-1|$
 - $f(x) = \lfloor x - 1 \rfloor$