

Pertidaksamaan yang Memuat Nilai Mutlak



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menentukan penyelesaian pertidaksamaan
2. Menjelaskan pengertian nilai mutlak
3. Menyebutkan sifat-sifat nilai mutlak
4. Menentukan penyelesaian pertidaksamaan yang memuat nilai mutlak



$$3 < 4$$

$$4 > 7$$

$$x < 6$$

$$x^2 - 4x - 5 < 0$$

Diantara kalimat-kalimat ini manakah yang merupakan ketidaksamaan dan mana yang merupakan pertidaksamaan ?

Ketidaksamaan :

Kalimat tertutup yang memuat tanda ketidaksamaan $>$, $<$, \geq atau \leq

Pertidaksamaan :

Kalimat terbuka yang memuat tanda ketidaksamaan $>$, $<$, \geq atau \leq



Variabel adalah simbol (biasanya berupa huruf) yang digunakan untuk mewakili sebarang anggota suatu himpunan

Nilai pengganti variabel yang menyebabkan pertidaksamaan menjadi ketidaksamaan yang bernilai benar disebut **penyelesaian pertidaksamaan**. Himpunan dari semua penyelesaian disebut himpunan penyelesaian

Menyelesaikan pertidaksamaan berarti mencari himpunan penyelesaian pertidaksamaan



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Contoh soal :

Periksa apakah yang berikut adalah penyelesaian pertidaksamaan $x^2 - 4x - 5 < 0$:

a. $x = 2$

b. $x = 6$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Contoh Soal :

Tentukan himpunan penyelesaian pertidaksamaan yang berikut

a. $3x - 5 < 4x - 6$

b. $4x^2 - 5x - 6 < 0$

c. $\frac{x - 2}{x + 4} \leq 2$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Secara umum prosedur menyelesaikan pertaksamaan terdiri dari pengubahan pertaksamaan langkah demi langkah menjadi pertidaksamaan yang ekuivalen hingga diperoleh pertidaksamaan yang himpunan penyelesaiannya jelas.
Alat utamanya adalah sifat-sifat urutan



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Adakah pertidaksamaan yang himpunan penyelesaiannya himpunan kosong ?
Adakah pertidaksamaan yang himpunan penyelesaiannya himpunan bilangan riil ?

Berikan contoh :

- pertidaksamaan yang himpunan penyelesaiannya adalah himpunan kosong
- pertidaksamaan yang himpunan penyelesaiannya adalah himpunan bilangan riil



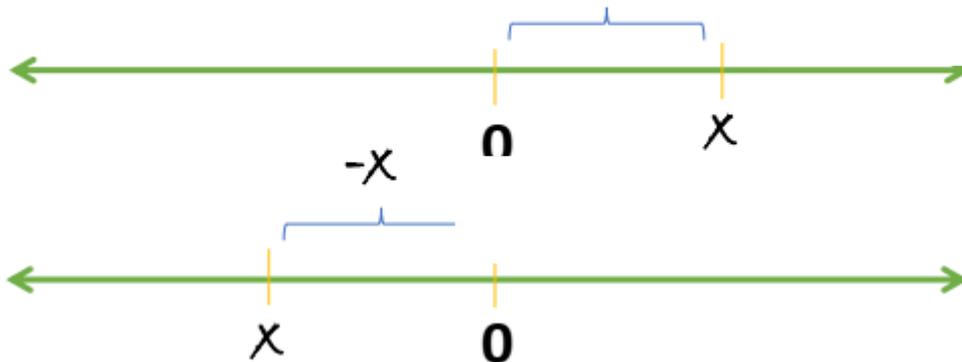
UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Nilai mutlak suatu bilangan riil x , dinyatakan dengan $|x|$, didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

Dari pendefinisian tersebut, $|x| \geq 0$ untuk semua $x \in \mathbb{R}$

Salah satu cara terbaik membayangkan nilai mutlak pada garis bilangan adalah dengan membayangkan nilai mutlak sebagai jarak (tak berarah), yakni $|x|$ adalah jarak antara x dengan 0



Sifat-sifat Nilai Mutlak

$$|ab| = |a||b|$$

$$\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|a - b| \geq |a| - |b|$$



Sifat-sifat Pertidaksamaan Nilai Mutlak

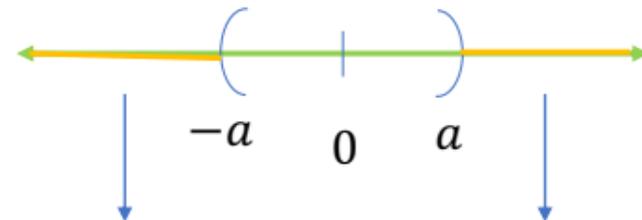
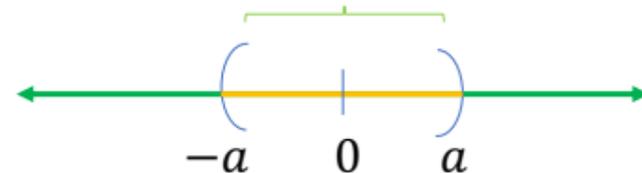
Jika $a > 0$ maka,

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x < -a$$

$$\text{atau } x > a$$

Titik-titik yang jaraknya ke 0
kurang dari a



Titik-titik yang jaraknya ke 0
lebih dari a



Contoh

Ubah ke dalam bentuk yang tidak memuat nilai mutlak

$$2|x| + |x + 1|$$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Contoh

Cari himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut

$$|x + 2| < 1 \qquad \left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2 \qquad \left| \frac{5}{x} + 2 \right| > 1$$





UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Contoh

1. Perhatikan bahwa implikasi $|x - 2| < \frac{\varepsilon}{6} \Rightarrow |6x - 12| < \varepsilon$ benar
2. Carilah $\delta > 0$ (tergantung pada ε) sedemikian sehingga implikasi $|x + 6| < \delta \Rightarrow |6x + 36| < \varepsilon$ bernilai benar



Untuk $a \geq 0$, lambang \sqrt{a} disebut akar kuadrat utama dari a yang menunjukkan akar kuadrat tak negatif dari a

$$x^2 = |x^2| = |xx| = |x||x| = |x|^2$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$



$|x| < |y|$ jika dan hanya jika $x^2 < y^2$

Cari himpunan penyelesaian pertidaksamaan berikut

$$|3x - 1| < 2|x + 6|$$

$$\sqrt{4 - x^2} \leq 2$$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET