Bab 3

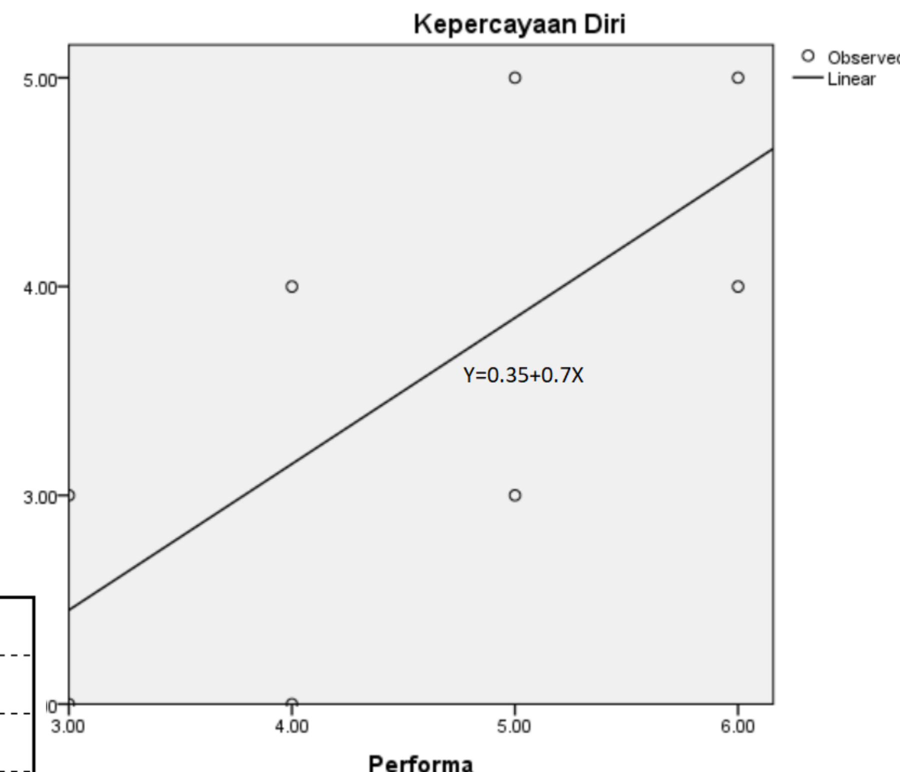
ANALISIS REGRESI

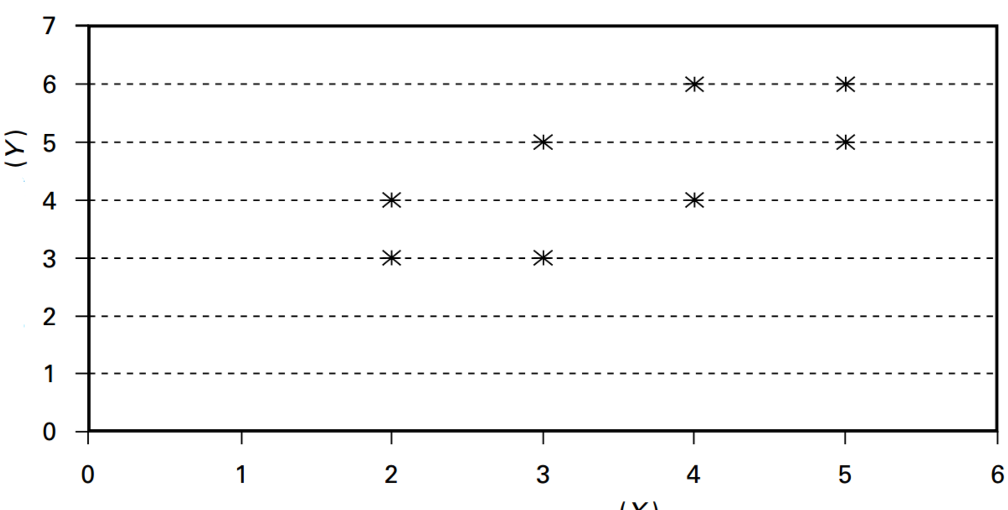
BAGIAN SATU: REGRESI SEDERHANA

Contoh 1

- Apakah kepercayaan diri mempengaruhi performa seseorang?

Kepercayaan Diri	Performa
3	5
5	5
4	6
2	3
3	3
4	4
5	6
2	4





Pengantar..

- Regresi linier sering digunakan untuk melihat nilai prediksi atau perkiraan yang akan datang
- Nilai prediksi → variabel respon (tidak bebas), notasi: Y
- Nilai yang memprediksikan → variabel bebas, notasi :X

Analisis regresi digunakan untuk mengetahui bagaimana variabel respon diprediksikan melalui variabel bebas secara individu atau parsial maupun secara bersama-sama atau simultan.

- Tujuan analisis regresi: mengetahui derajat hubungan linier antar variabel

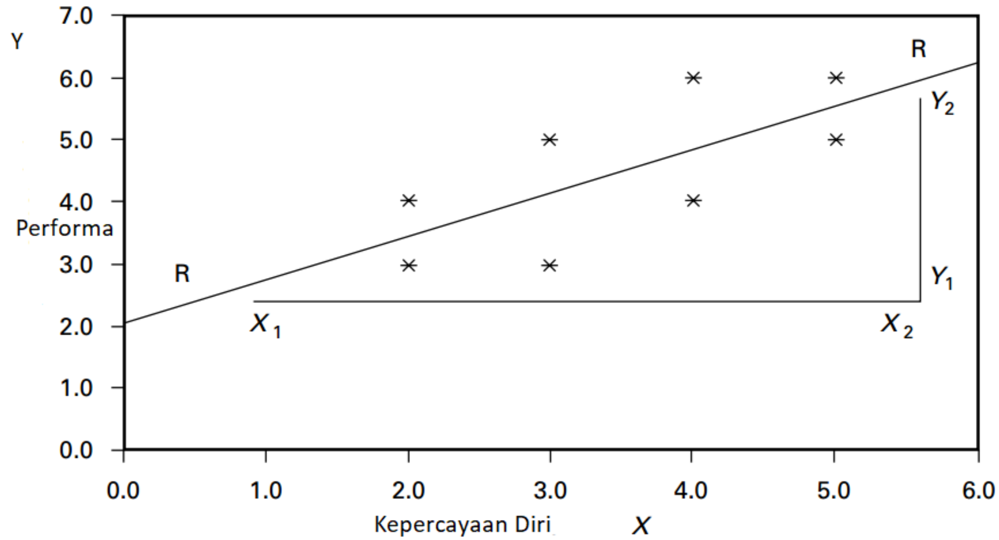
Contoh aplikasi regresi dalam pendidikan

- **Pengaruh PD terhadap performa seseorang**
- **Pengaruh persepsi mahasiswa terhadap lamanya pengerjaan makul seminar**
- **Pengaruh motivasi mahasiswa dalam kuliah terhadap lama studi**
- **Pengaruh Gaya Kepemimpinan dan Kreativitas Dosen di Kelas terhadap Prestasi Belajar Mahasiswa**

Kembali ke contoh 1

$$\text{Slope}_{(b_y)} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

$$Y = a_y + (b_y)(x)$$



Dengan a merupakan intercept dari Y dan b adalah slope

→ Estimasi intercept dan slope?

- X_i variabel independen ke-i
- Y_i variabel dependen ke-i maka bentuk model regresi linier sederhana adalah :

$$\boxed{Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, i = 1,2, \dots, n}$$

ε_i merupakan sesatan random dengan asumsi NID(0, σ^2)

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

$$E\left[Y_i\right] = E\left[\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i\right]$$

$$= \hat{\alpha} + \hat{\beta} X + E\left[\varepsilon_i\right]$$

So...

$$\hat{Y}_i = a + bX$$

$$\boxed{\begin{aligned} \hat{\alpha} &= a \\ \hat{\beta} &= b \end{aligned}}$$

Estimasi parameter

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1,2,\ldots,n$$

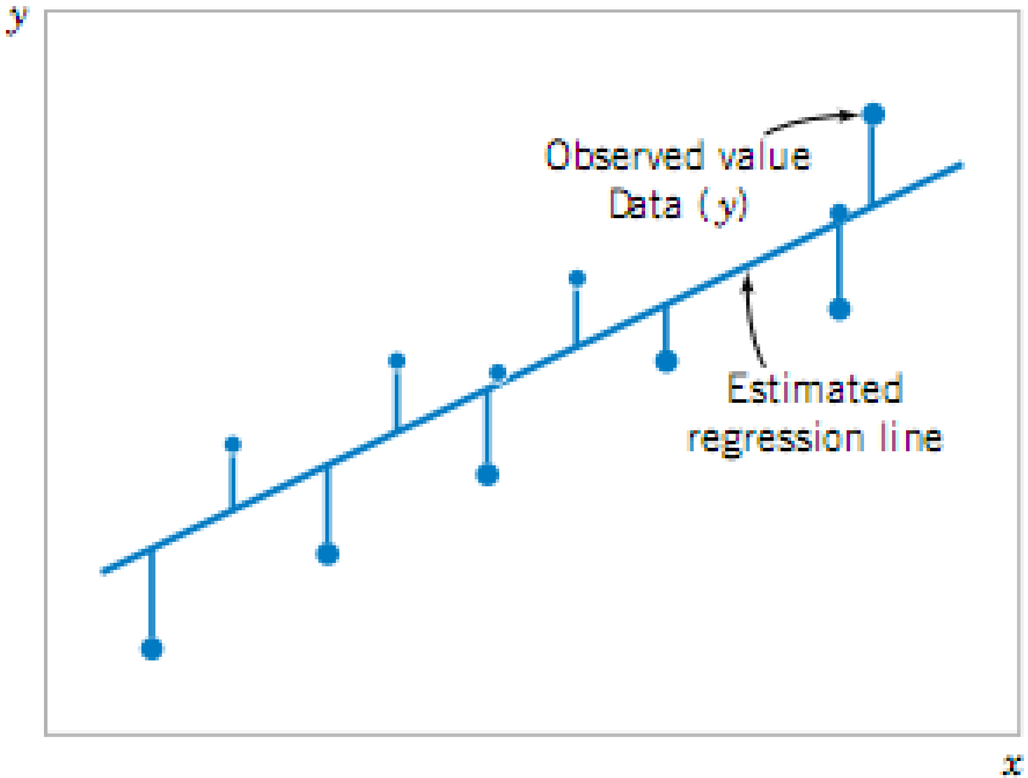
$$V\left(Y_i\right) = V\left(\alpha + \beta X_i + \varepsilon_i\right)$$

$$= V\left(\alpha + \beta X_i\right) + V\left(\varepsilon_i\right)$$

So...

$$V\left(Y_i\right) = 0 + \sigma^2$$

Estimasi parameter dengan menggunakan MKT (Metode Kuadrat Terkecil)



DARI GARIS REGRESI SAMPEL DIPEROLEH :

$$e_i = Y_i - (\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i)$$

DAN

$$D = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - (a + bX_i))^2$$

Turunkan D terhadap ***a*** dan ***b*** !!!!

$$\frac{\partial D}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - a - bX_i\right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Yi - an - b\sum_{i=1}^{n} X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} Yi - b\sum_{i=1}^{n} X_i = an$$

$$a = \sum_{i=1}^{n}\frac{Yi}{n} - b\sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}$$

$$= \overline{Y} - b\overline{X}$$

$$\boxed{a = \bar{Y} - b\bar{X}}$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - a - bX_i\right)X_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - a\sum_{i=1}^{n} X_i - b\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = 0$$

$$a = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

ATAU

y	x	xy	x^2	y^2
. .	. .	. .	. .	. .
Σy	Σx	Σxy	Σx^2	Σy^2

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \qquad a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} \qquad \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Contoh 2

Carilah persamaan regresi linier Y pada X dari data Tabel berikut

Mat (X)	Fis (Y)	XY	X2	Y2
60	80	4800	3600	6400
45	69	3105	2025	4761
50	71	3550	2500	5041
60	85	5100	3600	7225
50	80	4000	2500	6400
65	82	5330	4225	6724
60	89	5340	3600	7921
65	93	6045	4225	8649
50	76	3800	2500	5776
65	86	5590	4225	7396
45	71	3195	2025	5041
50	69	3450	2500	4761
665	951	53305	37525	76095

$$b = \frac{\sum xy - \dfrac{(\sum x)(\sum y)}{n}}{\sum x^2 - \dfrac{(\sum x)^2}{n}}$$

$$= \frac{53305 - \dfrac{(665)(951)}{12}}{37525 - \dfrac{(665)^2}{12}} = 0.8972$$

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x} = 29.53$$

jadi diperoleh persamaan regresi :

$$\hat{Y}_i = 29.5294 + 0.8972X_i$$

MENGUJI KOEFISIEN REGRESI DENGAN ANALISIS VARIANSI

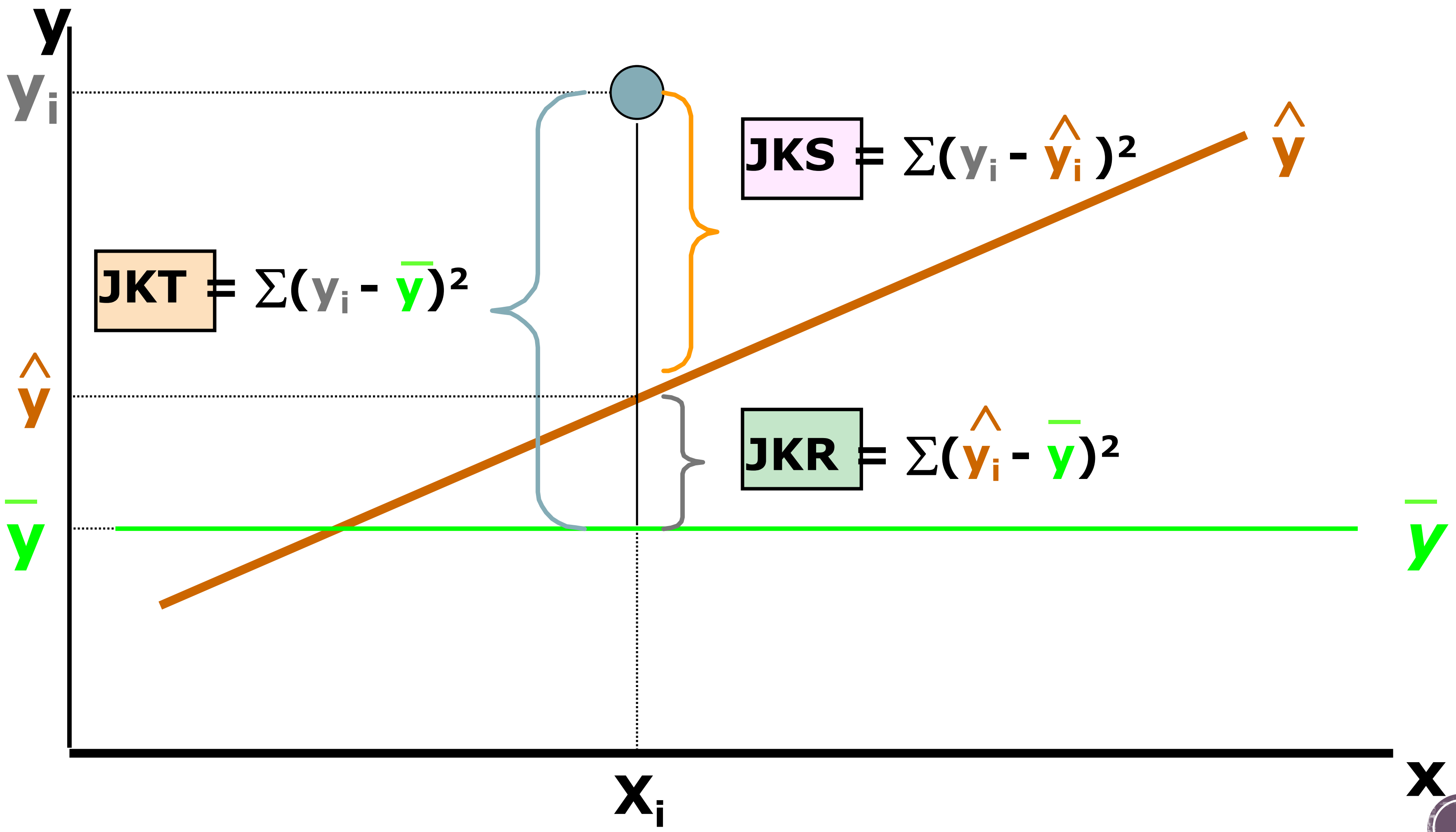
Perhatikan

$$\underbrace{\left(y_i - \bar{y}\right)}_{\text{Total}} = \underbrace{\left(\hat{y}_i - \bar{y}\right)}_{\text{regresi}} + \underbrace{\left(y_i - \hat{y}_i\right)}_{\text{sisa}}$$

$$\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}_{\text{JKT}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}_{\text{JKR}} + \underbrace{\boxed{2\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})(y_i - \hat{y}_i)}}_{=0} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}_{\text{JKS}}$$

JKT:Jumlah Kuadrat Total
JKR: Jumlah Kuadrat Regresi
JKS: Jumlah Kuadrat Sesatan

Variasi yang diterangkan dan Yang tidak dapat diterangkan



model

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i, i = 1,2,\dots,n$$

i. $H_0: \beta = 0$
$H_1: \beta \neq 0$

ii. Tingkat signifikansi 5%

iii. Tabel ANAVA

Sumber Variasi	JK	dk	RK	FO
Regresi	JKR= $b^2 \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$	1	RKR=JKR/1	F=RKR/RKS
Sesatan	JKS= JKT-JKR	n-2	RKS=JKS/n-2	Ftabel F(alpha, 1,n-2)
Total	JKT= $\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}$	n-1		

Tolak H0 jika F0>Ftabel =$F_{\alpha,1,n-2}$

Kembali ke contoh 2..

Sumber Variasi	JK	dk	RK	F Hitung
Regresi	**541.193**	1	541.193	29.04
Sesatan	**186.557**	12-2=10	18.6557	Ftabel F(alpha, 1,n-2)
Total	**728.25**	12-1=11		

4. Kesimpulan :

Tolak H0 karena Fobs=29.04>Ftabel=4.96

d.k.l regresi linier X dan Y berarti