



## Matematika Ekonomi

### FUNGSI



### Definisi Fungsi (1)

Dalam kehidupan sehari-hari, fungsi berarti :

1. tugas seseorang
2. cara sesuatu bekerja
3. cara sesuatu digunakan
4. tujuan dibuatnya sesuatu



### Definisi Fungsi (2)

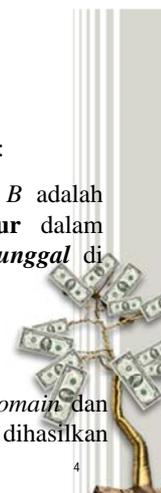
Sedangkan pengertian dalam Matematika :

Fungsi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  adalah aturan yang mengkaitkan **setiap unsur** dalam himpunan  $A$  dengan suatu unsur **unik/tunggal** di himpunan  $B$

Secara simbol, fungsi ditulis dengan

$$f : A \rightarrow B \text{ atau } y = f(x).$$

Himpunan semua nilai  $x$  di  $A$  disebut *domain* dan himpunan semua nilai fungsi yang dihasilkan disebut *range*.



### Jenis-jenis Fungsi (1)

1. Fungsi konstan,  $f(x) = 10$
2. Fungsi tunggal,  $y = 2x + 3$
3. Fungsi berkorespondensi satu-satu,  
 $n(A) = n(B)$
4. Fungsi identitas,  $f(x) = x$



### Jenis-jenis Fungsi (2)

5. Fungsi Aljabar : fungsi yang variabel-variabelnya dihubungkan oleh  $+$ ,  $-$ ,  $x$ ,  $:$ , pangkat, dan atau akar

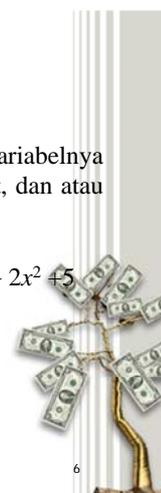
Macam-macamnya :

- fungsi polinomial,  $y = x + 3$ ,  $y = x^3 + 2x^2 + 5$

- fungsi pecahan,  
 $y = \frac{x}{x+1}$ ,  $y = \frac{3x+2}{x^2-1}$

- fungsi irasional,

$$y = \sqrt{3x+4}$$



### Jenis-jenis Fungsi (3)

6. Fungsi transenden : fungsi yang tidak tergolong fungsi aljabar

Macamnya :

- Goniometri,  $y = \sin x$
- Eksponen,  $y = 3^x$
- logaritma,  $y = \log x$
- Syklometris,  $y = \arccos x$
- Hiperbolis ,  $y = \sinh x$



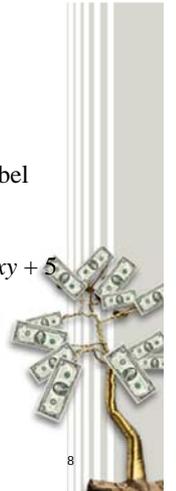
7

### Jenis-jenis Fungsi (4)

7. Fungsi berdasarkan hubungan antar variabel

- a. Fungsi eksplisit :  $y = x^2 - 4x + 5$
- b. Fungsi implisit :  $f(x,y) = x^3 - 2xy^2 + 3xy + 5$
- c. Fungsi dalam bentuk parameter

$$\begin{cases} x = t^2 - 3t \\ y = 4t + 2 \end{cases}$$



8

### Jenis-jenis Fungsi (5)

8. Fungsi berdasarkan banyaknya variabel

- a. Fungsi satu variabel :  $x = 8$
- b. Fungsi dua variabel :  $y = x^2 + 3x$
- c. Fungsi lebih dari 2 variabel (multivariable)  
 $z = x^2 + 3xy + y^3 + 5x - 2y + 8$

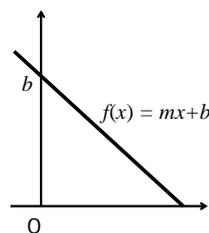
9. Fungsi berbentuk interval



9

### Fungsi linier

Gambar:



Beberapa bentuk fungsi linier:

1.  $y = mx + b$
2.  $px + qy = r$
3.  $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$



10

### Fungsi linier

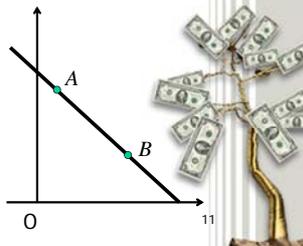
Persamaan garis dari 2 titik  $A(x_1, y_1)$  dan  $B(x_2, y_2)$

Cara I :  $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

Cara II :  
hitung dulu gradien  $m$

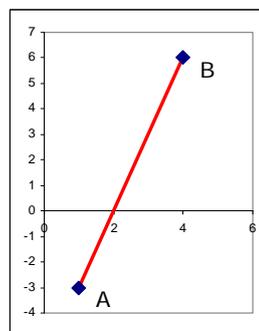
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

sehingga  $y = m(x - x_1) + y_1$



11

Tentukan persamaan garis yang melalui titik  $A(1, -3)$  dan  $B(4, 6)$



Terlebih dahulu hitung gradien

$$m = \frac{6 - (-3)}{4 - 1} = 3$$

sehingga persamaan garis AB adalah :

$$\begin{aligned} y &= 3(x - 1) + (-3) \\ &= 3x - 3 - 3 \\ &= 3x - 6 \end{aligned}$$



12

## Fungsi kuadrat

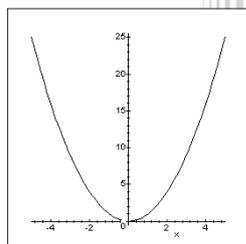
Bentuk umum fungsi kuadrat:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Nilai yang penting dari fungsi kuadrat adalah:

$$D = b^2 - 4ac$$

$D$  disebut diskriminan



Grafik  $y = x^2$

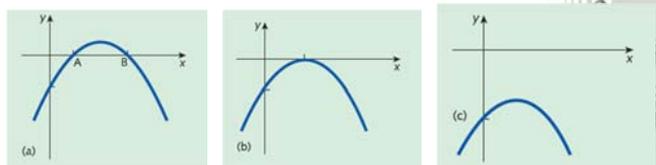
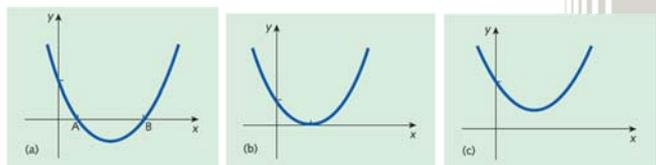
13

## Beberapa fakta seputar fungsi kuadrat : $y = ax^2 + bx + c$

- ❖ Jika  $D > 0$  maka kurva memotong sumbu  $x$  di dua tempat
- ❖ Jika  $D = 0$  maka kurva menyinggung sumbu  $x$
- ❖ Jika  $D < 0$  maka kurva tidak akan memotong sumbu  $x$
- ❖ Sumbu simetri adalah  $x = -\frac{b}{2a}$



14



15

## Beberapa fakta seputar fungsi kuadrat-lanjutan

- ❖ Nilai  $a$  menyatakan arah kecekungan
  - $a > 0$ , cekung ke atas
  - $a < 0$ , cekung ke bawah
- ❖ Titik potong dengan sumbu  $y$  adalah  $(0, c)$
- ❖ Titik puncak adalah  $P\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$



16

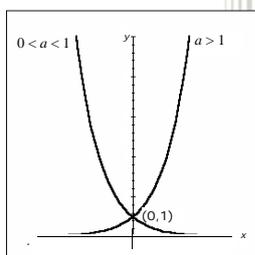
## Fungsi eksponensial

Bentuk umum fungsi eksponensial:

$$f(x) = ka^x$$

Dengan  $a$  dan  $k$  konstanta.  $a$  sering disebut basis eksponen

Sifat eksponen pada pertemuan I bisa dipakai pada fungsi eksponensial ini



Grafik fungsi eksponen

17

## Fungsi logaritma

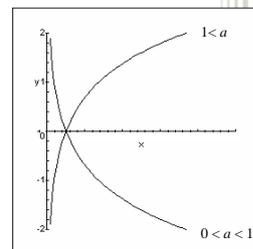
Bentuk umum fungsi logaritma:

$$f(x) = {}^a \log x$$

Dengan  $a$  disebut basis logaritma.

Hubungan logaritma dengan eksponen :

Jika  ${}^a \log b = c$  maka  $b = a^c$   
( $a$  dan  $b$  positif dan  $a \neq 1$ )



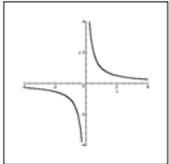
Grafik fungsi logaritma

18

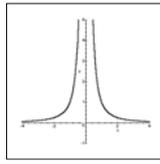
## Fungsi rasional

Bentuk umum fungsi rasional:  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$

Dengan  $P(x)$  dan  $Q(x)$  berbentuk suku banyak



Grafik  $y = \frac{1}{x}$



Grafik  $y = \frac{1}{x^2}$

19

## Komposisi fungsi

Fungsi komposisi dari fungsi  $f$  dan  $g$ , ditulis  $f \circ g$ , adalah fungsi yang memiliki aturan

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)),$$

asalkan  $R_f \cap D_g \neq \emptyset$



20

## Contoh :

Diketahui :  $f(x) = 4x - 2$  dan  $g(x) = x^2 + 3$ , maka tentukan :

- $(f \circ g)(x)$
- $(g \circ f)(x)$
- $(f \circ g)(2)$
- $(g \circ f)(2)$
- hitung  $x$  agar  $(g \circ f)(x) = 7$



21

## Invers fungsi

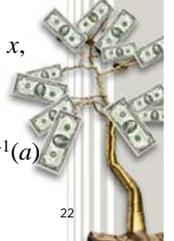
Andaikan  $y = f(x)$  adalah fungsi yang berkorespondensi satu-satu.

Invers fungsi  $f$ , ditulis  $f^{-1}$  atau  $y = f^{-1}(x)$ , adalah fungsi yang memenuhi aturan

$$f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = I(x) = x,$$

untuk setiap  $x \in D_f$

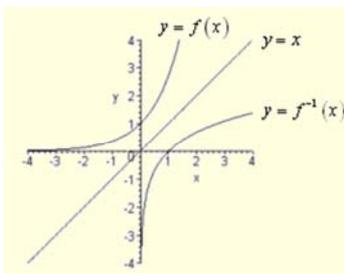
Ini berarti jika  $a = f(b)$  maka berlaku  $b = f^{-1}(a)$



22

## Grafik Invers Fungsi

- Jika grafik fungsi  $f(x)$  dan  $f^{-1}(x)$  digambarkan dalam satu sumbu koordinat maka grafiknya simetri terhadap garis  $y = x$ .



## Invers fungsi rasional

Invers dari fungsi :

$$y = f(x) = \frac{ax + b}{px + q}$$

adalah :

$$y = f^{-1}(x) = \frac{-qx + b}{px - a}$$

(Buktikan !)

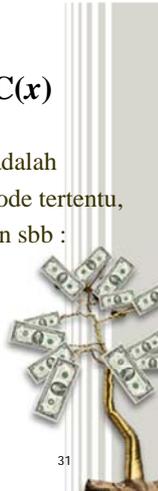


24

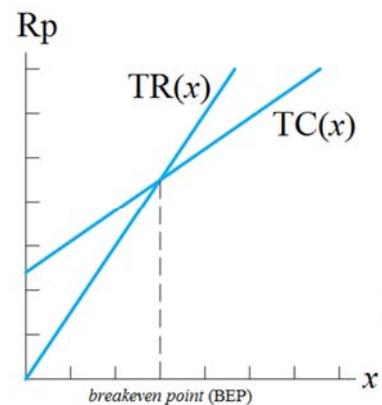
## Hubungan antara TR(x) dan TC(x)

Jika diketahui TR(x) dan TC(x) dengan x adalah jumlah suatu jenis barang dalam suatu periode tertentu, maka pada x tertentu dapat terjadi hubungan sbb :

- $TR(x) = TC(x) \rightarrow$  breakeven point (BEP)
- $TR(x) > TC(x) \rightarrow$  LABA,  
besarnya laba =  $TR(x) - TC(x)$
- $TR(x) < TC(x) \rightarrow$  RUGI



31



32

Contoh :

1. Diketahui data :

Produk (x)	Biaya (TC(x))
100	800.000
300	1.200.000

Dapatkan fungsi biaya TC(x) sebagai fungsi linier



33

Jawab :

1. TC(x) sebagai fungsi linier  $\rightarrow TC(x) = mx + b$   
hitung gradiennya (m)

$$m = \frac{1.200.000 - 800.000}{300 - 100} = \frac{400.000}{200} = 2000$$

$$\text{Jadi } TC(x) = 2000(x - 100) + 800.000 \\ = 2000x + 600.000$$



34

2. Jika diketahui harga jual barang pada contoh 1 adalah Rp. 5.000 per unit maka :

- a. dapatkan fungsi TR(x)
- b. Berapa unit barang yang harus terjual agar tercapai BEP
- a. jika ingin mencapai Laba Rp. 2 juta, maka berapa unit barang yang harus terjual ?



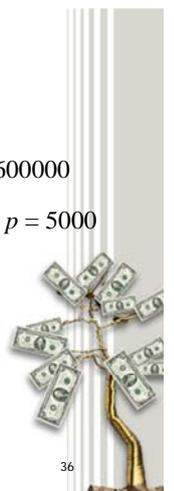
35

Jawab :

2. Dari contoh 1, diperoleh  $TC(x) = 2000x + 600000$

a. Karena harga jual barang per unit adalah  $p = 5000$   
maka  $TR(x) = px = 5000x$

b. BEP (breakeven point) terjadi saat  
 $TR(x) = TC(x)$   
 $5000x = 2000x + 600000$   
 $3000x = 600000$   
 $x = 200$  unit



36