CHAPTER 5
PROBABILITY CONCEPTS
(PART 2)

ISNA PUTRI
RAHMAWATI

TUJUAN PEMBELAJARAN (LO)

1. LO5-1 Mendefinisikan istilah probabilitas, eksperimen, peristiwa, dan hasil.
2. LO5-2 Menetapkan probabilitas menggunakan pendekatan klasik, empiris, atau subjektif.
3. LO5-3 Menghitung probabilitas menggunakan aturan penjumlahan.
4. **LO5-4 Menghitung probabilitas menggunakan aturan perkalian.**
5. **LO5-5 Menghitung probabilitas menggunakan tabel kontingensi.**
6. **LO5-6 Menghitung probabilitas menggunakan teorema Bayes.**
7. **LO5-7 Menentukan jumlah hasil menggunakan prinsip penghitungan.**

LO4- ATURAN PERKALIAN UNTUK MENGHITUNG PROBABILITAS

LO4- ATURAN PERKALIAN UNTUK MENGHITUNG PROBABILITAS

- Pada bagian ini, kita membahas aturan untuk menghitung kemungkinan dua peristiwa terjadi, atau kemungkinan gabungannya.
- Misalnya, 16% dari pengembalian pajak 2016 disiapkan oleh Bag. H&R dan 75% dari pengembalian tersebut menunjukkan adanya ***refund***. **Berapa besar kemungkinan formulir pajak seseorang disiapkan oleh Bag. H&R dan orang tersebut menerima *refund*?**
- Diagram Venn menggambarkan ini sebagai **perpotongan/irisan** (***intersection***) dua peristiwa. Untuk menemukan kemungkinan terjadinya dua peristiwa, maka dapat menggunakan aturan perkalian.
- Ada dua aturan perkalian: aturan khusus dan aturan umum.

I. ATURAN KHUSUS PERKALIAN

- Aturan khusus perkalian mensyaratkan bahwa dua kejadian A dan B tidak bergantung (independent).
- Dua peristiwa bersifat independent → jika kemunculan satu peristiwa tidak mengubah kemungkinan terjadinya peristiwa lainnya.

✓ Misalnya, ketika peristiwa B terjadi setelah peristiwa A terjadi, apakah A berpengaruh pada kemungkinan peristiwa B terjadi? Jika jawabannya tidak, maka A dan B adalah kejadian **independen.**

✓ Misalkan dua koin dilempar. Hasil lemparan koin (gambar atau angka) tidak terpengaruh oleh hasil lemparan koin sebelumnya (gambar atau angka).

✓ Untuk dua peristiwa independen A dan B, probabilitas bahwa A dan B akan terjadi ditemukan dengan mengalikan dua probabilitas.

SPECIAL RULE OF MULTIPLICATION $P(A \text{ and } B) = P(A)P(B)$ **[5–5]**

ILUSTRASI

Sebuah survei oleh American Automobile Association (AAA) mengungkapkan 60% anggotanya melakukan reservasi maskapai penerbangan tahun lalu. Dua anggota dipilih secara acak. Berapa probabilitas dua anggota tsb melakukan reservasi maskapai penerbangan tahun lalu?

- Di soal disebutkan→ Probabilitas anggota pertama membuat reservasi maskapai penerbangan tahun lalu adalah 0,60.
- P(R1) = 0,60, → mengacu pada fakta bahwa anggota pertama melakukan reservasi.
- Probabilitas bahwa anggota kedua yang dipilih membuat reservasi juga adalah 0,60, jadi P (R2) = 0,60 → R1 dan R2 adalah independen.
- Dengan menggunakan rumus perkalian, probabilitas kedua anggota melakukan reservasi adalah 0,36: P (R 1 dan R 2) = P (R1) P(R2) = (0,60) (. 60) = 0,36

All possible outcomes can be shown as follows. R means a reservation is made, and $\sim R$ means no reservation is made.

With the probabilities and the complement rule, we can compute the joint probability of each outcome. For example, the probability that neither member makes a reservation is .16. Further, the probability of the first or the second member (special addition rule) making a reservation is .48 (.24 + .24). You can also observe that the outcomes are mutually exclusive and collectively exhaustive. Therefore, the probabilities sum to 1.00.

Outcomes	**Joint Probability**	
$R_1 \quad R_2$	$(.60)(.60) =$	.36
$R_1 \sim R_2$	$(.60)(.40) =$	.24
$\sim R_1 \quad R_2$	$(.40)(.60) =$	.24
$\sim R_1 \sim R_2$	$(.40)(.40) =$	.16
Total		1.00

II. ATURAN UMUM PERKALIAN

- **Jika dua peristiwa tidak independent → maka disebut sebagai dependen.**
- Misalkan ada 10 kaleng soda dalam lemari pendingin (7 reguler dan 3 diet). Kaleng dipilih dari lemari pendingin. Probabilitas memilih satu kaleng soda diet adalah 3/10, dan probabilitas memilih satu kaleng soda reguler adalah 7/10.
- Kemudian kaleng kedua dipilih dari lemari pendingin, tanpa mengembalikan kaleng pertama. Probabilitas yang kedua adalah kaleng soda diet tergantung pada apakah yang pertama dipilih apakah diet atau reguler.

Probabilitas yang kedua adalah diet adalah:

✓ 2/9, kalau kaleng pertama adalah diet → (Hanya dua kaleng soda diet yang tersisa di pendingin.)

✓ 3/9, jika kaleng yang pertama dipilih adalah regular → (Ketiga soda diet masih di dalam pendingin.)

- 2/9 (atau 3/9) disebut probabilitas bersyarat karena nilainya bergantung pada apakah soda diet atau reguler adalah pilihan pertama dari pendingin.

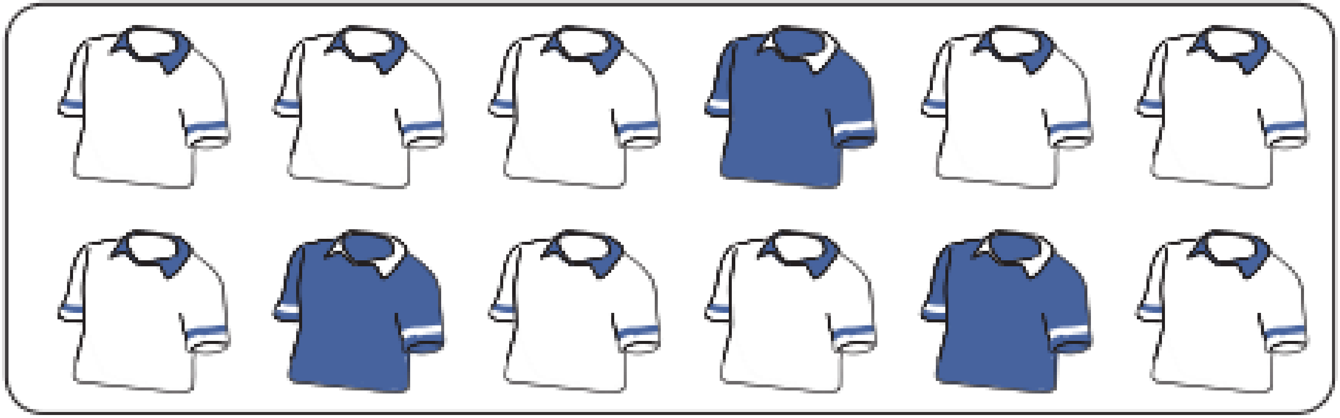
CONDITIONAL PROBABILITY → Probabilitas kejadian tertentu terjadi, tergantung pada peristiwa lain yang telah terjadi.

- Dalam aturan umum perkalian, probabilitas bersyarat diperlukan untuk menghitung probabilitas gabungan dua kejadian yang tidak independen.
- Untuk dua kejadian, A dan B, yang tidak independen, probabilitas bersyarat direpresentasikan sebagai P (B | A), dan dinyatakan sebagai probabilitas B tergantung pada efek kejadian A.
- Secara simbolis, aturan umum perkalian dua peristiwa yang tidak independen adalah:

GENERAL RULE OF MULTIPLICATION $P(A \text{ and } B) = P(A)P(B|A)$ **[5–6]**

EXAMPLE

- Seorang pegolf memiliki 12 kemeja golf di lemarinya. Misalkan 9 kemeja ini berwarna putih dan biru. Dia mengambil kemeja secara acak.
- Dia bermain golf dua hari berturut-turut dan tidak mencuci dan mengembalikan kemeja bekas ke lemari. Seberapa besar kemungkinan kedua kemeja yang dipilih berwarna putih?



LANJUTAN....

- Event terpilihnya kaos pertama berwarna putih adalah W1. Probabilitasnya adalah P (W1) = 9/12 karena 9 dari 12 kemeja berwarna putih.
- Event terpilihnya kemeja kedua juga putih diidentifikasikan sebagai W2. Probabilitas bersyarat bahwa kemeja kedua yang dipilih adalah putih, mengingat bahwa kemeja pertama yang dipilih juga berwarna putih, adalah P (W2 | W1) = 8/11.
- Mengapa demikian? Karena setelah dipilih kaos pertama, hanya tersisa 11 kaos di lemari dan 8 di antaranya berwarna putih. Untuk menentukan probabilitas 2 kemeja putih yang dipil

$$P(W_1 \text{ and } W_2) = P(W_1)P(W_2|W_1) = \left(\frac{9}{12}\right)\left(\frac{8}{11}\right) = .55$$

Jadi kemungkinan memilih dua kemeja dan menemukan keduanya berwarna putih adalah 0,55.

LANJUTAN....

We can extend the general rule of multiplication to more than two events. For three events A, B, and C, the formula is:

$$P(A \text{ and } B \text{ and } C) = P(A)P(B|A)P(C|A \text{ and } B)$$

In the case of the golf shirt example, the probability of selecting three white shirts without replacement is:

$$P(W_1 \text{ and } W_2 \text{ and } W_3) = P(W_1)P(W_2|W_1)P(W_3|W_1 \text{ and } W_2) = \left(\frac{9}{12}\right)\left(\frac{8}{11}\right)\left(\frac{7}{10}\right) = .38$$

So the likelihood of selecting three shirts without replacement and all being white is .38.

1

SELF-REVIEW 5–6

The board of directors of Tarbell Industries consists of eight men and four women. A four-member search committee is to be chosen at random to conduct a nationwide search for a new company president.

(a) What is the probability all four members of the search committee will be women?

(b) What is the probability all four members will be men?

(c) Does the sum of the probabilities for the events described in parts (a) and (b) equal 1? Explain.

LO5-MENGHITUNG PROBABILITAS MENGGUNAKAN TABEL KONTINGENSI.

LO5-MENGHITUNG PROBABILITAS MENGGUNAKAN TABEL KONTINGENSI.

- TABEL KONTINJENSI → Tabel yang digunakan untuk mengklasifikasikan observasi sampel menurut dua atau lebih kategori atau kelas yang dapat diidentifikasi.
- Tabel kontinjensi adalah tabulasi silang yang secara bersamaan merangkum dua variabel yang menarik dan hubungannya. Tingkat pengukuran bisa nominal.

Seratus lima puluh orang dewasa ditanyai jenis kelamin mereka dan jumlah akun Facebook yang mereka gunakan. Tabel berikut merangkum hasilnya.

	Gender		
Facebook Accounts	**Men**	**Women**	**Total**
0	20	40	60
1	40	30	70
2 or more	10	10	20
Total	70	80	150

Asosiasi Produsen Kopi Amerika melaporkan informasi berikut tentang usia dan jumlah kopi yang dikonsumsi dalam sebulan.

	Coffee Consumption			
Age (Years)	Low	Moderate	High	Total
Under 30	36	32	24	92
30 up to 40	18	30	27	75
40 up to 50	10	24	20	54
50 and over	26	24	29	79
Total	90	110	100	300

Berdasarkan tabel tsb, masing-masing dari 300 responden tersebut diklasifikasikan menurut dua kriteria: (1) usia dan (2) jumlah kopi yang dikonsumsi.

CONTOH

Bulan lalu, Asosiasi Manajer Teater Nasional melakukan survei terhadap 500 orang dewasa yang dipilih secara acak. Survei menanyakan usia responden dan berapa kali mereka menonton film di bioskop.

TABLE 5–1 Number of Movies Attended per Month by Age

Movies per Month		Age			
		Less than 30 B_1	30 up to 60 B_2	60 or Older B_3	Total
0	A_1	15	50	10	75
1 or 2	A_2	25	100	75	200
3, 4, or 5	A_3	55	60	60	175
6 or more	A_4	5	15	30	50
Total		100	225	175	500

Tabel Kontinjensi

Asosiasi tertarik untuk memahami kemungkinan kelompok tertentu akan menonton film di bioskop. Terutama untuk kelompok usia 60 tahun ke atas. Informasi ini berguna untuk membuat keputusan mengenai diskon tiket dan konsesi untuk manula

DIMINTA:

Tentukan probabilitas:

1. Dipilihnya *adult yang* menonton 6 film atau lebih per bulan.
2. Dipilihnya *adult* yang menonton 2 film atau kurang per bulan.
3. Dipilihnya *adult* yang menonton 6 film atau lebih per bulan atau berusia 60 tahun atau lebih.
4. Dipilihnya *adult* yang menonton 6 film atau lebih per bulan mengingat orang tersebut berusia 60 tahun atau lebih.
5. Dipilihnya *adult* yang menonton 6 film atau lebih per bulan dan berusia 60 tahun atau lebih.
6. Tentukan Jumlah film yang ditonton per bulan dan usia orang dewasa (adult).

1

Untuk menemukan **Probabilitas** bahwa orang dewasa yang dipilih secara acak menonton 6 film atau lebih per bulan, fokuskan pada baris berlabel “6 atau lebih” (A4) pada Tabel 5–1. Tabel tersebut menunjukkan bahwa 50 dari total 500 orang dewasa ada di kelas ini. Dengan menggunakan pendekatan empiris, probabilitas dihitung:

$$P(\text{6 or more}) = P(A_4) = \frac{50}{500} = .10$$

Probabilitas ini menunjukkan 10% dari 500 orang dewasa menonton 6 film atau lebih per bulan.

2

- ✓ Untuk menentukan kemungkinan memilih secara acak orang dewasa yang menonton 2 film atau kurang per bulan, dua hasil harus digabungkan: menonton 0 film per bulan dan menonton 1 atau 2 film per bulan. Kedua hasil ini *mutually exclusive.*
- ✓ Artinya, seseorang hanya dapat diklasifikasikan menonton 0 film per bulan, atau 1 atau 2 film per bulan, tidak keduanya. Karena kedua hasil tersebut *mutually exclusive,* kami menggunakan aturan penambahan khusus [rumus (5–2)] dengan menambahkan kemungkinan tidak menghadiri film dan menonton 1 atau 2 film:

$$P[(\text{attending } 0) \text{ or } (\text{attending } 1 \text{ or } 2)] = P(A_1) + P(A_2) = \left(\frac{75}{500} + \frac{200}{500}\right) = .55$$

- ✓ Jadi 55% orang dewasa dalam sampel menonton 2 film atau kurang setiap bulan.

3

- Untuk menentukan kemungkinan memilih secara acak orang dewasa yang menonton film "6 atau lebih" per bulan atau yang usianya "60 tahun atau lebih", kami kembali menggunakan **aturan penambahan**. Namun, dalam kasus ini, hasilnya tidak eksklusif *(not mutually exclusive).*
- Mengapa?? Karena seseorang dapat menonton lebih dari 6 film per bulan, berusia 60 tahun ke atas, atau keduanya. Jadi kedua kelompok tersebut tidak saling eksklusif karena ada kemungkinan seseorang akan dihitung dalam kedua kelompok tersebut. Untuk menentukan probabilitas ini, aturan umum penjumlahan.

$$P[(6 \text{ or more}) \text{ or } (60 \text{ or older})] = P(A_4) + P(B_3) - P(A_4 \text{ and } B_3)$$
$$= \left(\frac{50}{500} + \frac{175}{500} - \frac{30}{500}\right) = .39$$

Jadi 39% dari orang dewasa berusia 60 tahun atau lebih, menonton 6 film atau lebih per bulan, atau keduanya.

4

- ✓ Untuk menentukan kemungkinan memilih seseorang yang menonton 6 film atau lebih per bulan mengingat orang tersebut berusia 60 tahun atau lebih, fokuskan hanya pada kolom berlabel B di Tabel 5–1.
- ✓ Artinya, fokus pada 175 orang dewasa yang berusia 60 tahun atau lebih. Dari 175 orang dewasa ini, 30 menonton 6 film atau lebih. Gunakan aturan umum perkalian.

$$P[(6 \text{ or more) given (60 or older)}] = P(A_4|B_3) = \frac{30}{175} = .17$$

- ✓ Dari 500 orang dewasa, 17% orang dewasa yang berusia 60 atau lebih menonton 6 film atau lebih per bulan. Ini disebut probabilitas bersyarat karena probabilitas didasarkan pada "kondisi" berusia 60 tahun atau lebih.
- ✓ Pada bagian (1), 10% dari semua orang dewasa menonton 6 film atau lebih per bulan; di sini kita melihat bahwa 17% orang dewasa yang berusia 60 tahun atau lebih menonton film. Ini adalah informasi berharga untuk manajer tentang karakteristik pelanggan mereka.

5

- ✓ Kemungkinan seseorang menonton 6 film atau lebih dan berusia 60 tahun atau lebih didasarkan pada dua kondisi dan keduanya harus terjadi.
- ✓ Artinya, dua hasil "6 film atau lebih" (A 4) dan "60 atau lebih tua" (B) harus terjadi secara bersamaan. Untuk menemukan probabilitas gabungan ini kita menggunakan aturan khusus perkalian.

$$P[(6 \text{ or more}) \text{ and } (60 \text{ or older})] = P(A_4 \text{ and } B_3) = P(A_4)P(B_3|A_4)$$

- ✓ Untuk menghitung probabilitas gabungan (joint probability), pertama-tama hitung probabilitas sederhana dari hasil pertama, A4, memilih secara acak seseorang yang menonton 6 film atau lebih. Untuk menemukan probabilitas, lihat baris A4 pada Tabel 5–1. Ada 50 dari 500 orang dewasa yang menonton 6 film atau lebih. Jadi P (A4) = 50/500.
- ✓ Selanjutnya, hitung probabilitas bersyarat P (B3 | A4). Ini adalah probabilitas untuk memilih orang dewasa yang berusia 60 tahun atau lebih mengingat orang tersebut menonton 6 film atau lebih. Probabilitas bersyarat adalah:

$$P[(60 \text{ or older}) \text{ given } (60 \text{ or more})] = P(B_3|A_4) = 30/50$$

- ✓ Dengan menggunakan dua probabilitas ini, probabilitas gabungan bahwa seorang dewasa menonton 6 film atau lebih dan berusia 60 tahun atau lebih adalah

$$\begin{aligned} P[(6 \text{ or more}) \text{ and } (60 \text{ or older})] &= P(A_4 \text{ and } B_3) = P(A_4)P(B_3|A_4) \\ &= (50/500)(30/50) = .06 \end{aligned}$$

Adakah cara lain untuk menentukan probabilitas gabungan ini tanpa menggunakan aturan khusus rumus perkalian?

Ada → Lihat langsung ke sel tempat baris A4, menonton 6 film atau lebih, dan kolom B, 60 atau lebih tua, berpotongan. Ada 30 orang dewasa di sel ini yang memenuhi kedua kriteria tersebut, jadi P (A3) = 30/500 = .06. Ini sama dengan yang dihitung dengan rumus.

Are the events independent?

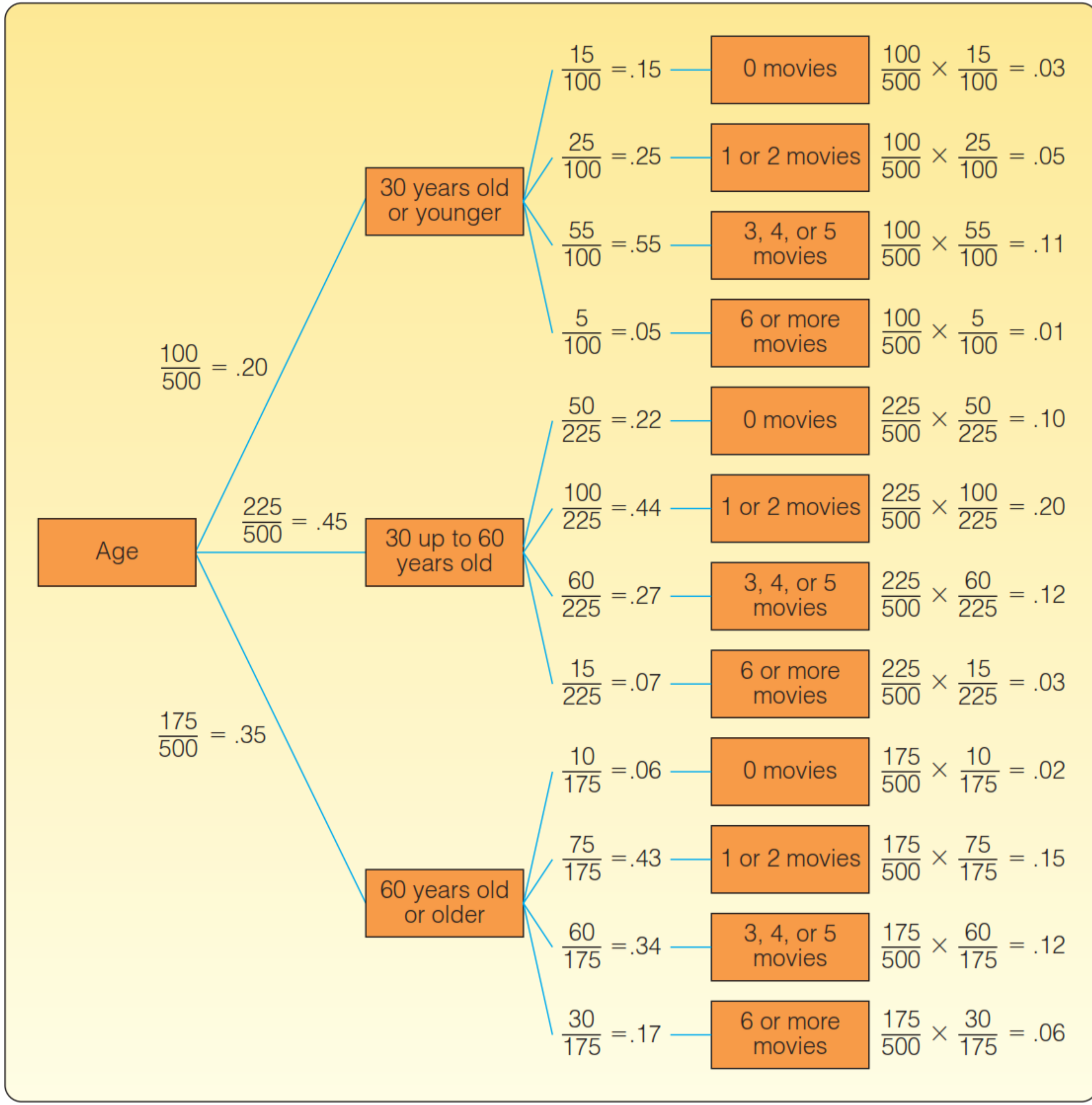
- ✓ Kita dapat menjawab pertanyaan ini dengan bantuan hasil di **bagian 4**.
- ✓ Di bagian 4 kita menemukan kemungkinan memilih orang dewasa yang berusia 60 tahun atau lebih mengingat orang dewasa menonton 6 film atau lebih adalah 0,17.
- ✓ Jika usia bukan merupakan faktor dalam jumlah penonton film, maka probabilitas seseorang yang berusia 30 atau kurang yang menonton 6 film atau lebih juga menjadi 17%.
- ✓ Artinya, dua probabilitas bersyarat akan sama. Kemungkinan bahwa orang dewasa menonton 6 film atau lebih per bulan karena orang dewasa berusia kurang dari 30 tahun adalah:

$$P[(6 \text{ or more}) \text{ given } (\text{less than } 30)] = \frac{5}{100} = .05$$

Karena kedua probabilitas ini tidak sama, jumlah film yang ditonton dan usia tidak berbeda-beda.
Dengan kata lain,untuk 500 orang dewasa, usia berkaitan dengan jumlah film yang ditonton.

Tree Diagrams

- Diagram pohon adalah visual yang membantu dalam mengatur dan menghitung probabilitas untuk masalah yang mirip dengan contoh / solusi sebelumnya.
- Jenis *problem* ini melibatkan beberapa tahap dan setiap tahap diilustrasikan dengan cabang pohon.
- Cabang dari diagram pohon diberi label probabilitas. Kita akan menggunakan informasi pada Tabel 5–1 untuk menunjukkan konstruksi diagram pohon



27. FILE Refer to the following table.

Second Event	First Event A_1	A_2	A_3	Total
B_1	2	1	3	6
B_2	1	2	1	4
Total	3	3	4	10

a. Determine $P(A_1)$.
b. Determine $P(B_1|A_2)$.
c. Determine $P(B_2 \text{ and } A_3)$.

28. Three defective electric toothbrushes were accidentally shipped to a drugstore by Cleanbrush Products along with 17 nondefective ones.
a. What is the probability the first two electric toothbrushes sold will be returned to the drugstore because they are defective?
b. What is the probability the first two electric toothbrushes sold will not be defective?

2

3

31. **FILE** A survey of 545 college students asked: What is your favorite winter sport? And, what type of college do you attend? The results are summarized below:

4

	Favorite Winter Sport			
College Type	**Snowboarding**	**Skiing**	**Ice Skating**	**Total**
Junior College	68	41	46	155
Four-Year College	84	56	70	210
Graduate School	59	74	47	180
Total	211	171	163	545

Using these 545 students as the sample, a student from this study is randomly selected.

a. What is the probability of selecting a student whose favorite sport is skiing?

b. What is the probability of selecting a junior-college student?

c. If the student selected is a four-year-college student, what is the probability that the student prefers ice skating?

d. If the student selected prefers snowboarding, what is the probability that the student is in junior college?

e. If a graduate student is selected, what is the probability that the student prefers skiing or ice skating?

LO6 Menghitung probabilitas menggunakan Teorema Bayes.

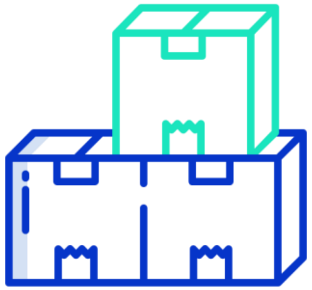
LO6 Menghitung probabilitas menggunakan Teorema Bayes.

- Pada abad ke-18, seorang Pendeta bernama Thomas Bayes (English Presbyterian minister) merenungkan pertanyaan ini: Apakah Tuhan benar-benar ada? Karena tertarik pada matematika, dia berusaha mengembangkan rumus untuk sampai pada kemungkinan bahwa Tuhan memang ada berdasarkan bukti yang tersedia baginya di bumi.
- Kemudian Pierre-Simon Laplace menyempurnakan karya Bayes dan memberinya nama "Teorema Bayes". Rumus teorema Bayes adalah:

BAYES' THEOREM

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)} \qquad [5\text{–}7]$$

PRIOR PROBABILITY



- Misalkan 5% populasi Umen, negara fiksi Dunia Ketiga, memiliki penyakit yang khas negara itu.
- A merujuk pada peristiwa "mengidap penyakit" dan A2 merujuk pada peristiwa "tidak memiliki penyakit". Dengan demikian, kita tahu bahwa jika kita memilih seseorang dari Umen secara acak, probabilitas individu yang dipilih tersebut mengidap penyakit adalah 0,05, atau P (A1) = 0,05.
- Probabilitas ini, P (A) = P (memiliki penyakit) = 0.05, disebut **probabilitas prior** → karena probabilitas diberikan sebelum data empiris diperoleh.
- Oleh karena itu, probabilitas sebelumnya seseorang tidak terserang penyakit adalah 0,95, atau P (A2) = 0,95, ditemukan oleh (1 - 0.05).

PRIOR PROBABILITY → Probabilitas awal berdasarkan tingkat informasi saat ini.

POSTERIOR PROBABILITY

There is a diagnostic technique to detect the disease, but it is not very accurate. Let B denote the event "test shows the disease is present." Assume that historical evidence shows that if a person actually has the disease, the probability that the test will indicate the presence of the disease is .90. Using the conditional probability definitions developed earlier in this chapter, this statement is written as:

$$P(B|A_1) = .90$$

Assume the probability is .15 that for a person who actually does not have the disease the test will indicate the disease is present.

$$P(B|A_2) = .15$$

Let's randomly select a person from Umen and perform the test. The test results indicate the disease is present. What is the probability the person actually has the disease? In symbolic form, we want to know $P(A_1|B)$, which is interpreted as: P(has the disease| the test results are positive). The probability $P(A_1|B)$ is called a **posterior probability.**

POSTERIOR PROBABILITY → Probablitas yang direvisi berdasarkan informasi tambahan.

POSTERIOR PROBABILITY

With the help of Bayes' theorem, formula (5–7), we can determine the posterior probability.

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2)}$$

$$= \frac{(.05)(.90)}{(.05)(.90) + (.95)(.15)} = \frac{.0450}{.1875} = .24$$

- Jadi kemungkinan seseorang mengidap penyakit tersebut, mengingat dia dites positif, adalah 0,24.
- Bagaimana hasil diinterpretasikan? Jika seseorang dipilih secara acak dari suatu populasi, maka kemungkinan dia mengidap penyakit tersebut adalah 0,05.
- Jika orang tersebut dites dan hasil tesnya positif, kemungkinan bahwa orang tersebut benar-benar mengidap penyakit tersebut meningkat sekitar lima kali lipat, dari 0,05 menjadi 0,24.
- Dalam masalah sebelumnya, kita hanya memiliki dua peristiwa yang *mutually* eksklusif dan secara kolektif lengkap, A1 dan A2. Jika ada n acara seperti itu, A1, A2,. . ., A, Teorema Bayes, rumus (5–7), menjadi

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + \cdots + P(A_n)P(B \mid A_n)}$$

POSTERIOR PROBABILITY

With the preceding notation, the calculations for the Umen problem are summarized in the following table.

Event, A_i	**Prior Probability, $P(A_i)$**	**Conditional Probability, $P(B \mid A_i)$**	**Joint Probability, $P(A_i \text{ and } B)$**	**Posterior Probability, $P(A_i \mid B)$**
Disease, A_1	.05	.90	.0450	$.0450/.1875 = .24$
No disease, A_2	.95	.15	.1425	$.1425/.1875 = .76$
			$P(B) = .1875$	1.00

EXAMPLE

- ✓ Produsen ponsel membeli microchip, yang disebut LS-24, dari tiga pemasok: Hall Electronics, Schuller Sales, dan Crawford Components. 45% chip LS-24 dibeli dari Hall Electronics, 30% dari Schuller Sales, dan sisanya 25% dari Crawford Components.
- ✓ Pabrikan memiliki sejarah panjang tentang ketiga pemasok tersebut dan mengetahui bahwa 3% chip LS-24 dari Hall Electronics rusak, 6% chip dari Penjualan Schuller rusak, dan 4% chip yang dibeli dari Crawfor komponen rusak.
- ✓ Ketika chip LS-24 tiba dari tiga pemasok, mereka ditempatkan langsung di tempat sampah dan tidak diperiksa atau diidentifikasi oleh pemasok. Seorang pekerja memilih sebuah chip untuk dipasang dan menemukannya rusak. Berapa probabilitas bahwa itu diproduksi oleh Schuller Sales?

SOLUSI

Ada tiga peristiwa yang saling eksklusif dan bersifat menyeluruh, yaitu tiga pemasok.

- ✓ A1 LS-24 dibeli dari Hall Electronics.
- ✓ A2 LS-24 dibeli dari Schuller Sales.
- ✓ A3 LS-24 dibeli dari Crawford Components.

- The prior probabilities are:

  $P(A_1) = .45$ The probability the LS-24 was manufactured by Hall Electronics.
  $P(A_2) = .30$ The probability the LS-24 was manufactured by Schuller Sales.
  $P(A_3) = .25$ The probability the LS-24 was manufactured by Crawford Components.

- The additional information can be either:

  B_1 The LS-24 is defective, or
  B_2 The LS-24 is not defective.

- The following conditional probabilities are given.

  $P(B_1|A_1) = .03$ The probability that an LS-24 chip produced by Hall Electronics is defective.
  $P(B_1|A_2) = .06$ The probability that an LS-24 chip produced by Schuller Sales is defective.
  $P(B_1|A_3) = .04$ The probability that an LS-24 chip produced by Crawford Components is defective.

Chip dipilih dari tempat sampah. Karena chip tidak diidentifikasi oleh pemasok, kami tidak yakin pemasok mana yang memproduksi chip tersebut. Kami ingin menentukan kemungkinan bahwa chip yang rusak telah dibeli dari Schuller Sales.

Probabilitasnya ditulis P (A2 | B).

TREE DIAGRAM

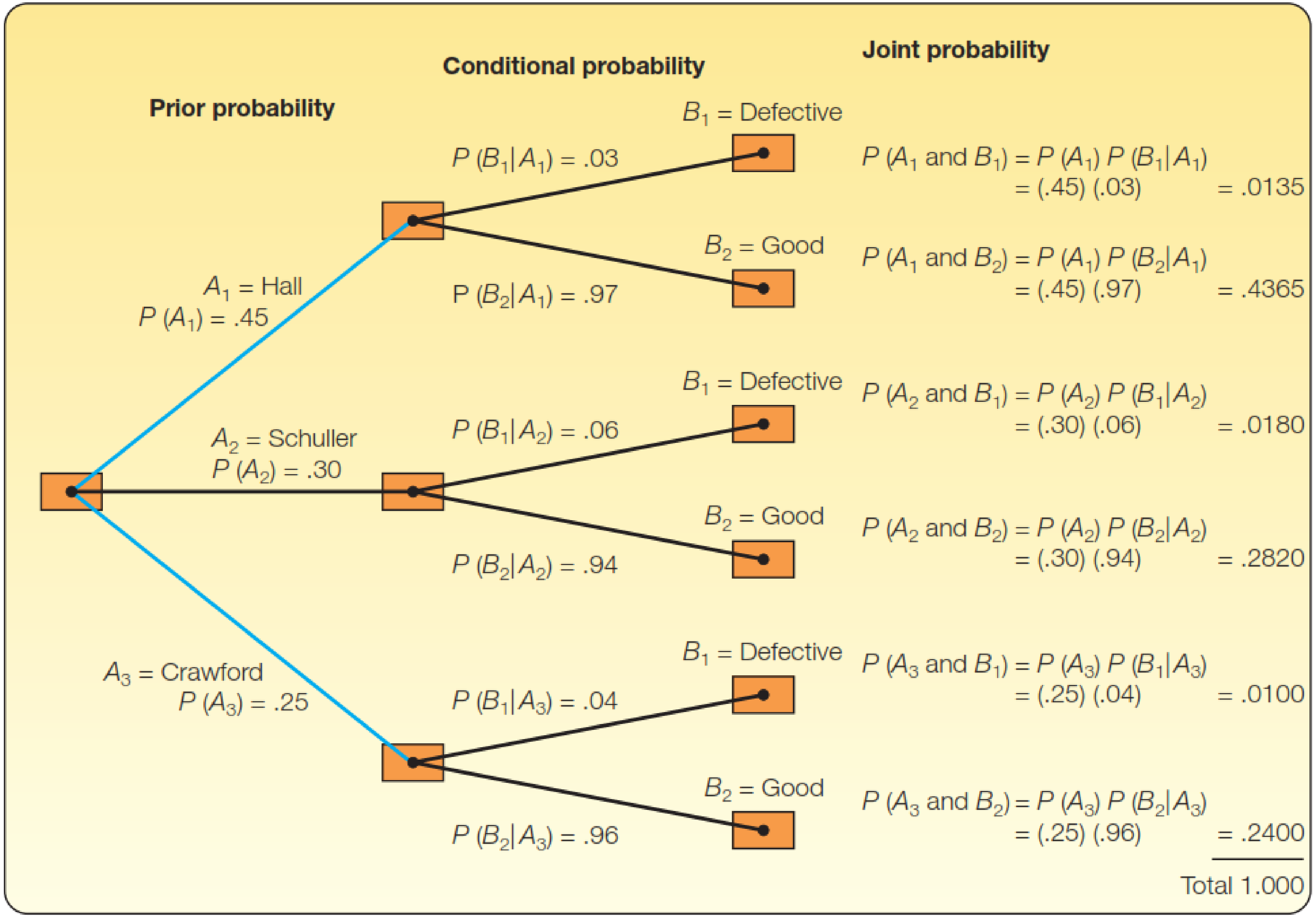


CHART 5–3 Tree Diagram of the Cell Phone Manufacturing Problem

Event, A_i	Prior Probability, $P(A_i)$	Conditional Probability, $P(B_1 \mid A_i)$	Joint Probability, $P(A_i \text{ and } B_1)$	Posterior Probability, $P(A_i \mid B_1)$
Hall	.45	.03	.0135	.0135/.0415 = .3235
Schuller	.30	.06	.0180	.0180/.0415 = .4337
Crawford	.25	.04	.0100	.0100/.0415 = .2410
			$P(B_1)$ = .0415	1.0000

$$P(A_2 \mid B_1) = \frac{P(A_2)P(B_1 \mid A_2)}{P(A_1)P(B_1 \mid A_1) + P(A_2)P(B_1 \mid A_2) + P(A_3)(B_1 \mid A_3)}$$

$$= \frac{(.30)(.06)}{(.45)(.03) + (.30)(.06) + (.25)(.04)} = \frac{.0180}{.04850} = .4337$$

5

33. $P(A_1) = .60$, $P(A_2) = .40$, $P(B_1|A_1) = .05$, and $P(B_1|A_2) = .10$. Use Bayes' theorem to determine $P(A_1|B_1)$.

6

34. $P(A_1) = .20$, $P(A_2) = .40$, $P(A_3) = .40$, $P(B_1|A_1) = .25$, $P(B_1|A_2) = .05$, and $P(B_1|A_3) = .10$. Use Bayes' theorem to determine $P(A_3|B_1)$.

7

36. Dr. Stallter has been teaching basic statistics for many years. She knows that 80% of the students will complete the assigned problems. She has also determined that among those who do their assignments, 90% will pass the course. Among those students who do not do their homework, 60% will pass. Mike Fishbaugh took statistics last semester from Dr. Stallter and received a passing grade. What is the probability that he completed the assignments?

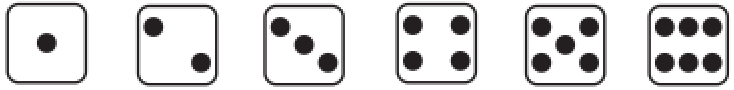
8

37. The credit department of Lion's Department Store in Anaheim, California, reported that 30% of their sales are cash, 30% are paid with a credit card, and 40% with a debit card. Twenty percent of the cash purchases, 90% of the credit card purchases, and 60% of the debit card purchases are for more than \$50. Ms. Tina Stevens just purchased a new dress that cost \$120. What is the probability that she paid cash?

LO7 Menentukan jumlah hasil (outcome) menggunakan prinsip penghitungan.

LO7 Menentukan jumlah hasil (outcome) menggunakan prinsip penghitungan.

- Jika jumlah hasil (*outcome*) yang mungkin dalam eksperimen kecil, penghitungannya relatif mudah. Ada enam kemungkinan akibat, misalnya hasil dari lemparan dadu, yaitu:



- Namun, jika ada banyak kemungkinan hasil, seperti jumlah gambar dan angka untuk eksperimen dengan 10 lemparan, akan membosankan untuk menghitung semua kemungkinan.
- Mereka bisa memiliki semua gambar, satu angka dan sembilan gambar, dua angka dan delapan gambar, dan seterusnya. **Untuk memfasilitasi penghitungan, kami menjelaskan tiga rumus: rumus perkalian (jangan disamakan dengan aturan perkalian yang dijelaskan di awal bab), rumus permutasi, dan rumus kombinasi.**

THE MULTIPLICATION FORMULA (RUMUS PERKALIAN)

Rumus Perkalian → Jika ada **m** cara untuk melakukan satu hal dan **n** cara untuk melakukan hal lain, ada **m x n** cara untuk melakukan keduanya.

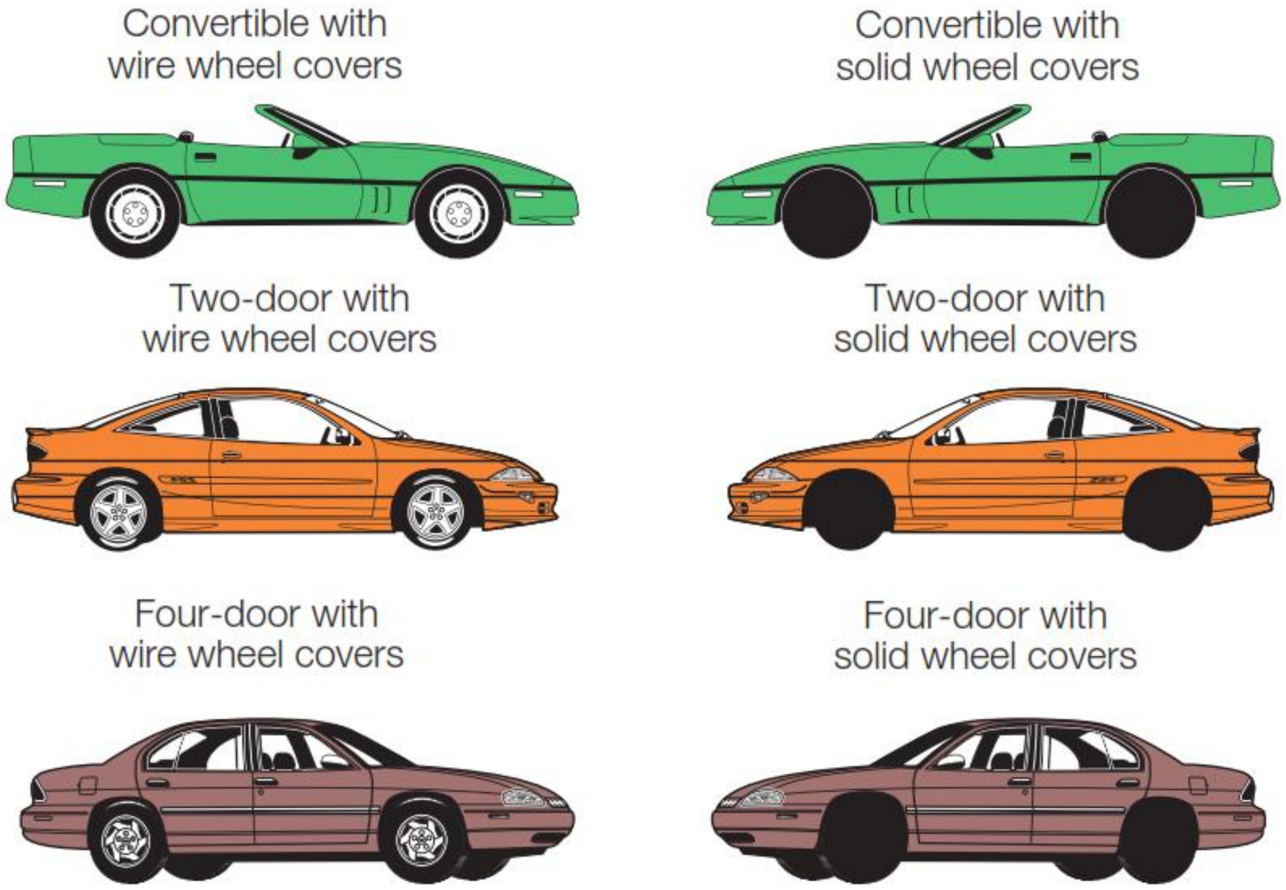
MULTIPLICATION FORMULA Total number of arrangements = $(m)(n)$ **[5–8]**

SOLUTION

Sebuah dealer mobil ingin mengiklа
bahwa dengan harga $ 29.999 An
dapat membeli mobil convertible, se
dua pintu, atau model empat pintu
dengan pilihan Anda antara roda
dengan velg atau roda dengan cov
yang kokoh. Berdasarkan jumlah mo
dan *cover* roda, berapa banyak
kendaraan berbeda yang dapat
ditawarkan dealer?

SOLUTION

Of course, the dealer could determine the total number of different cars by picturing and counting them. There are six.



We can employ the multiplication formula as a check (where *m* is the number of models and *n* the wheel cover type). From formula (5–8):

$$\text{Total possible arrangements} = (m)(n) = (3)(2) = 6$$

- Tidak sulit untuk menghitung semua kemungkinan kombinasi model dan penutup roda dalam contoh ini.
- Namun, misalkan dealer memutuskan untuk menawarkan delapan model dan enam jenis penutup roda. Akan membosankan untuk membayangkan dan menghitung semua alternatif yang mungkin. Sebagai gantinya, rumus perkalian bisa digunakan.
- Dalam hal ini, ada (m) x (n) = (8)x(6) = 48 kemungkinan pengaturan *(possible arrangement)*.
- Perhatikan dalam aplikasi sebelumnya dari rumus perkalian bahwa ada dua atau lebih pengelompokan yang Anda pilih.
- Dealer mobil, misalnya, menawarkan pilihan model dan pilihan penutup roda. Jika seorang pembangun rumah menawarkan empat gaya eksterior rumah yang berbeda untuk dipilih dan tiga denah lantai interior, rumus perkalian akan digunakan untuk menemukan berapa banyak pengaturan berbeda yang memungkinkan. Ada 12 kemungkinan (probabilitas).

SELF-REVIEW 5–10

1. The Women's Shopping Network on cable TV offers sweaters and slacks for women. The sweaters and slacks are offered in coordinating colors. If sweaters are available in five colors and the slacks are available in four colors, how many different outfits can be advertised?

2. Pioneer manufactures three models of Wifi Internet radios, two MP3 docking stations, four different sets of speakers, and three CD carousel changers. When the four types of components are sold together, they form a "system." How many different systems can the electronics firm offer?

PERMUTASI

Rumus perkalian diterapkan untuk mencari jumlah susunan yang memungkinkan untuk dua atau lebih kelompok. Sebaliknya, kami menggunakan rumus **permutasi** untuk menemukan jumlah pengaturan yang memungkinkan ketika ada satu kelompok objek. Ilustrasi jenis ini masalahnya adalah:

- Tiga bagian elektronik, transistor, LED, dan synthesizer, dirakit menjadi komponen plug-in untuk HDTV. Bagian-bagiannya dapat dirakit dalam urutan apa pun. Berapa banyak cara yang berbeda untuk membuat ketiga bagian tersebut?
- Seorang operator mesin harus melakukan empat pemeriksaan keselamatan sebelum menghidupkan mesinnya. Tidak masalah bagaimana urutan pemeriksaan dilakukan. Dalam berapa banyak cara operator melakukan pengecekan? Satu urutan untuk ilustrasi pertama mungkin transistor pertama, kedua LED, dan ketiga penyintesis. Pengaturan ini disebut **permutasi.**

PERMUTASI → Setiap susunan r obyek yang dipilih dari satu kelompok n obyek yang mungkin.

Perhatikan bahwa pengaturan a b c dan b a c adalah permutasi yang berbeda. Rumus untuk menghitung jumlah permutasi yang berbeda adalah:

PERMUTATION FORMULA $${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad [5\text{–}9]$$

dimana:
n adalah jumlah total objek.
r adalah jumlah objek yang dipilih.
Sebelum kita menyelesaikan dua masalah yang diilustrasikan, permutasi dan kombinasi (akan dibahas sebentar lagi) menggunakan notasi yang disebut n faktorial. Ada tertulis n! dan berarti hasil kali dari n (n - 1) (n - 2) (n - 3) · · · (1). Misalnya, 5! = 5 x 4x 3 x2 x 1 = 120.

$$\frac{6!3!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}(3 \cdot 2 \cdot 1)}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 180$$

By definition, zero factorial, written 0!, is 1. That is, 0! = 1.

- Ada tiga bagian elektronik yang akan dirakit, jadi n = 3. Karena ketiganya harus dimasukkan ke dalam komponen plug-in, r = 3. Penyelesaian menggunakan rumus (5–9) menghasilkan:

- Kami dapat memeriksa jumlah permutasi yang dicapai dengan menggunakan rumus permutasi.
- Kami menentukan berapa banyak "ruang" yang harus diisi dan kemungkinan untuk setiap "ruang".
- Pada soal yang melibatkan tiga bagian elektronik, terdapat tiga lokasi pada unit plug-in untuk ketiga bagian tersebut. Ada tiga kemungkinan untuk tempat pertama, dua untuk yang kedua (satu telah habis), dan satu untuk yang ketiga, sebagai berikut: (3) (2) (1) = 6 permutasi.
- Enam cara di mana tiga elektronik bagian, berhuruf A, B, C, dapat diatur adalah:

ABC	*BAC*	*CAB*	*ACB*	*BCA*	*CBA*

EXAMPLE

The Fast Media Company is producing a one-minute video advertisement. In the production process, eight different video segments were made. To make the one-minute ad, they can only select three of the eight segments. How many different ways can the eight video segments be arranged in the three spaces available in the ad?

SOLUTION

There are eight possibilities for the first available space in the ad, seven for the second space (one has been used up), and six for the third space. Thus:

$$(8)(7)(6) = 336,$$

that is, there are a total of 336 different possible arrangements. This could also be found by using formula (5–9). If $n = 8$ video segments and $r = 3$ spaces available, the formula leads to

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{(8)(7)(6)\cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 336$$

KOMBINASI

- Jika urutan objek yang dipilih tidak penting, pemilihan apa pun disebut kombinasi.
- Logikanya, jumlah kombinasi selalu lebih kecil dari jumlah permutasi.

COMBINATION FORMULA

$$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \qquad [5\text{–}10]$$

KOMBINASI

Misalnya, jika eksekutif Able, Baker, dan Chauncy akan dipilih sebagai komite untuk menegosiasikan merger, hanya ada satu kemungkinan kombinasi dari ketiganya; komite Able, Baker, dan Chauncy sama dengan komite Baker, Chauncy, dan

$$_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1(1)} = 1$$

CONTOH-KOMBINASI

Bioskop Grand 16 menggunakan tim yang terdiri dari tiga karyawan untuk mengerjakan stan konsesi setiap malam. Ada tujuh karyawan yang tersedia untuk bekerja setiap malam. Berapa banyak tim berbeda yang dapat dijadwalkan untuk menjadi staf di stand konsesi?

According to formula (5–10), there are 35 combinations, found by

$$_7C_3 = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7!}{3!4!} = 35$$

The seven employees taken three at a time would create the possibility of 35 different teams.

LATIHAN SOAL

39. Solve the following:

a. 40!/35!

b. ${}_7P_4$

c. ${}_5C_2$

40. Solve the following:

a. 20!/17!

b. ${}_9P_3$

c. ${}_7C_2$

41. A pollster randomly selected 4 of 10 available people. How many different groups of 4 are possible?

42. A telephone number consists of seven digits, the first three representing the exchange. How many different telephone numbers are possible within the 537 exchange?

THANK YOU