

Aturan Rantai
Turunan Tingkat Tinggi
Pendifferensialan Implisit
Laju Yang Berkaitan



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menggunakan aturan rantai dan menggunakannya untuk mencari turunan dari suatu fungsi
2. Menggunakan berbagai notasi dalam pencarian turunan
3. Menentukan turunan tingkat tinggi dari suatu fungsi
4. Mencari turunan dari suatu fungsi secara implisit
5. Menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari yang melibatkan laju yang berkaitan



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 1)^2 = \frac{d}{dx}(x^2 + 1)(x^2 + 1)^{-}$$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 1)^3 = \frac{d}{dx}(x^2 + 1)(x^2 + 1)^2$$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 1)^{20} = \text{????}$$

$$\frac{d}{dx} \sin 3x = \frac{d}{dx} \sin(2x + x) = \frac{d}{dx}$$

$$\frac{d}{dx} \sin(x + 1)^2 = \text{????}$$



Teorema (aturan rantai):

Misal $y = f(u)$ dan $u = g(x)$ menentukan fungsi komposit

$$y = f(g(x)) = fog(x)$$

Jika g terdiferensiasi di x dan f terdiferensiasi di $u = g(x)$

maka $y = f(g(x)) = fog(x)$ terdiferensiasi di x

dan $(fog)'(x) = f'(g(x))g'(x)$

$$D_x y = \underline{D_u y D_x u}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$



(ii) $y = \cos\left(\frac{3x^2}{x+2}\right)$



(iii) $y = x \sin^2 2x$





UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

2. Buktikan $D_x x^r = r x^{r-1}$, untuk semua r bilangan rasional



$$y = f(u) \quad u = g(x)$$

$$y' = f'(g(x))g'(x)$$

$$D_x y = D_u y D_x u$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$

$$y = f(u) \quad u = g(v) \quad v = h(x)$$

$$y' = f'(g(h(x)))g'(h(x))h'(x)$$

$$D_x y = D_u y D_v u D_x v$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dv} \frac{dv}{dx}$$



Turunan Tingkat Tinggi

Jika operasi pendiferensiasian dikenakan pada f diperoleh f' ,
disebut turunan pertama

Jika operasi pendiferensiasian dikenakan pada f' diperoleh f''
disebut turunan kedua

Jika operasi pendiferensiasian dikenakan pada f'' diperoleh f'''
disebut turunan ketiga



Turunan ke-	Notasi	Notasi	Notasi	Notasi Leibniz
1	f'	y'	$D_x y$	$\frac{dy}{dx}$
2	f''	y''	$D_x^2 y$	$\frac{d^2 y}{dx^2}$
3	f'''	y'''	$D_x^3 y$	$\frac{d^3 y}{dx^3}$
4	$f^{(4)}$	$y^{(4)}$	$D_x^4 y$	$\frac{d^4 y}{dx^4}$
n	$f^{(n)}$	$y^{(n)}$	$D_x^n y$	$\frac{d^n y}{dx^n}$

$$y^3 + 7y = x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = \dots ?$$

Teknik mencari $\frac{dy}{dx}$ tanpa terlebih dahulu

menyatakan persamaan yang diberikan secara eksplisit

sebagai $y = f(x)$ dinamakan pendiferensialan implisit



Soal:

Tentukan $\frac{dy}{dx}$ jika diketahui y adalah fungsi dari x

1. $y^5 + x^2 y^3 = 1 + x^4 y$

2. $\sqrt{x+y} + \sqrt{xy} = 6$





UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Laju yang Berkaitan

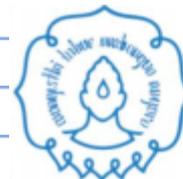
Jika variabel y bergantung pada waktu t , maka $\frac{dy}{dt}$ disebut laju perubahan terhadap waktu. Jika y diberikan secara eksplisit sebagai fungsi t , maka masalah mencari $\frac{dy}{dt}$ dapat dilakukan dengan menggunakan berbagai cara yang sesuai dan telah kita pelajari sebelum ini.

Bisa jadi dalam suatu situasi kita tidak mengetahui secara eksplisit hubungan variabel y dengan variabel t , tapi kita mengetahui hubungan y dengan variabel x dan memiliki informasi tentang $\frac{dx}{dt}$. Dalam hal ini kita masih bisa mencari $\frac{dy}{dt}$, karena $\frac{dy}{dt}$ dan $\frac{dx}{dt}$ adalah laju-laju yang berkaitan.



Soal:

1. Balon dilepaskan dari suatu titik yang jauhnya 150m dari pengamat yang berada di tanah. Jika balon naik lurus ke atas dengan laju 8m/det, berapa laju perubahan jarak dari pengamat ketika balon berada pada ketinggian 50m



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

