

Pengertian Intuitif tentang Limit



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menjelaskan pengertian limit fungsi secara intuisi
2. Menentukan nilai limit suatu fungsi di suatu titik menggunakan pengertian intuitif tentang limit

Misal $s(t)$ posisi suatu objek yang bergerak menurut garis lurus pada suatu saat t . Berapa kecepatan objek bergerak pada saat $t = 1$?

Ingat bahwa :

$$\text{kecepatan rata - rata} = \frac{\text{jarak}}{\text{waktu}}$$

Perhatikan :

$$\text{kecepatan rata - rata pada } [1,2] = \frac{s(2) - s(1)}{2 - 1}$$

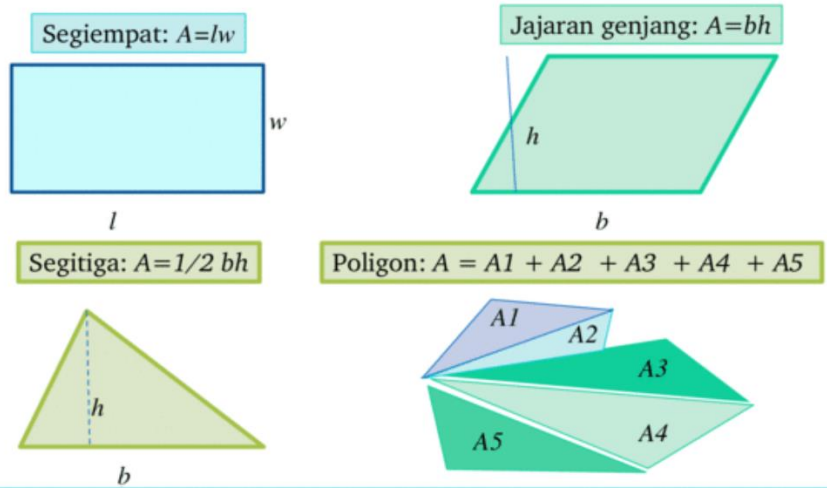
$$\text{kecepatan rata - rata pada } [1, 1,2] = \frac{s(1.2) - s(1)}{1.2 - 1}$$

$$\text{kecepatan rata - rata pada } [1, 1,02] = \frac{s(1.02) - s(1)}{1.02 - 1}$$

Kecepatan pada saat $t = 1$ dihipotesiskan oleh kecepatan rata-rata pada interval - interval yang semakin sempit menuju 1



Bangun datar dengan batas garis mudah untuk dihitung luasnya



Bagaimana bangun datar yang batasnya berupa lingkaran ?

<https://www.geogebra.org/m/twkk4g7c>

Luas daerah lingkaran dihamperi oleh luas segi- n dalam maupun segi- n luar yang sisinya semakin banyak

Sekarang kita sajikan masalah penghampiran secara abstrak

Diketahui fungsi f dan c adalah titik di mana f tidak mempunyai nilai atau tidak kita perhatikan nilai di c

Kita akan menghampiri nilai fungsi f di c berdasarkan informasi nilai f di sebelah kiri dan sebelah kanan c



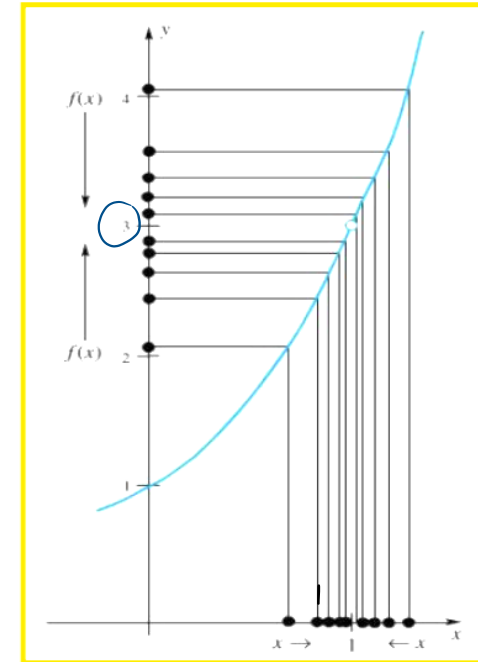
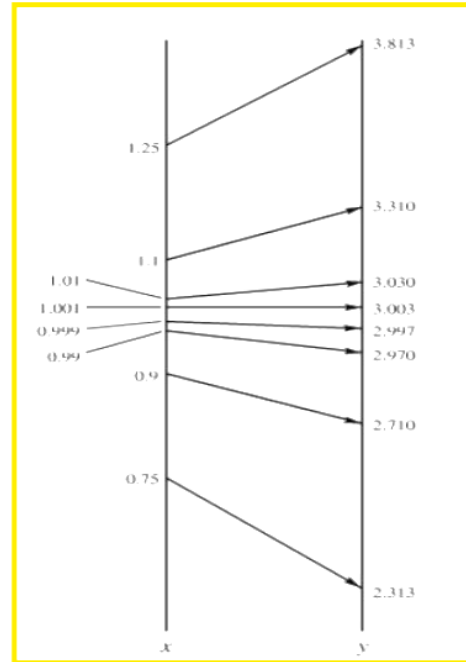
UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Tinjau fungsi : $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$

Fungsi tersebut tidak terdefinisi di $x = 1$

Bagaimana perilaku $f(x)$ untuk x yang dekat dengan 1 ?

x	$y = \frac{x^3 - 1}{x - 1}$
1.25	3.813
1.1	3.310
1.01	3.030
1.001	3.003
↓	↓
1.000	?
↑	↑
0.999	2.997
0.99	2.970
0.9	2.710
0.75	2.313



Untuk x yang dekat dengan 1 (dari kiri maupun kanan 1) nilai $f(x)$ dekat dengan 3

Dalam simbol matematis ditulis $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} = 3$

Dibaca

“ limit dari $\frac{x^3 - 1}{x - 1}$ pada $x = 1$ adalah 3 “



<https://www.geogebra.org/m/v7PAre6R>

Definisi : (pengertian limit secara intuisi)

Mengatakan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ berarti bahwa jika x dekat tapi berbeda dengan c maka $f(x)$ dekat dengan L

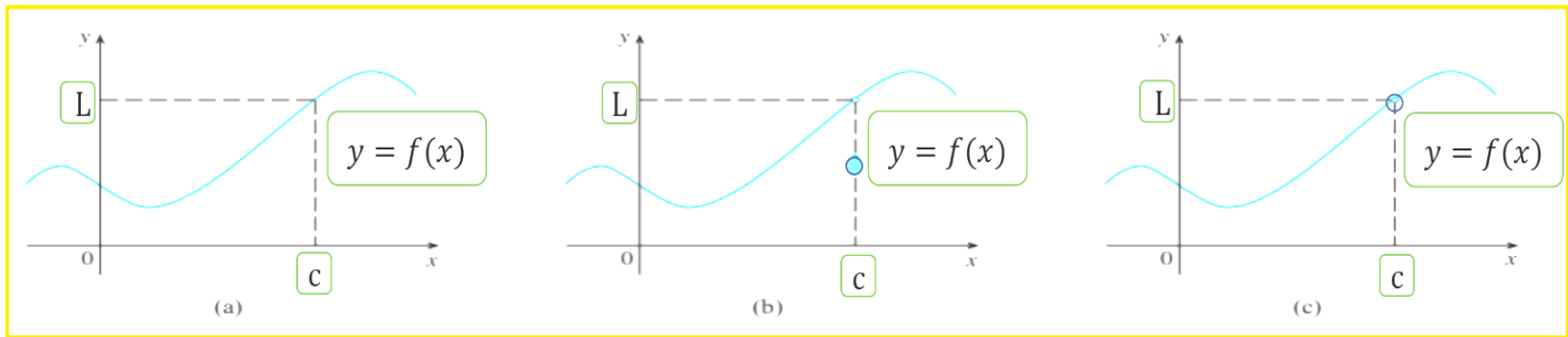
Perhatikan :

Kita tidak membicarakan apapun tentang c

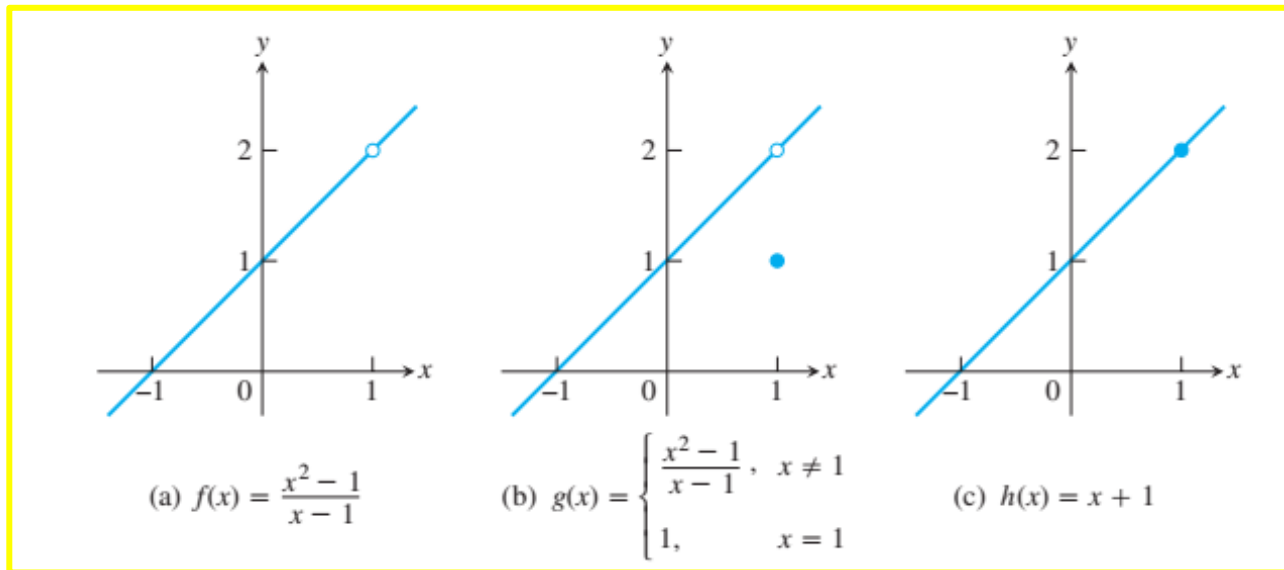
Pengertian limit dikaitkan hanya dengan perilaku fungsi di dekat c bukan di c



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



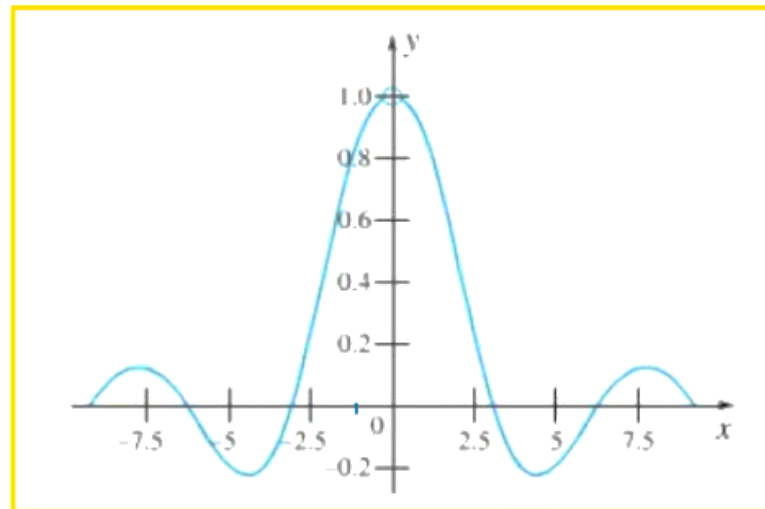
Pada ketiga kasus $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

Perhatikan

x	$\frac{\sin x}{x}$
1.0	0.84147
0.1	0.99833
0.01	0.99998
↓	↓
0	?
↑	↑
-0.01	0.99998
-0.1	0.99833
-1.0	0.84147



$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(x^2 - \frac{\cos x}{10000} \right)$$

x	$x^2 - \frac{\cos x}{10,000}$
± 1	0.99995
± 0.5	0.24991
± 0.1	0.00990
± 0.01	0.000000005
↓	↓
0	? 0

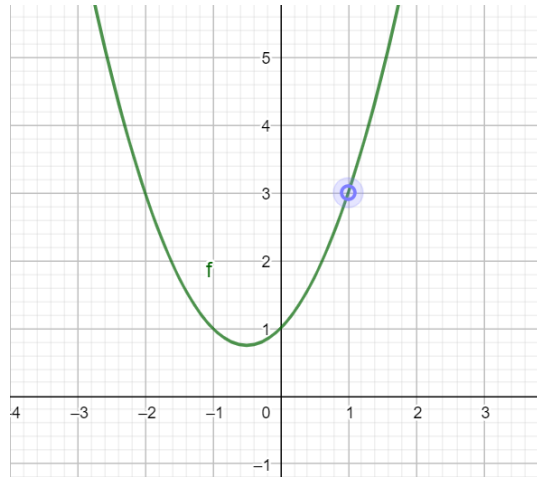
x dekat dengan 0 maka $f(x)$ dekat dengan 0 ? $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 - \frac{\cos x}{10000} = 0$?

Hati-hati dengan pengamatan secara numeris

Jika x dekat dengan 0 maka x^2 dekat dengan 0 dan $\cos x$ dekat dengan 1 (coba lihat grafik fungsi \cos), sehingga $x^2 - \frac{\cos x}{10000}$ dekat dengan $-\frac{1}{10000}$



Bilamana suatu fungsi dikatakan limitnya tidak sama dengan L di titik c ?



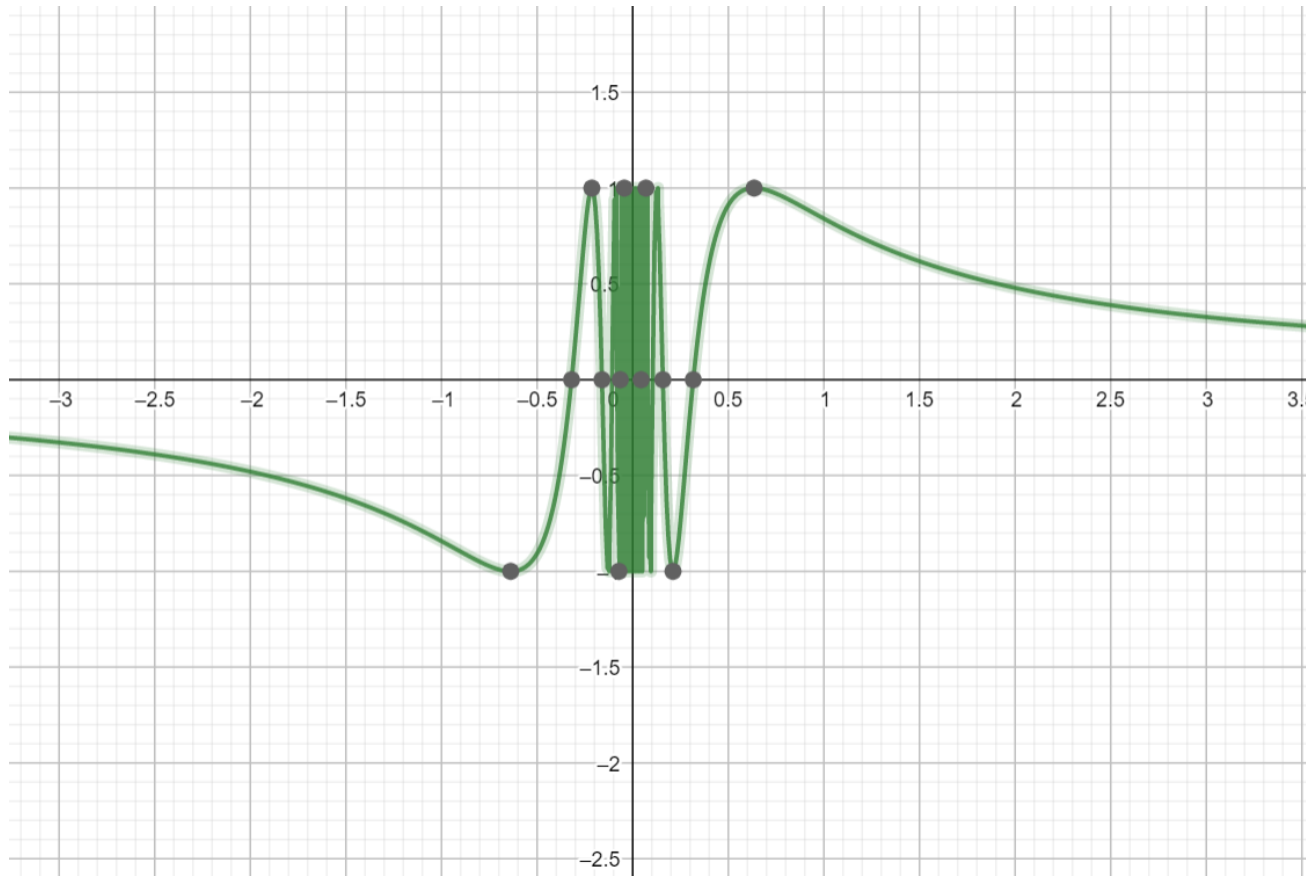
UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Bilamana suatu fungsi dikatakan tidak punya limit di suatu titik ?

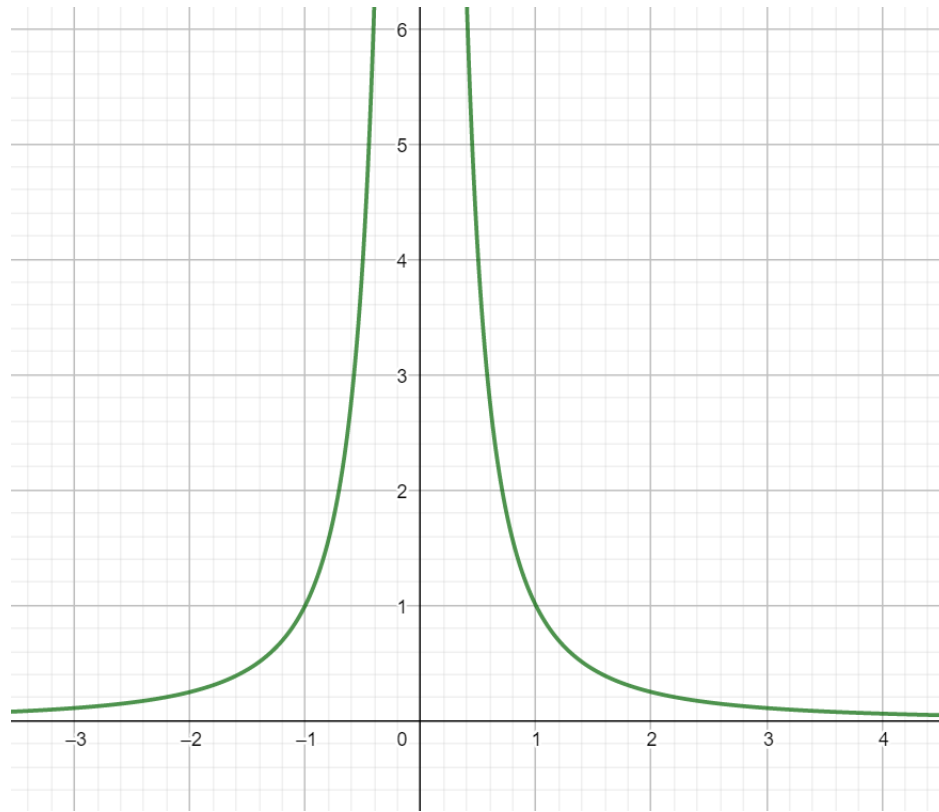
Apakah terdapat fungsi yang tidak memiliki limit di suatu titik ?



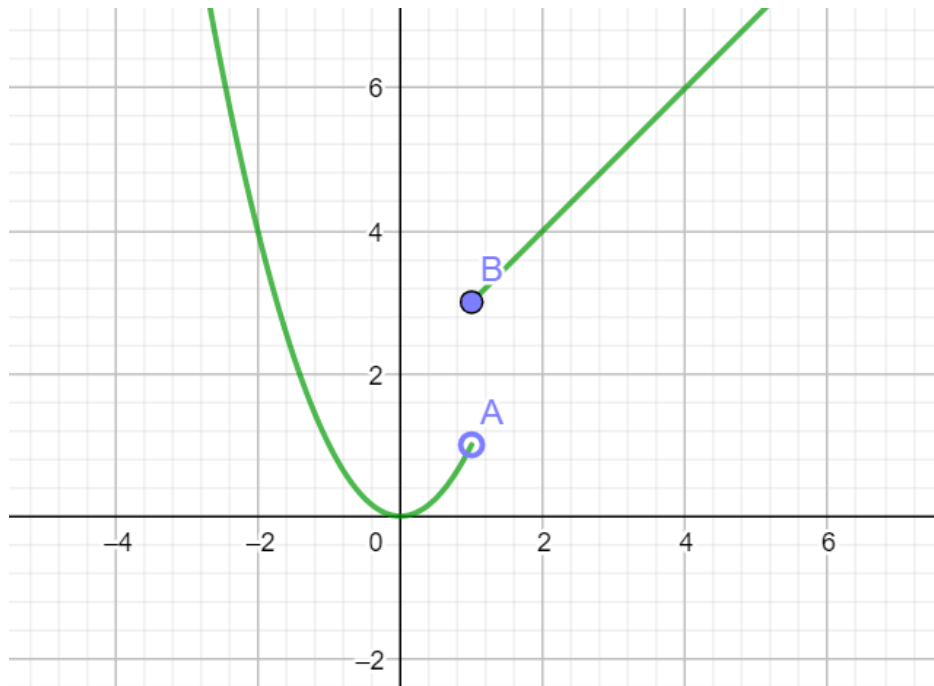
UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Definisi : (pengertian limit kanan secara intuitif)

Mengatakan $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L$ berarti bahwa jika $x > c$, dekat dengan c maka $f(x)$ dekat dengan L



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Teorema

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \text{ jika dan hanya jika } \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$$

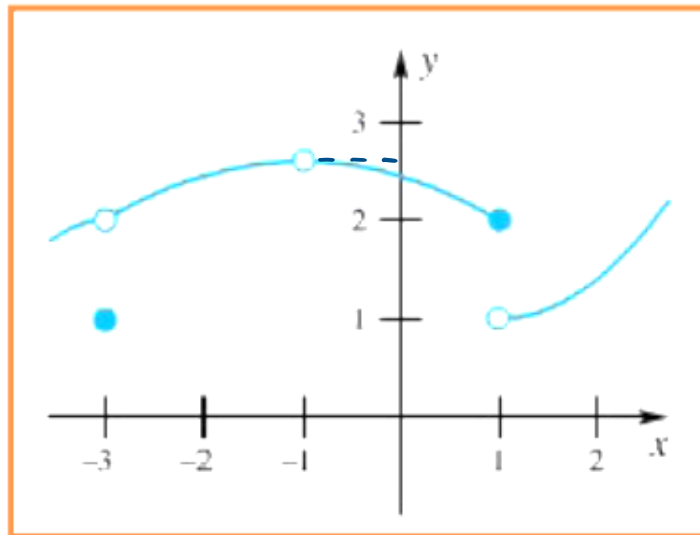


<https://www.geogebra.org/m/mG6e7rz3>



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Contoh soal : Tentukan yang berikut



a. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

b. $f(-3) = 1$

c. $f(-1)$

d. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

e. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

f. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

g. $f(1)$

h. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



Contoh soal :

Gambar sketsa grafik fungsi f yang memenuhi semua persyaratan berikut :

(i) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 4$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$

(iii) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$

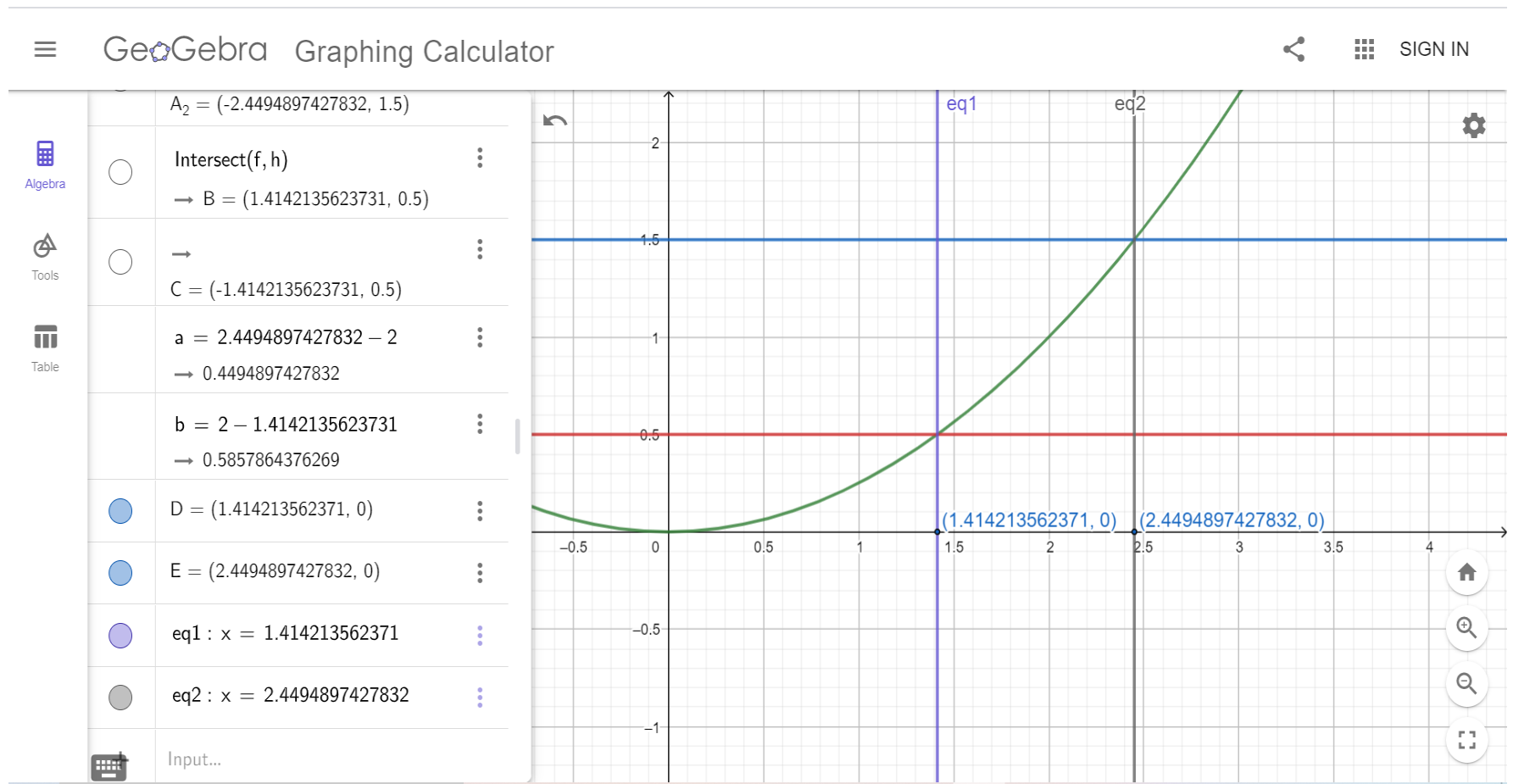
(iv) $f(-2) = 1$

(v) $f(3) = 3$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Seberapa dekat x ke 2 untuk menjamin $f(x)$ jaraknya ke 1 kurang dari 0,5



<https://www.geogebra.org/m/ptsqztrt>



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET