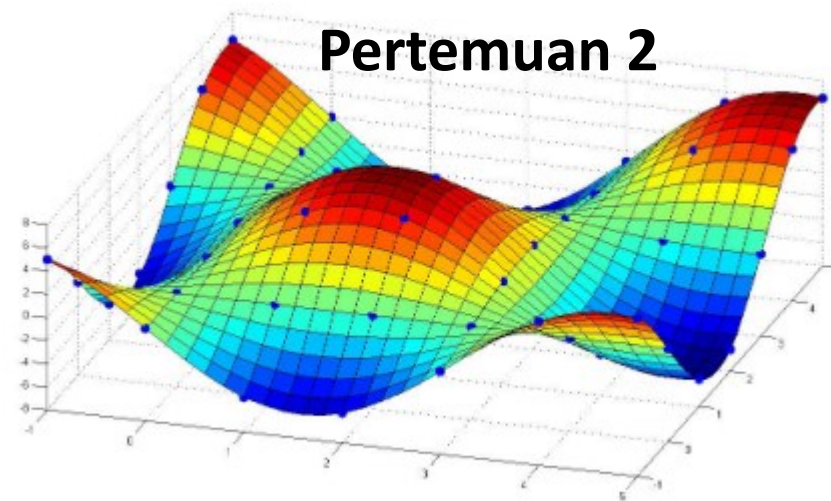




**UNS**  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

# Analisis Galat



*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Tinjauan Ulang



**UNS**  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

- Metode Numerik adalah Matematika → anda diharapkan sudah memiliki pengetahuan mengenai konsep fungsi, geometri, konsep kalkulus seperti turunan dan integral, dan sebagainya
- Solusi yang diperoleh secara numerik adalah nilai pendekatan dari solusi sejati → Berarti ada error (galat)
- Pertemuan ini membahas konsep Matematika penting untuk Metode Numerik: deret Taylor
- Membahas konsep galat, cara mengukur galat, penyebab galat, perambatan galat, dan ketidakstabilan perhitungan akibat galat

*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Analisis Galat



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

- Kesalahan (error/galat) adalah besarnya perbedaan atau selisih antara nilai taksiran (hampiran/aproksimasi) dengan nilai sesungguhnya (eksak), kesalahan ini biasa timbul karena proses pengukuran atau penggunaan aproksimasi.
- Penyelesaian secara numerik dari suatu persamaan matematis hanya memberikan nilai perkiraan yang mendekati nilai eksak (yang benar) dari penyelesaian analitis.
- Penyelesaian numerik akan memberikan kesalahan terhadap nilai eksak

*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Nilai Galat



- Besarnya kesalahan atas suatu nilai taksiran dapat dinyatakan secara kuantitatif dan kualitatif.
- Besarnya kesalahan yang dinyatakan secara kuantitatif disebut Kesalahan Absolut. Besarnya kesalahan yang dinyatakan secara kualitatif disebut dengan Kesalahan Relatif.
- Nilai eksak dapat diformulasikan sebagai hubungan antara nilai perkiraan dan nilai kesalahan sebagai berikut :  $v = v' + \xi$

Dimana :

$v$  = nilai eksak,

$v'$  = nilai perkiraan

$\xi$  = nilai kesalahan

*Active!*



# Kesalahan Absolut



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

Kesalahan absolut menunjukkan besarnya perbedaan antara nilai eksak dengan nilai perkiraan :

$$\xi_a = |v - v'|$$

Kesalahan absolut tidak menunjukkan besarnya tingkat kesalahan, tetapi hanya sekedar menunjukkan selisih perbedaan antara nilai eksak dengan nilai perkiraan.

*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Kesalahan Relatif



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

Kesalahan relatif menunjukkan besarnya tingkat kesalahan antara nilai perkiraan dengan nilai eksaknya yang dihitung dengan membandingkan kesalahan absolut terhadap nilai eksaknya (biasanya dinyatakan dalam % ).

$$\xi_r = \left| \frac{\xi_a}{V} \right| * 100\%$$

dimana :

$v$  = nilai eksak

$\xi_r$  = kesalahan relatif

$\xi_a$  = kesalahan absolut

Semakin kecil kesalahan relatifnya, maka nilai perkiraan yang diperoleh akan semakin baik.

*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Contoh 1:



Isna membeli kabel listrik 30 meter dari sebuah toko alat-alat elektronika. Setelah diukur ulang oleh Isna sesampainya di rumah, kabel tersebut ternyata hanya mempunyai panjang 29,97 meter. Berapa kesalahan absolut dan kesalahan relatif hasil pengukuran yang dilakukan oleh Isna?

Diketahui :

$$V = 30 \text{ meter}$$

$$V' = 29,97 \text{ meter}$$

Kesalahan absolut

$$\xi_a = | 30 - 29,97 | = 0.03 \text{ meter}$$

Kesalahan relatif

$$\xi_r = | 0.03 / 30 | * 100\% = 0.1\%$$

*Active!*



## Contoh 2 :

Pengukuran panjang jembatan dan pensil memberikan hasil 9999 cm dan 9 cm. Apabila Panjang yang benar (eksak) adalah 10.000 cm dan 10 cm. Hitung kesalahan absolut dan relatif!

**Solusi :**

**a. Kesalahan absolut**

$$\text{Jembatan : } \xi_a = |v - v'| = |10.000 - 9999| = 1 \text{ cm}$$

$$\text{Pensil : } \xi_a = |v - v'| = |10 - 9| = 1 \text{ cm}$$

**b. Kesalahan relatif**

$$\text{Jembatan : } \xi_r = \left| \frac{\xi_a}{V} \right| * 100\% = \left| \frac{1}{10000} \right| * 100\% = 0.01\%$$

$$\text{Pensil : } \xi_r = \left| \frac{\xi_a}{V} \right| * 100\% = \left| \frac{1}{10} \right| * 100\% = 10\%$$

Kedua kesalahan sama yaitu 1 cm tetapi kesalahan relatif pensil adalah jauh lebih besar

*Active!*





# Macam-macam Galat



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

Ada 3 macam kesalahan dasar;

1. Galat bawaan (*Inherent Error*)
2. Galat pemotongan (*Truncation Error*)
3. Galat pembulatan (*Round-off Error*)

*Active!*



UNS.Official



/UNSOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Galat bawaan



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

Galat bawaan adalah Galat dalam nilai data. Terjadi akibat kekeliruan dalam menyalin data, salah membaca skala atau kesalahan karena kurangnya pengertian mengenai hukum-hukum fisik dari data yang diukur. Kesalahan ini sering terjadi karena faktor human error

## Contoh :

Pengukuran selang waktu 2,3 detik. Terdapat beberapa galat karena hanya dengan suatu kebetulan selang waktu akan diukur tepat 2,3 detik. Beberapa batas yg mungkin pada galat inheren diketahui :

**$2,3 \pm 0,1$  detik**

Berhubungan dengan galat pada data yang dioperasikan oleh suatu komputer dengan beberapa prosedur numerik.

*Active!*



# Galat Pemotongan



Berhubungan dengan cara pelaksanaan prosedur numerik. Kesalahan ini terjadi karena tidak dilakukannya hitungan sesuai dengan prosedur matematik yang benar.

Contoh pada deret Taylor tak berhingga :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \dots$$

- Dapat dipakai untuk menghitung sinus sebarang sudut  $x$  dalam radian.
- Jelas kita tidak dapat memakai semua suku dalam deret, karena deretnya tak berhingga
- Kita berhenti pada suku tertentu misal  $x^9$
- Suku yg dihilangkan menghasilkan suatu galat
- Dalam perhitungan numerik galat ini sangat penting.

*Active!*





# Galat Pembulatan



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

Galat ini terjadi akibat pembulatan angka

Terjadi pada komputer yg disediakan beberapa angka tertentu misal; 5 angka :

Penjumlahan  $9,2654 + 7,1625$

hasilnya  $16,4279$

Ini terdiri 6 angka sehingga tidak dapat disimpan dalam komputer kita dan akan dibulatkan menjadi  $16,428$

*Active!*



UNS.Official



/UNSOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Angka Bena



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

- Konsep angka bena (significant figure) atau angka berarti telah dikembangkan secara formal untuk menandakan keandalan suatu nilai numerik. Angka bena adalah angka bermakna, angka penting, atau angka yang dapat digunakan dengan pasti.
- Komputer hanya menyimpan sejumlah tertentu angka bena. Bilangan riil yang jumlah angka benanya melebihi jumlah angka bena komputer akan disimpan dalam sejumlah angka bena komputer itu.

*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus



# Contoh



- 43.123 memiliki 5 angka bena (yaitu 4,3,1,2,3)
- 0.1764 memiliki 4 angka bena (yaitu 1,7,6,4)
- 0.12 memiliki 2 angka bena ( yaitu 1,2)
- 278.300 memiliki 6 angka bena (yaitu 2,7,8,3,0,0)
- 0.001360 memiliki 4 angka bena, di mana tiga buah angka nol pertama tidak berarti, sedangkan 0 yang terakhir angka berarti karena pengukuran dilakukan sampai ketelitian 4 digit.
- $4.3123 \times 10^1$  memiliki 5 angka bena
- $1.764 \times 10^{-1}$  memiliki 4 angka bena

*Active!*





# Aturan Pembulatan



UNS  
UNIVERSITAS  
SEBELAS MARET

1. Bila angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan adalah angka 4 atau kurang maka angka terkanan dari yang mendahuluinya tetap.
2. Bila angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan lebih dari 5 atau angka 5 diikuti dengan angka bukan nol maka angka terkanan yang mendahuluinya bertambah satu.
3. Bila angka terkiri dari angka yang harus dihilangkan hanya angka 5 saja atau angka 5 diikuti dengan angka nol saja maka angka terkanan yang mendahuluinya bertambah satu jika ganjil dan tetap jika genap.

*Active!*



UNS.Official



/UNSOOfficial



@11MaretUniv



www.uns.ac.id

green  
campus