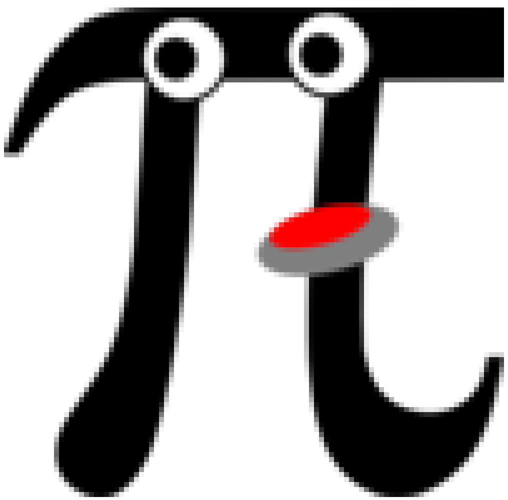


Maksimum - Minimum

Definisi

Misal S daerah asal f memuat titik p_0 . Kita katakan bahwa :

(i) $f(p_0)$ adalah nilai maksimum (global) pada S jika

$$f(\mathbf{p}) \leq f(p_0), \forall \mathbf{p} \in S$$

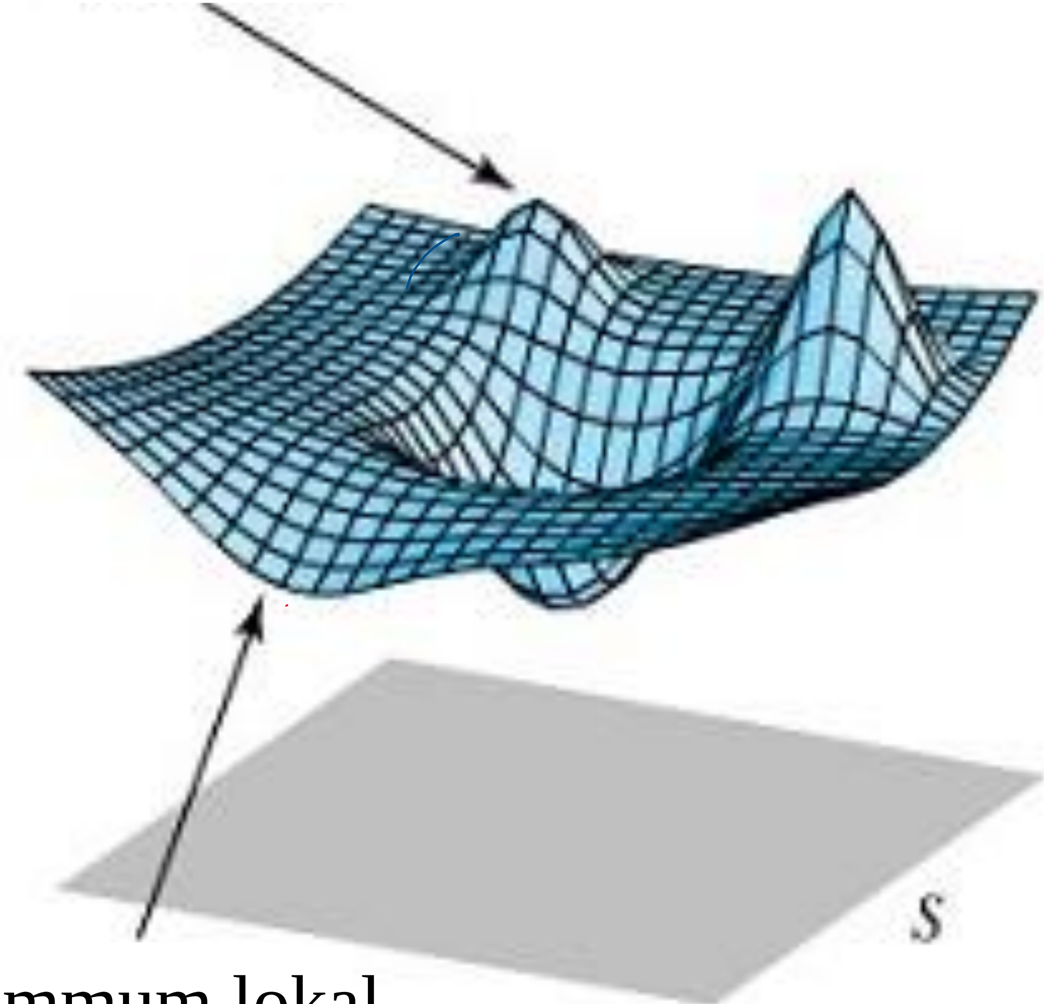
(ii) $f(p_0)$ adalah nilai minimum (global) pada S jika

$$f(p_0) \leq f(\mathbf{p}) , \forall \mathbf{p} \in S$$

(iii) $f(p_0)$ adalah nilai ekstrim (global) pada S jika $f(p_0)$ adalah nilai maksimum atau nilai minimum

Definisi yang sama berlaku dengan kata global diganti lokal jika pada (i) $f(\boldsymbol{p}) \leq f(\boldsymbol{p_0}), \forall \boldsymbol{p} \in N \cap S$ pada (ii) $f(\boldsymbol{p_o}) \leq f(\boldsymbol{p}), \forall \boldsymbol{p} \in N \cap S$ untuk suatu lingkungan dari p_0

Maksimum lokal



Minimmum lokal

Teorema

(Teorema Keujudan Maksimum-Minimum)

Jika f kontinu pada suatu himpunan tertutup dan terbatas S , maka f mencapai nilai maksimum dan minimum (global) di S

Teorema

(Teorema titik kritis)

Misal f didefinisikan pada suatu himpunan S yang memuat titik p_0. Jika $f(p_0)$ adalah nilai ekstrim maka p_0 haruslah suatu titik kritis yakni berupa salah satu dari

(i) Titik batas dari S

(ii) Titik stasioner dari f ($\nabla f\left(p_0\right) = 0$)

(iii) Titik singular dari f

Teorema

(Uji Parsial-Kedua)

Misal $f(x,y)$ mempunyai turunan parsial kedua kontinu di suatu lingkungan dari (x_0, y_0) dan $\nabla f(x_0, y_0) = \mathbf{0}$.

Misal $D = D(x_0, y_0) = f_{xx}(x_0, y_0) f_{yy}(x_0, y_0) - [f_{xy}(x_0, y_0)]^2$

x_0, y_0 titik stasioner

Maka :

(i) Jika $D > 0$ dan $f_{xx}(x_0, y_0) < 0$ maka $f(x_0, y_0)$ maks lokal

(ii) Jika $D > 0$ dan $f_{xx}(x_0, y_0) > 0$ maka $f(x_0, y_0)$ min lokal

(iii) Jika $D < 0$ maka $f(x_0, y_0)$ bukan suatu nilai ekstrim

((x_0, y_0) titik pelana)

(iv) Jika $D = 0$ pengujian tidak memberikan *keputusan*

Soal:

Cari nilai ekstrim lokal dari fungsi yang berikut dan tentukan jenisnya

a. $f(x,y) = -\dfrac{x^2}{a} + \dfrac{y^2}{b}$

b. $F(x,y) = 3x^3 + y^2 - 9x + 4y$

Soal :

Carilah nilai maksimum dan minimum dari

$$f(x,y) = 2 + x^2 + y^2$$

$$S = \left\{ (x, y): x^2 + \frac{1}{4}y^2 \leq 1 \right\}$$