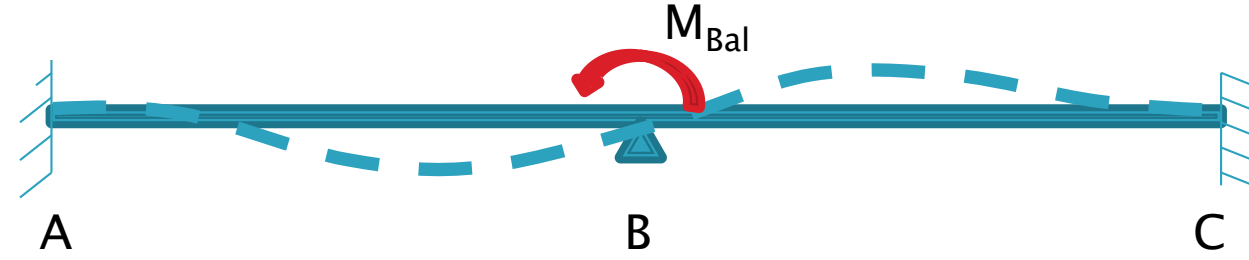
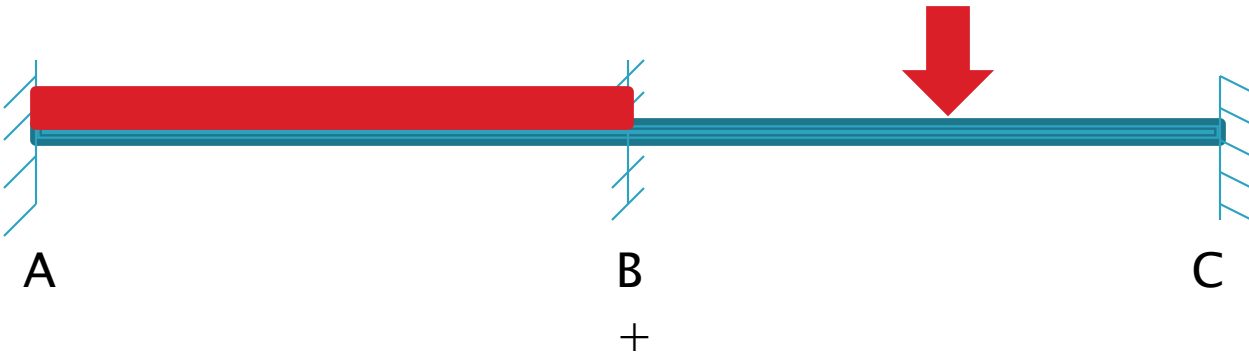
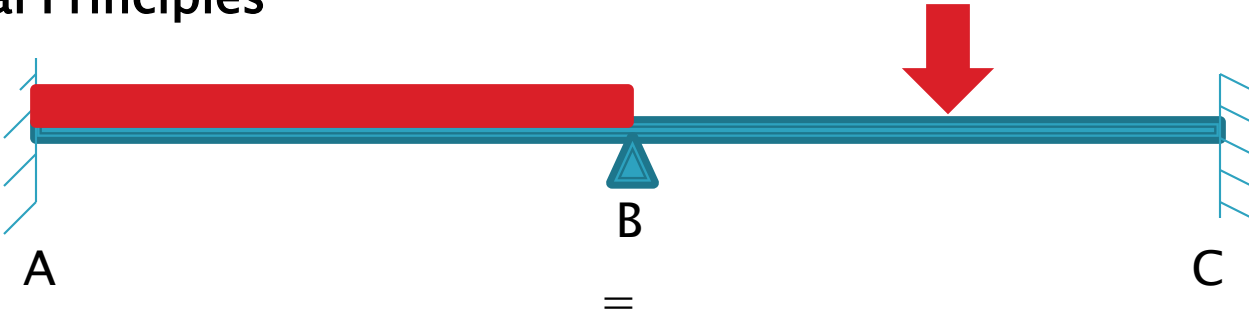
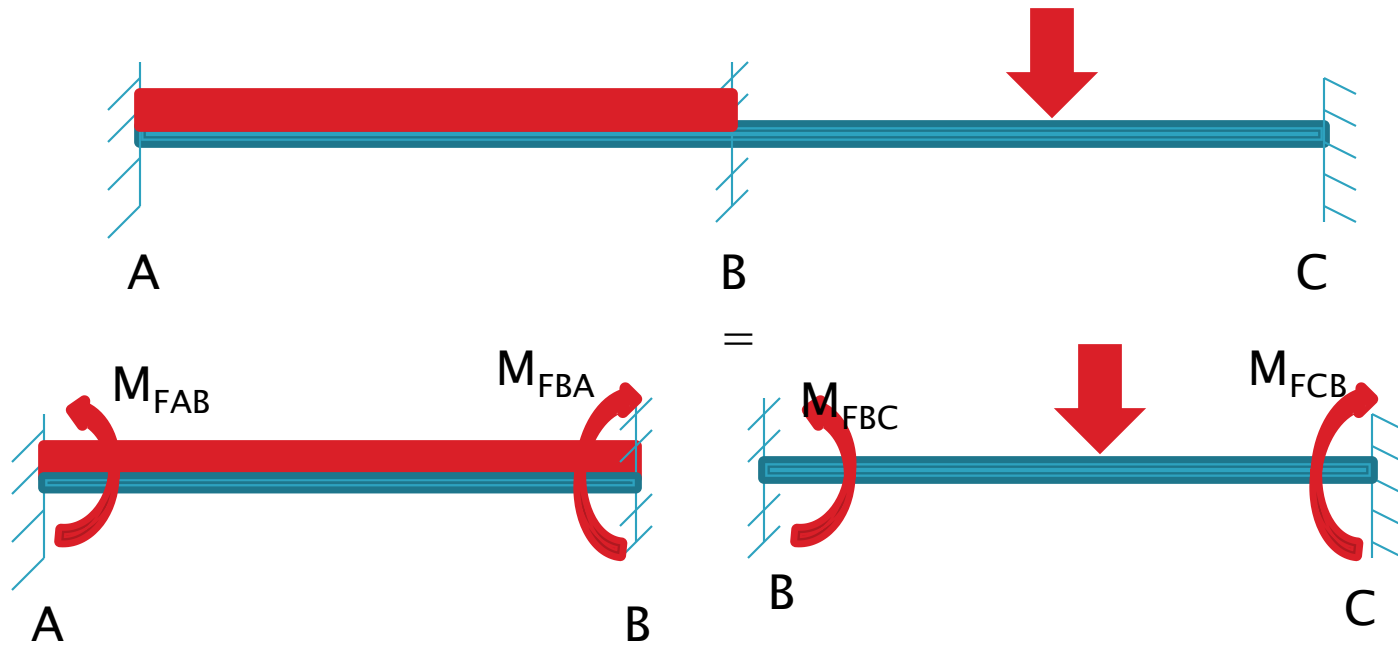


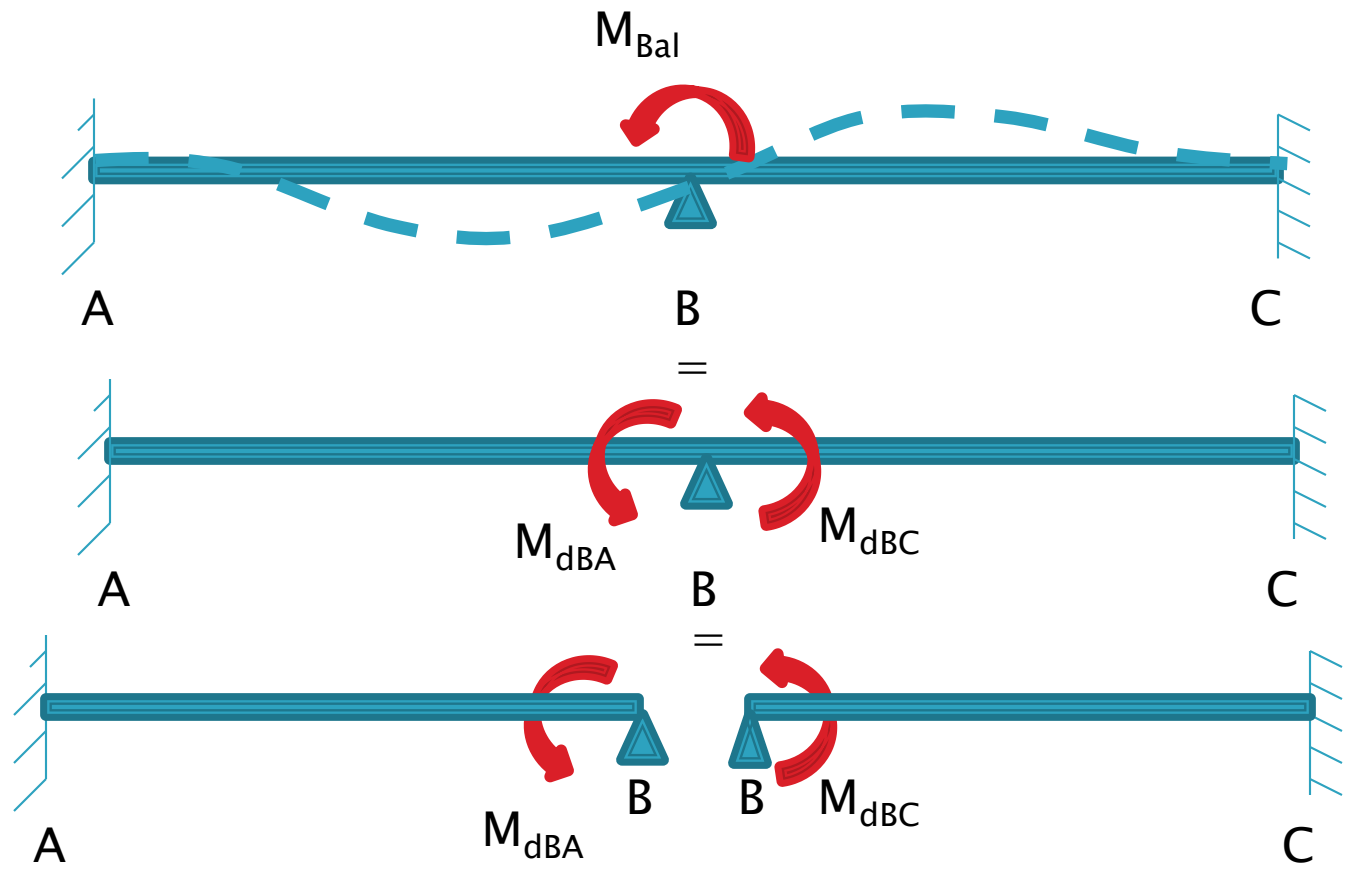
Method of Moment Distribution (CROSS)

General Principles

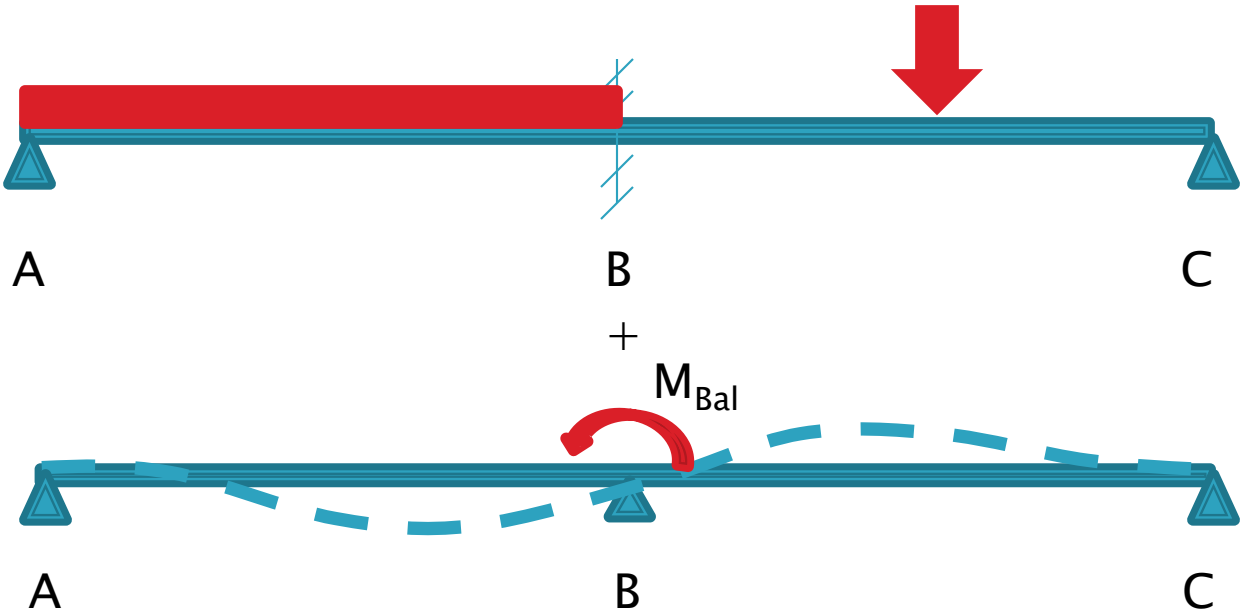
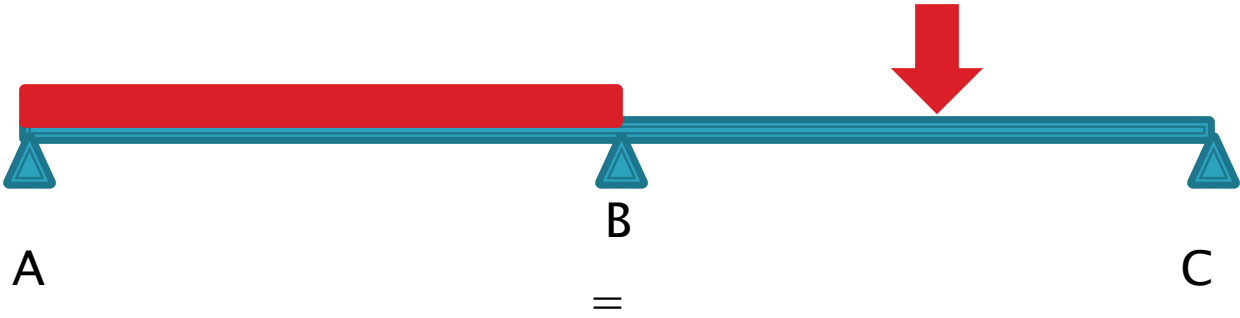


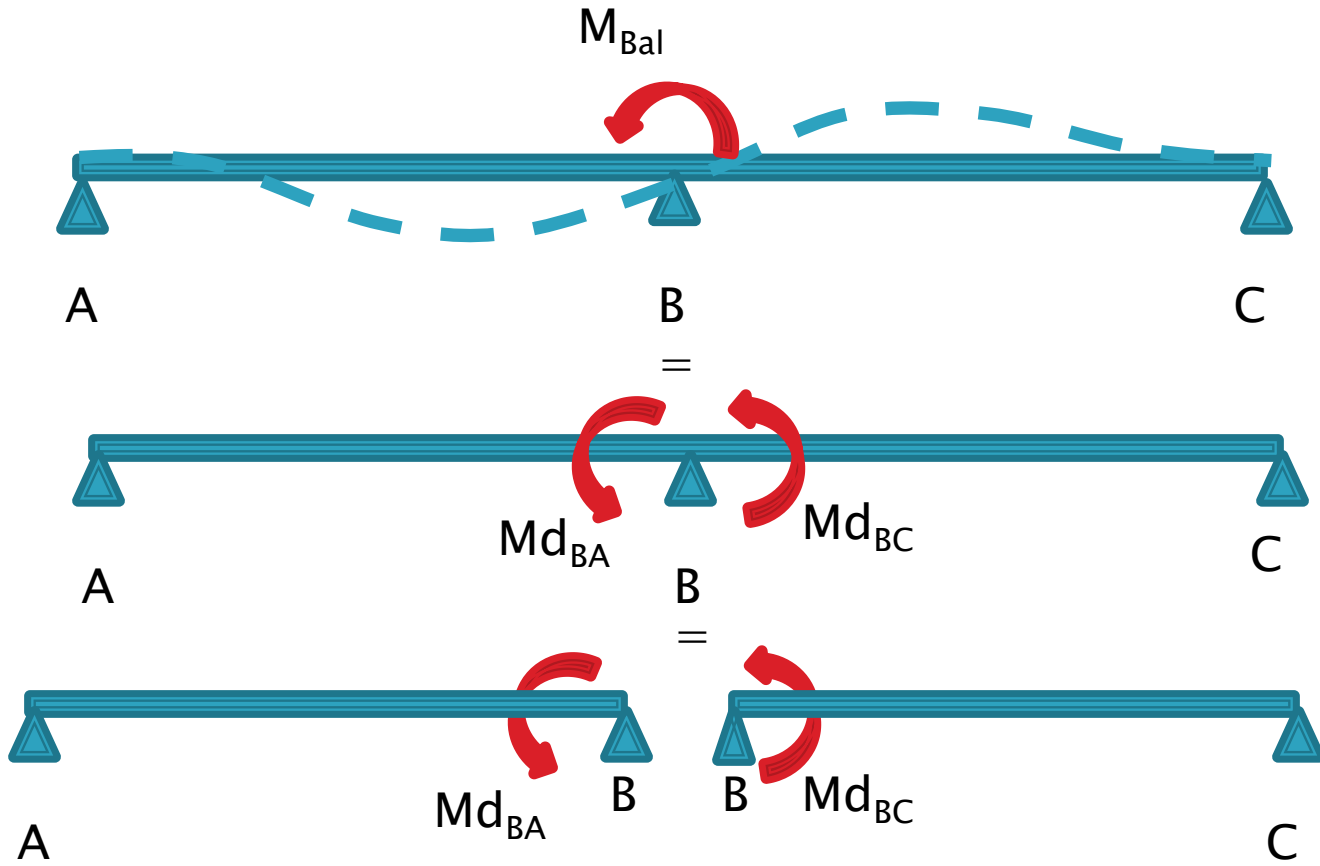


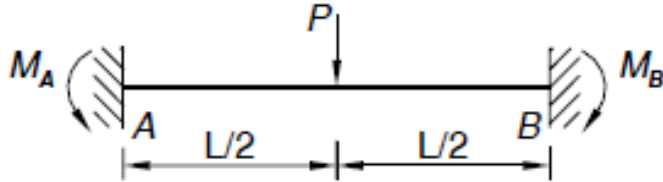
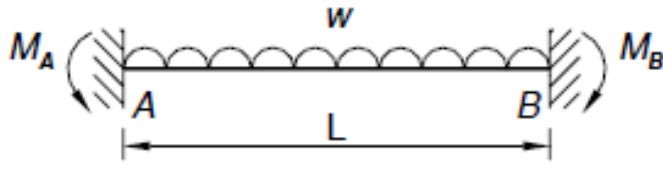
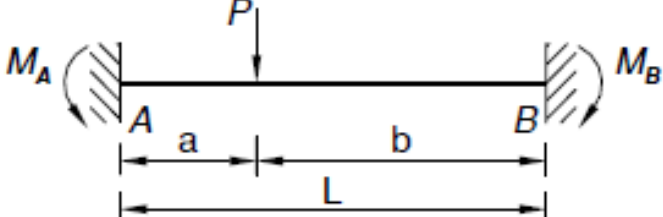
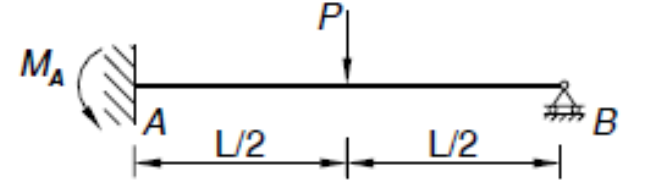
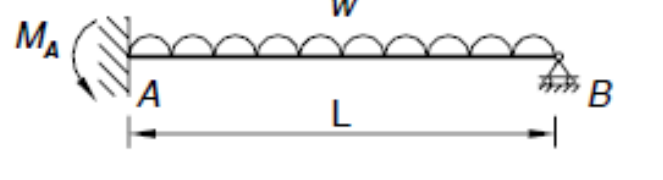
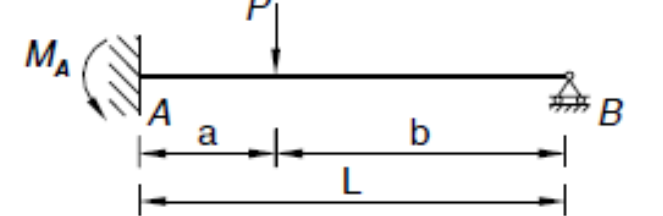
$$M_{Bal} + M_{FBA} + M_{FBC} = 0$$



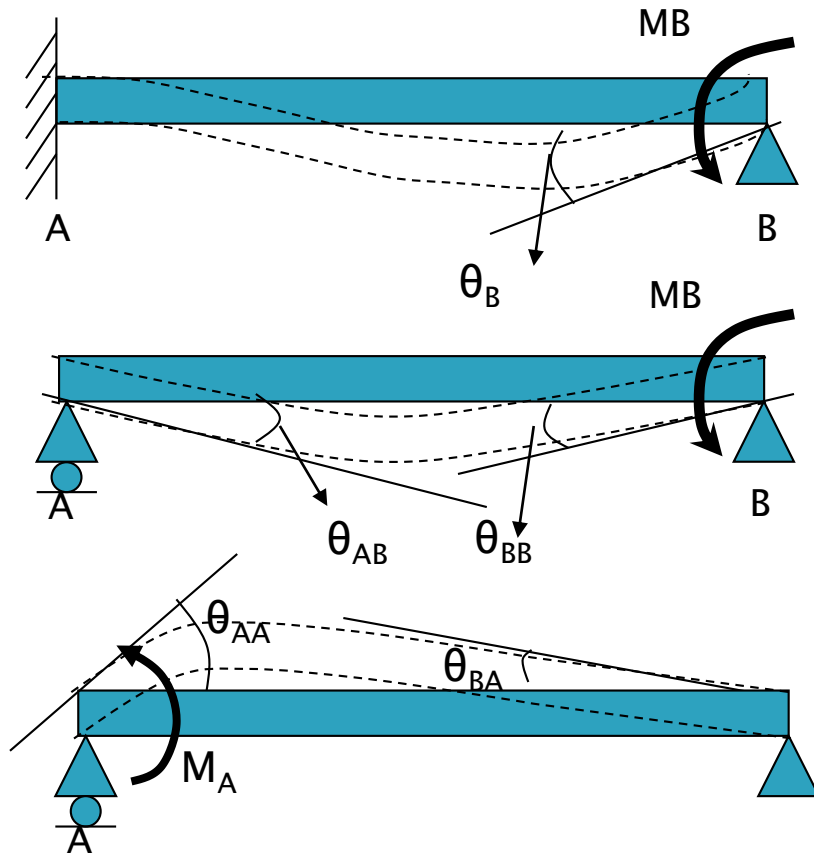
General Principles





M_A	Configuration	M_B
$+\frac{PL}{8}$		$-\frac{PL}{8}$
$+\frac{wL^2}{12}$		$-\frac{wL^2}{12}$
$+\frac{Pab^2}{L^2}$		$-\frac{Pa^2b}{L^2}$
$+\frac{3PL}{16}$		-
$+\frac{wL^2}{8}$		-
$+\frac{Pab(2L-a)}{2L^2}$		-

General Principles



Dengan prinsip Consistent deformation, maka:

$$\theta_{AB} + \theta_{AA} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{M_B L}{6EI} - \frac{M_A L}{3EI} = 0$$

$$M_A = \frac{1}{2} M_B$$

$$\theta_{BB} + \theta_{BA} = \theta_B \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{M_B L}{3EI} - \frac{M_A L}{6EI} = \theta_B$$

$$\frac{M_B L}{3EI} - \frac{(\frac{1}{2})M_B L}{6EI} = \theta_B$$

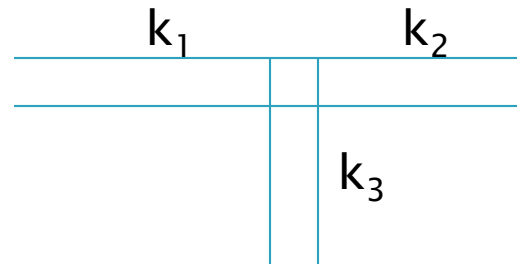
$$M_B = \frac{4EI}{L} \theta_B$$

Definitions:

Member Stiffness Factor (k): momen yang dibutuhkan untuk menghasilkan rotasi sebesar 1 radian

$$k = \frac{4EI}{L}$$

Joint Stiffness Factor (k_T): Momen yang dibutuhkan untuk menghasilkan rotasi sebesar 1 radian pada **joint**; Apabila joint tersebut merupakan pertemuan dari **n** elemen, maka nilai k_T setara dengan total k dari elemen–elemen yang bertemu pada joint tersebut.



$$k_T = k_1 + k_2 + k_3$$

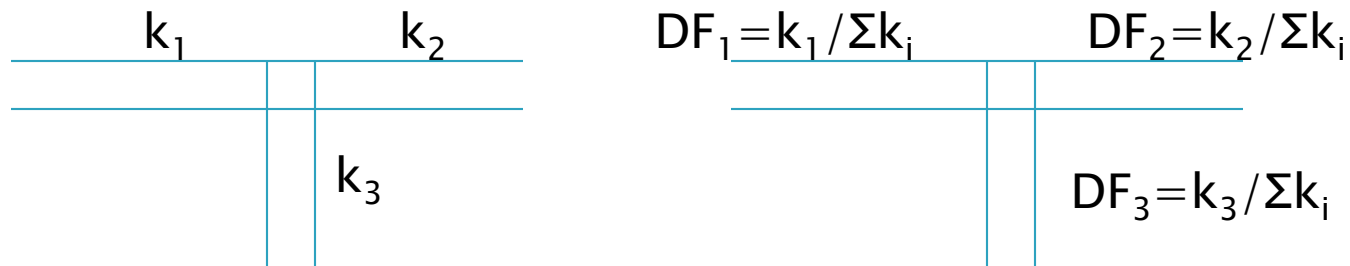
$$k_T = \sum k_i$$

Distribution Factor (DF): apabila sebuah joint menerima gaya luar berupa momen M dan menyebabkan rotasi pada joint tersebut sebesar ϕ , maka momen tersebut akan didistribusikan ke elemen-elemen masing-masing sebesar $M_i = k_i \phi$, dimana k_i menyatakan *member stiffness factor* masing-masing elemen.

Kesetimbangan momen mengharuskan : $M = \sum k_i \phi$

DF masing-masing elemen menjadi:

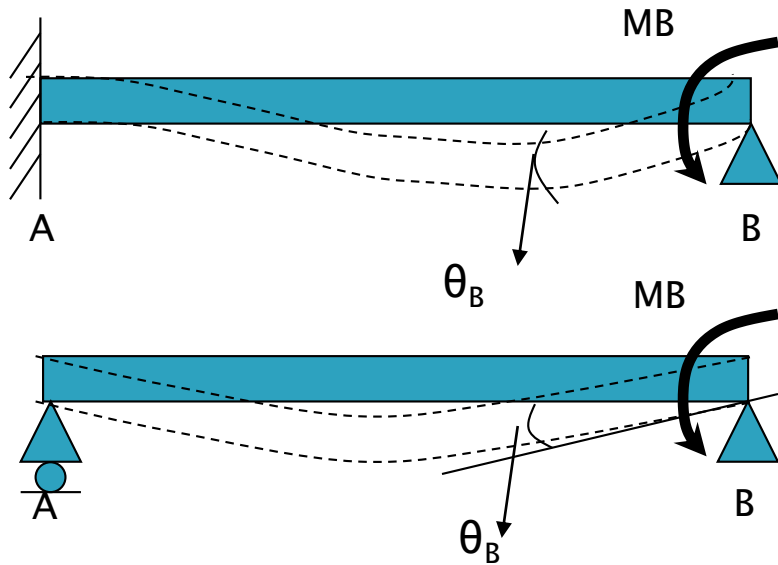
$$DF = \frac{M_i}{M} = \frac{k_i \phi}{\sum k_i \phi} = \frac{k_i}{\sum k_i}$$





Carry-over Factor (CO): sebelumnya sudah ditunjukkan apabila momen luar M_B dikerjakan pada tumpuan sendi seperti struktur diatas, maka pada jepit A akan timbul momen $M_A = 1/2 M_B$. Nilai $1/2$ ini merupakan *carry-over factor*.

K Modifikasi

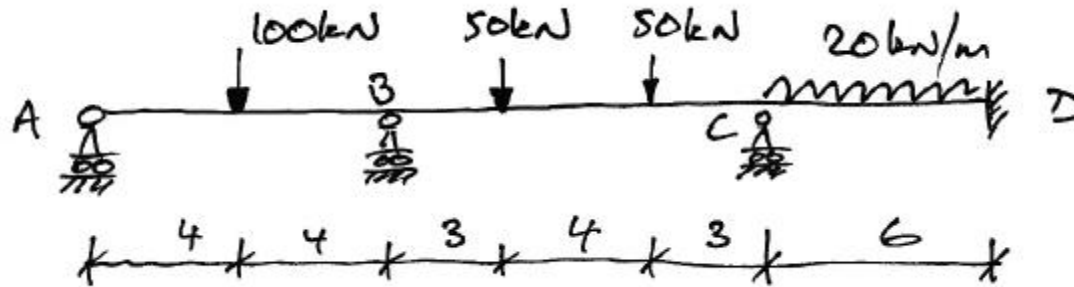


$$M_B = \frac{4EI}{L} \theta_B = k\theta_B$$

$$M_B = \frac{3}{4} \left(\frac{4EI}{L} \right) \theta_B = \frac{3}{4} k\theta_B$$

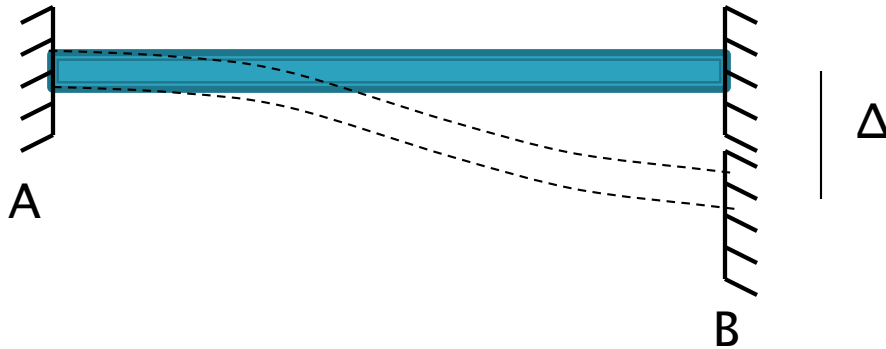
Bila ujung jauh (A) yang merupakan jepit diganti dengan sendi/rol, maka momen yang dibutuhkan untuk menghasilkan rotasi 1 rad di ujung dekat (B) setara dengan $\frac{3}{4}$ kali dari nilai momen yang diperlukan apabila ujung jauh (A) merupakan jepit; k (ujung jauh sendi/rol) = $\frac{3}{4}$ k (ujung jauh jepit). Pada **Elemen** dengan ujung jauh sendi, maka ujung jauh sendi tersebut tidak perlu menerima carry over factor.

Moment Distribution For Beam



Joint	A	B		C		D	
Member	AB	BA	BC	CB	CD	DC	
DF	0	0.48	0.52	0.375	0.625	1	
FEM		-150	+105	-105	+60	-60	Step 1
Dist.		+21.6	+23.4	+16.9	+28.1		Step 2
C.O.			+8.5	+11.7		+14.1	
Dist.		-4.1	-4.4	-4.4	-7.3		Step 3
C.O.			-2.2	-2.2		-3.7	
Dist.		+1.1	+1.1	+0.8	+1.4		Step 4
Final	0	-131.4	+131.4	-82.2	+82.2	-49.6	Note 6

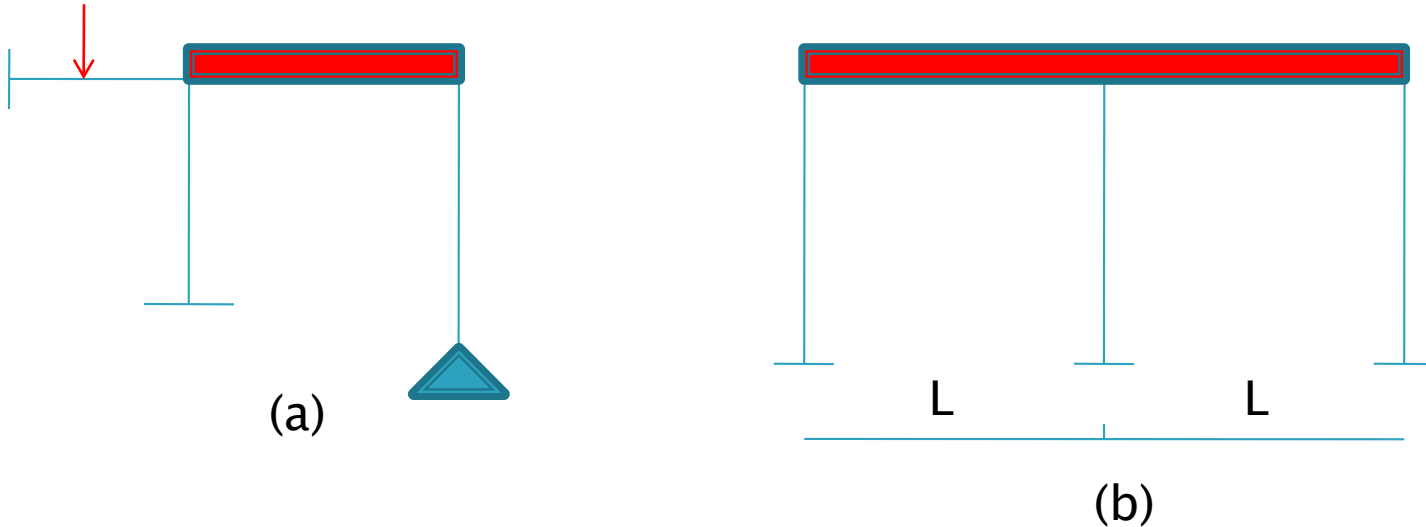
Pergerakan Perletakan



$$M_{FAB} = M_{FBA} = \frac{6EI}{L} \frac{\Delta}{L} = \frac{6EI}{L} R$$

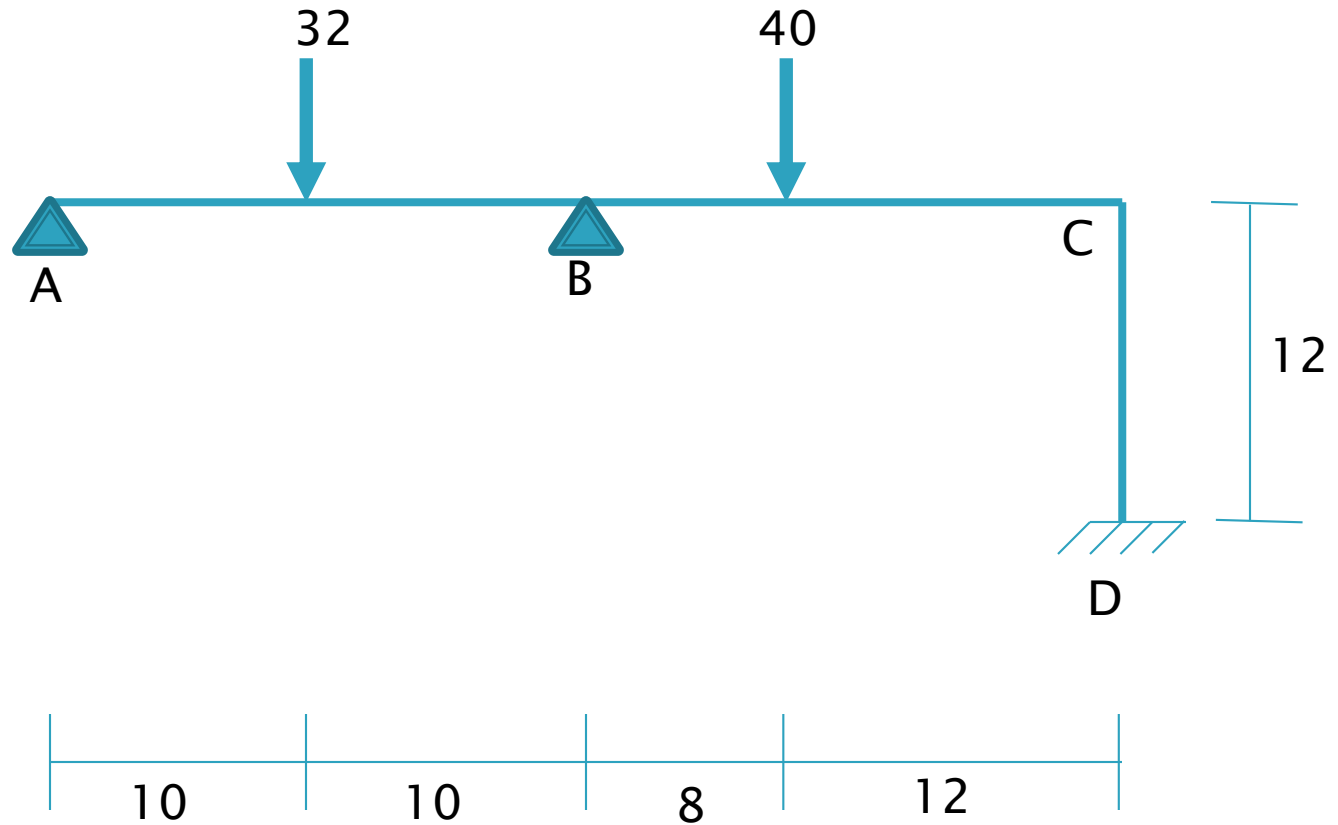
Pergerakan perletakan mengakibatkan elemen memikul momen sekunder sebesar $6EI R/L$. Momen sebesar ini dapat dipandang sebagai fixed end momen pada batang yang perletakannya bergerak.

Metode Cross untuk struktur portal tak bergoyang



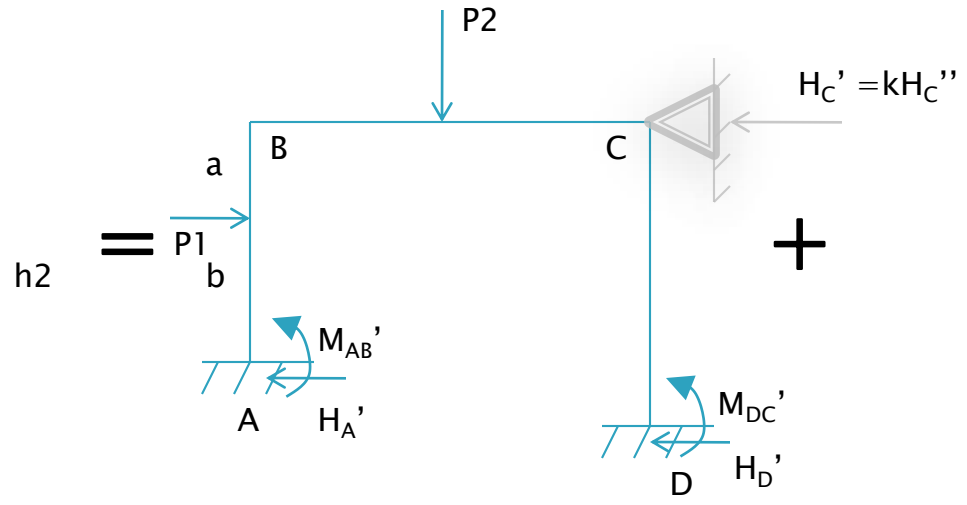
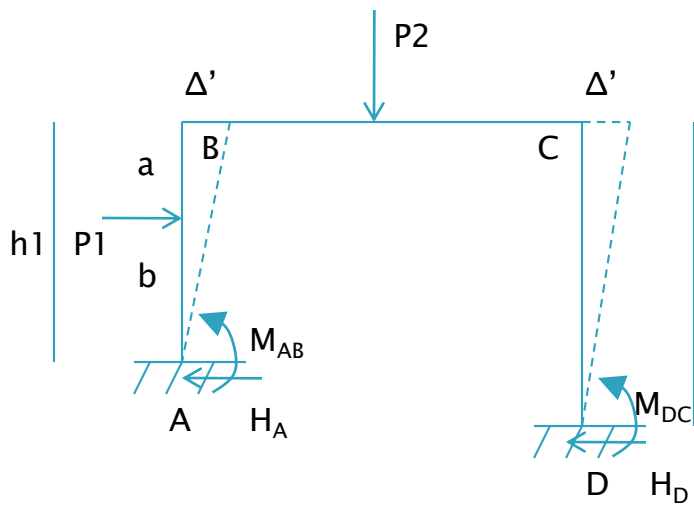
Portal tak bergoyang dapat diselesaikan menggunakan metode Cross dengan prinsip penyelesaian serupa dengan balok statis tak tentu.

Contoh Portal Tak Bergoyang



Titik		A	B		C		D
Batang		AB	BA	BC	CB	CD	DC
K		3	3	3	3	5	5
K modifikasi		2.25	2.25	3	3	5	5
Siklus ke	DF	0	0.4286	0.5714	0.375	0.625	1
1	FEM	80	-80	115.2	-76.8		
	Dist Bal	-80	-15.09	-20.11	28.8	48	
2	CO		-40	14.4	-10.06		24
	Dist Bal		10.97	14.63	3.7725	6.2875	
3	CO			1.89	7.31		3.15
	Dist Bal		-0.81	-1.08	-2.74	-4.57	
4	CO			-1.37	-0.54		-2.28
	Dist Bal		0.587	0.78	0.202	0.3375	
5	CO			0.101	0.39		0.17
	Dist Bal		-0.04	-0.05	-0.146	-0.24	
6	CO			-0.073	-0.025		-0.12
	Dist Bal		0.03	0.04	0.009	0.0159	
7	CO			0.0045	0.02		0.008
	Dist Bal		-0.0019	-0.0026	-0.0075	-0.0125	
8	CO						-0.0063
	Dist Bal						
Total		0	-124.353	124.3599	-49.815	49.8184	24.9217

Metode Cross untuk struktur portal bergoyang



Superposisi:

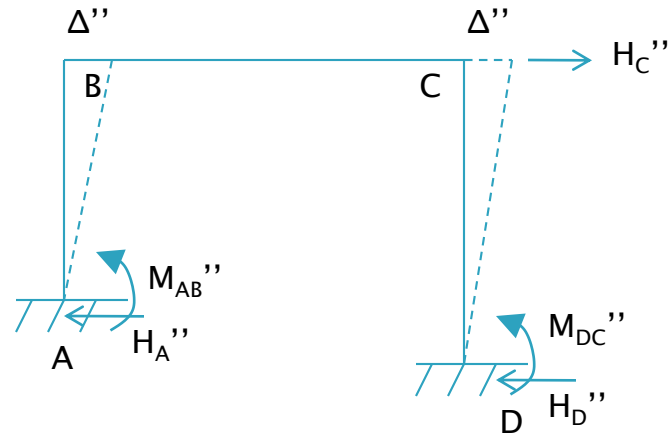
$$M = M' + kM''$$

$$M_{AB} = M_{AB'} + kM_{AB''}$$

$$M_{DC} = M_{DC'} + kM_{DC''}$$

dst,

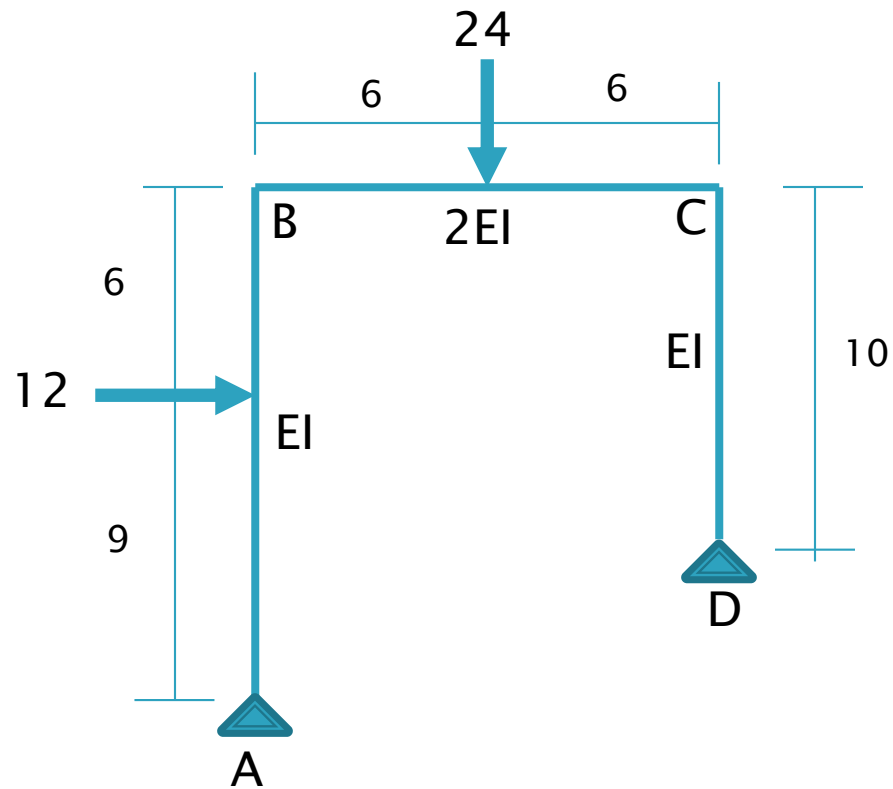
$k \chi$



Kondisi geser:

$$H_A + H_D - P_1 = 0$$

Contoh soal portal bergoyang



Titik		A	B		C		D
Batang		AB	BA	BC	CB	CD	DC
K		2	2	5	5	3	3
K modifikasi		1.5	1,5	5	5	2.25	2.25
Siklus ke	DF	0	0.231	0.769	0.69	0.31	0
1	FEM	17.28	-25.92	36	-36		
	Dist Bal	-17.28	-2.33	-7.75	24.84	11.16	
2	CO		-8.64	12.42	-3.88		
	Dist Bal		-0.87	-2.91	2.68	1.2	
3	CO			1.34	-1.46		
	Dist Bal		-0.31	-1.03	1.01	0.45	
4	CO			0.5	-0.52		
	Dist Bal		-0.12	-0.38	0.36	0.16	
5	CO			0.18	-0.19		
	Dist Bal		-0.04	-0.14	0.13	0.06	
6	CO			0.06	-0.07		
	Dist Bal		-0.01	-0.05	0.05	0.02	
7	CO			0.02	-0.02		
	Dist Bal			-0.02	0.01	0.01	
8	CO				-0.01		
	Dist Bal				0.01		
Total		0	-38.24	38.24	-13.06	13.06	0

Titik		A	B		C		D
Batang		AB	BA	BC	CB	CD	DC
K		2	2	5	5	3	3
K modifikasi		1.5	1,5	5	5	2.25	2.25
Siklus ke	DF	0	0.231	0.769	0.69	0.31	0
1	FEM	400	400			900	900
	Dist Bal	-400	-92.4	-307.6	-621	-279	-900
2	CO		-200	-310.5	-153.8	-450	
	Dist Bal		117.9	392.6	416.6	187.2	
3	CO			208.3	196.3		
	Dist Bal		-48.1	-160.2	-135.4	-60.9	
4	CO			-67.7	-80.1		
	Dist Bal		15.6	52.1	55.3	24.8	
5	CO			27.6	26		
	Dist Bal		-6.4	-21.2	-17.9	-8.1	
6	CO			-9	-10.6		
	Dist Bal		2.1	6.9	7.3	3.3	
7	CO			3.6	3.4		
	Dist Bal		-0.8	-2.8	-2.3	-1.1	
8	CO			-1.2	-1.4		
	Dist Bal		-0.3	0.9	1	0.4	
9	CO			0.5	0.4		
	Dist Bal		-0.1	-0.4	-0.3	-0.1	
10	CO			-0.2	-0.2		
	Dist Bal			0.2	0.1	0.1	
Total		0	187.5	-188.1	-316.6	316.6	0

$$H_A + H_D = 12$$

$$\frac{M_{AB} + M_{BA}}{15} + \frac{M_{CD} + M_{DC}}{10} = 12$$

Subtitusikan nilai M_{AB} , M_{BA} , M_{CD} dan M_{DC} dengan:

$$M_{AB} = 0 + k(0) = 0$$

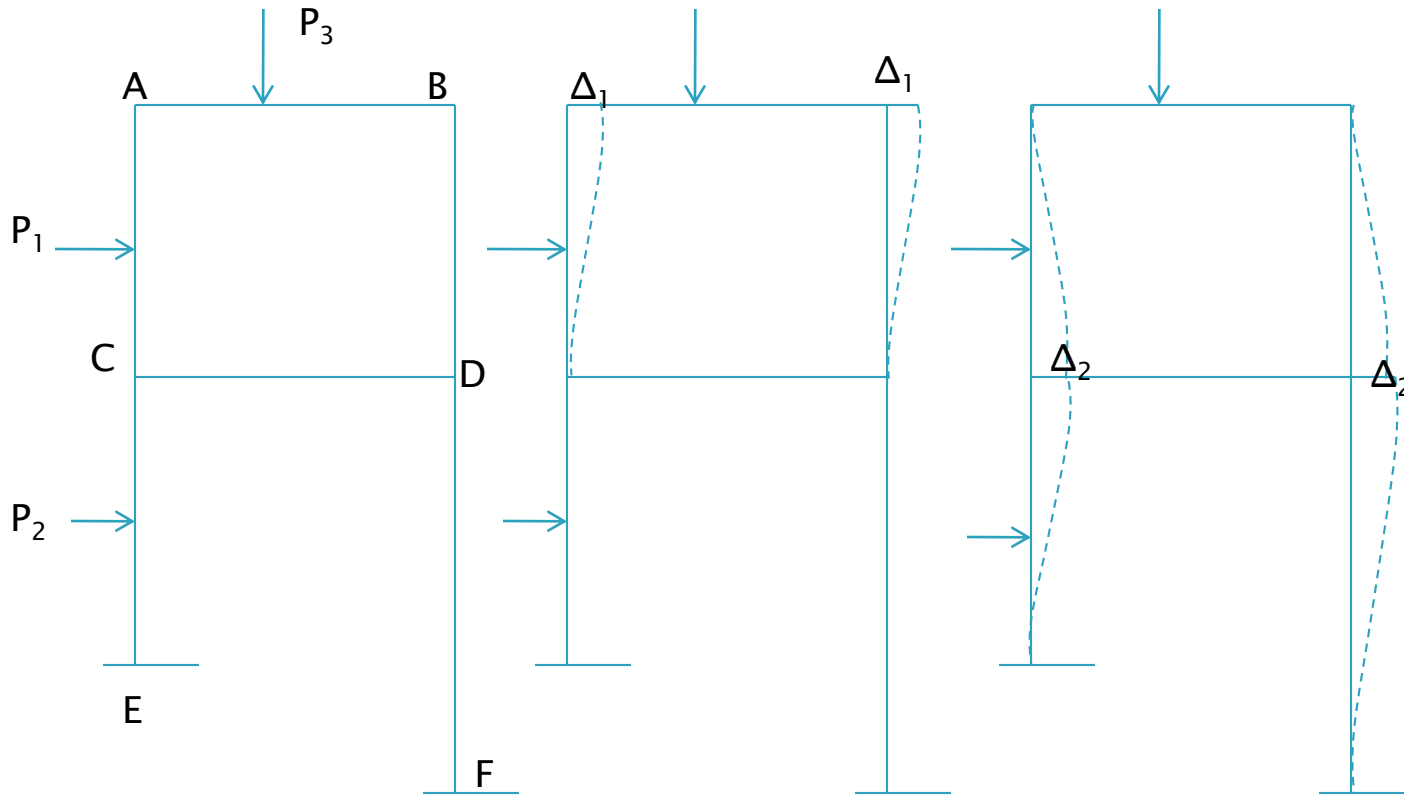
$$M_{BA} = -38.2 + k(188.1) = -38.24 + 188.1k$$

$$M_{CD} = 13.06 + k(316.6) = 13.06 + 316.6k$$

$$M_{DC} = 0 + k(0) = 0$$

Akan diperoleh nilai $k = 0.1910$

Portal bergoyang–bertingkat



$$M = k_1 M_1'' + k_2 M''$$

Kondisi geser:

$$H_C + H_D - P_1 = 0$$

$$H_E + H_F - P_1 - P_2 = 0$$

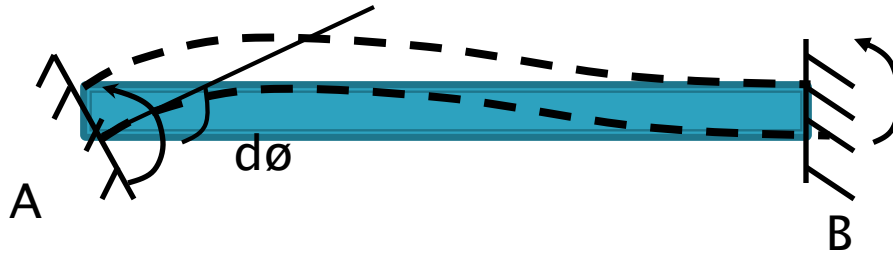
Substitusi persamaan superposisi ke dalam kondisi geser akan didapatkan nilai k . Selanjutnya dengan nilai k diketahui, maka momen pada joint $M = M' + kM''$ dapat dicari.

Sementara itu besarnya momen M' diperoleh dari penyelesaian metode cross pada portal yang memikul beban luar, dan momen M'' diperoleh dari penyelesaian metode cross pada portal akibat penggoyangan sebesar Δ'' .

M'' merupakan besaran relatif karena diperoleh dari penyelesaian metode cross dengan besar momen fixed end yang bersifat relatif (bukan nilai aktual).

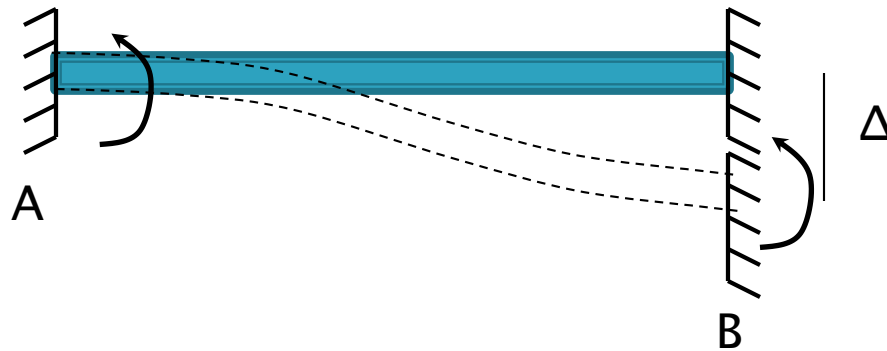
Metode Cross untuk struktur portal tak bergoyang yang mengalami pergerakan perletakan

- Pergerakan perletakan: rotasi



$$M_{FAB} = + \frac{4EI}{L} d\theta \qquad M_{FBA} = + \frac{2EI}{L} d\theta$$

□ Pergerakan perletakan: pergeseran



$$M_{FAB} = M_{FBA} = \frac{6EI}{L} \frac{\Delta}{L} = \frac{6EI}{L} R$$

Prosedur penyelesaian: tak ada beban luar

- 1) Hitung momen M' (dengan tabel cross) akibat pergerakan perletakan
- 2) Hitung momen M'' (dengan tabel cross) akibat penggoyangan
- 3) Tentukan kondisi geser, dan substitusikan nilai M' & M'' kedalam persamaan kondisi geser. Cari nilai pembanding k .
- 4) Hitung momen akhir $M = M' + kM''$

Prosedur penyelesaian: ada beban luar

Untuk kasus portal bergoyang yang harus memikul beban luar serta pada perletakannya mengalami pergeseran, maka prosedur penyelesaian dilakukan dalam dua tahap:

- ❑ Tahap 1: kasus dipandang sebagai portal bergoyang dengan beban luar
- ❑ Tahap 2: kasus dipandang sebagai portal bergoyang tanpa beban luar yang mengalami pergerakan perletakan

Setelah itu, momen akhir yang didapat dari tahap 1 & 2 dijumlahkan.