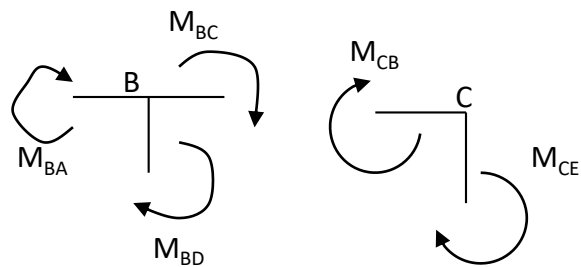
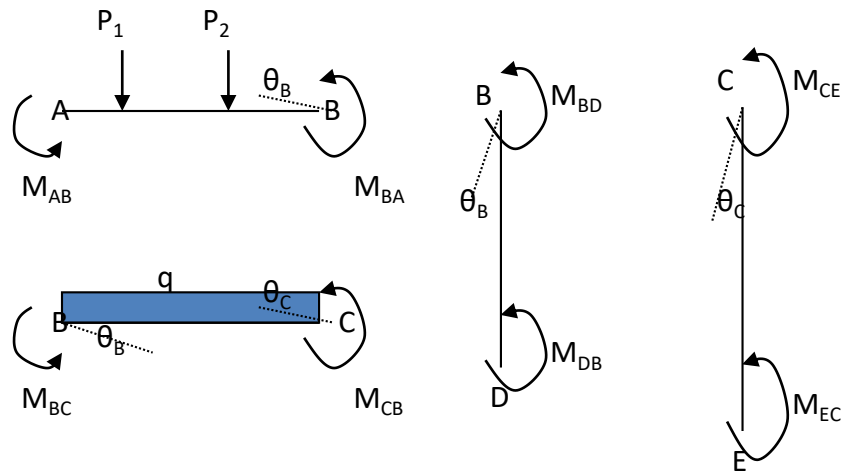
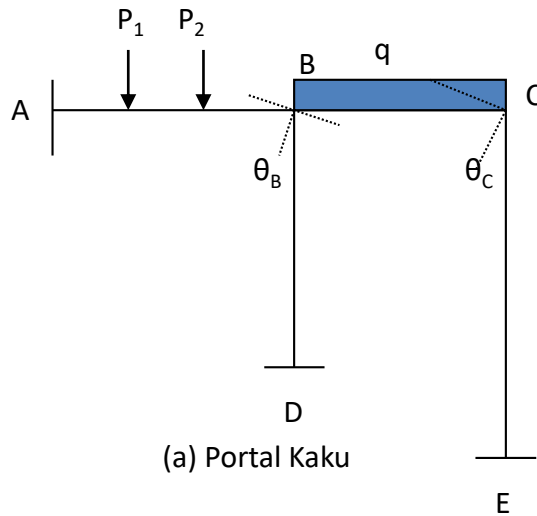


Slope-Deflection

Portal

Prinsip Dasar



(b) Diagram free body batang

Kondisi joint B:

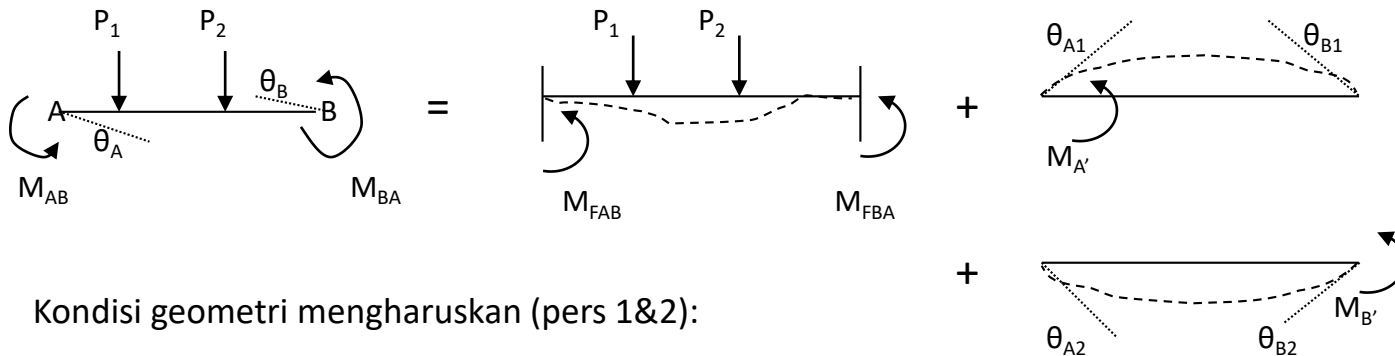
$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0$$

Kondisi Joint C:

$$M_{CB} + M_{CE} = 0$$

Prinsip Dasar

Untuk mendapatkan nilai-nilai M, maka dapat didekati dengan prinsip superposisi sbb:



Kondisi geometri mengharuskan (pers 1&2):

$$\theta_A = -\theta_{A1} + \theta_{A2}$$

$$\theta_B = \theta_{B1} - \theta_{B2}$$

Sedangkan berdasarkan prinsip superposisi maka (pers 3&4):

$$M_{AB} = M_{FAB} + M_{A'}$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + M_{B'}$$

Selanjutnya nilai putaran sudut dapat dinyatakan dalam besaran momen yang mengakitkannya (pers 5-8):

$$\theta_{A1} = \frac{M_{A'}L}{3EI} \quad \theta_{B1} = \frac{M_{A'}L}{6EI} \quad \theta_{A2} = \frac{M_{B'}L}{6EI} \quad \theta_{B2} = \frac{M_{B'}L}{3EI}$$

Prinsip Dasar

Dengan mengetahui hubungan antara putaran sudut dan momen yang mengakitkannya (atau sebaliknya), maka nilai-nilai ini dapat disubstitusikan ke dalam persamaan 3 & 4 sehingga menghasilkan persamaan dasar slope-deflection sbb:

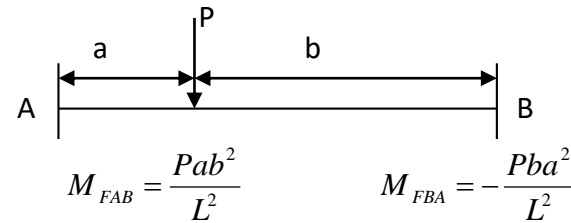
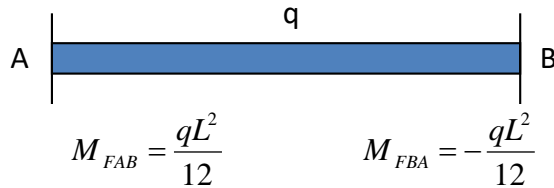
$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_A - \theta_B)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + \frac{2EI}{L}(-2\theta_B - \theta_A)$$

Note: Dalam menyusun persamaan-persamaan tersebut perlu diingat bahwa **momen berlawanan arah jarum jam adalah positif**; sedangkan **putaran sudut searah jarum jam adalah positif**.

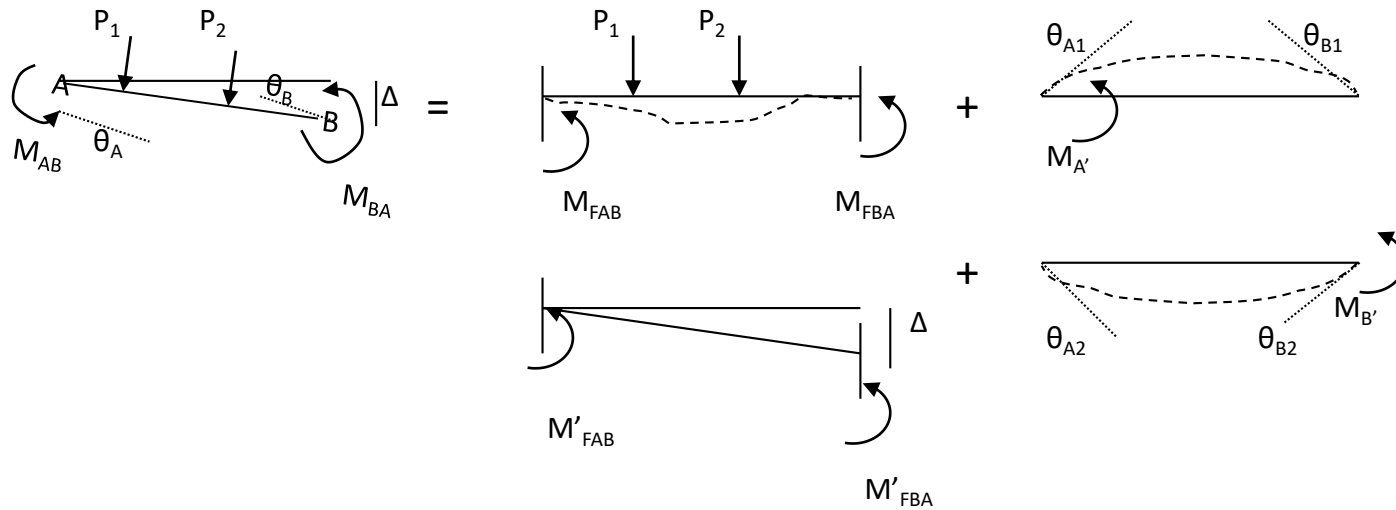
Prosedur Perhitungan

1. Bagilah struktur kedalam elemen-elemen batang dengan kondisi tumpuan jepit-jepit.
2. Tentukan fixed end momen pada tiap-tiap elemen batang dengan memperhatikan kondisi pembebanannya. Gunakan rumus berikut:



3. Aplikasikan persamaan slope-deflection pada semua batang.
4. Buatlah persamaan simultan dengan rotasi-rotasi perletakan sebagai bilangan yang tidak diketahui. Persamaan ini dibangun dengan menggunakan kondisi kesetimbangan pada joint (nodal).
5. Selesaikan persamaan simultan diatas untuk mendapatkan rotasi pada semua perletakan.
6. Substitusikan nilai rotasi-rotasi tersebut ke dalam persamaan slope-deflection dan hitung momen-momen ujungnya.
7. Tentukan semua reaksi-reaksi dari stuktur statis tak tentu.
8. Gambarkan BMD, SFD dan NFD

Prinsip Dasar



$$M'_{FAB} = \frac{6EIR}{L}; \quad M'_{FBA} = \frac{6EIR}{L} \quad \text{dan} \quad R = \frac{\Delta}{L}$$

R + → searah jarum jam

Prinsip Dasar

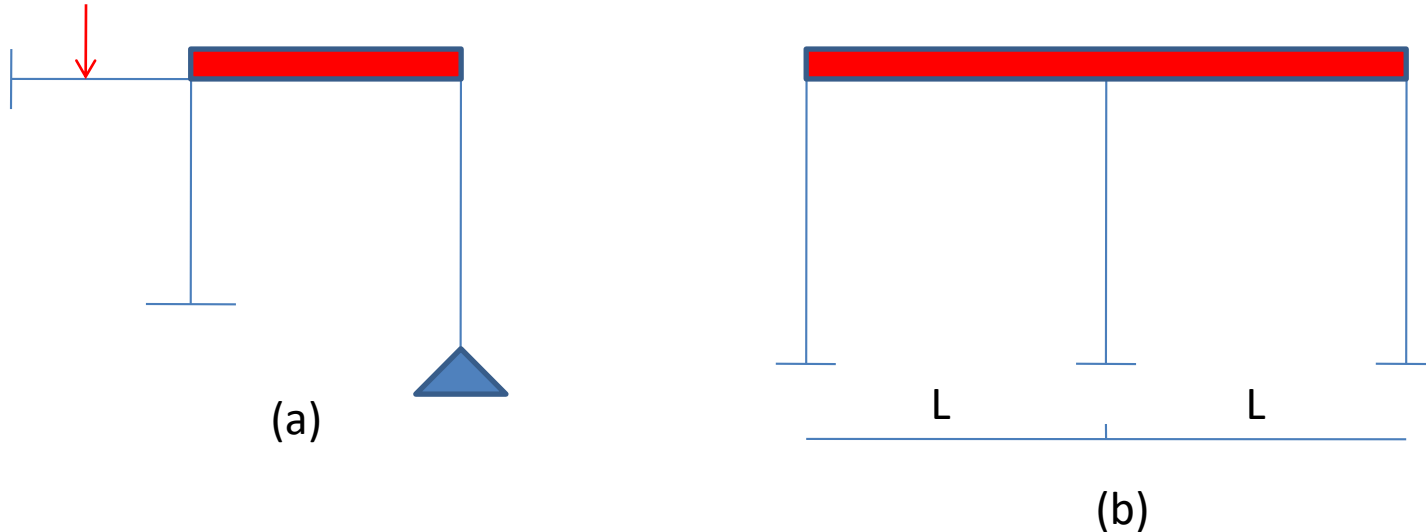
Dengan mengetahui hubungan antara putaran sudut, pergerakan perletakan dan momen yang mengakitkannya (atau sebaliknya), maka akan dihasilkan persamaan dasar slope-deflection sbb:

$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_B + 3R)$$

$$M_{BA} = M_{FBA} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_B - \theta_A + 3R)$$

Note: Dalam menyusun persamaan-persamaan tersebut perlu diingat bahwa **momen berlawanan arah jarum jam adalah positif**; sedangkan **putaran sudut searah jarum jam adalah positif**.

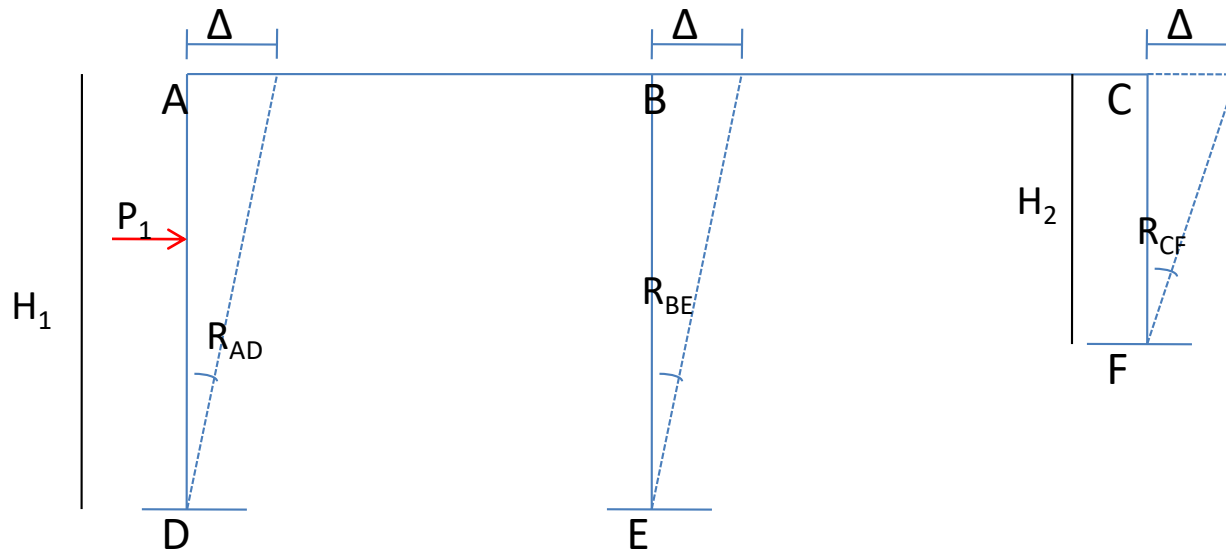
Portal Tak Bergoyang



Portal-portal ini merupakan contoh portal tak bergoyang (tidak mengalami pergeseran horizontal). Pada contoh (a) kondisi perletakan mengekang kemungkinan pergerakan horizontal, sementara pada contoh (b) pembebanan yang simetris menyebabkan portal tersebut tidak bergerak secara horizontal. Untuk portal-portal ini, persamaan slope-deflection serupa dengan balok tanpa ada pergerakan perletakan:

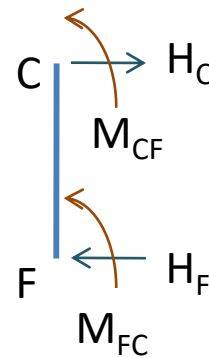
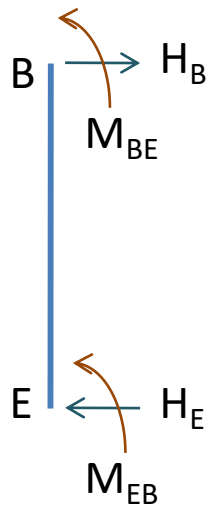
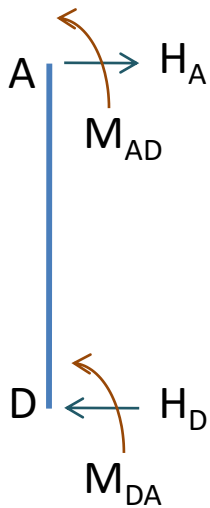
$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_B)$$

Portal Bergoyang



$$R_{AD} = R_{BE} = \frac{\Delta}{H_1}$$

$$R_{CF} = \frac{\Delta}{H_2}$$



$$H_D = \frac{M_{AD} + M_{DA}}{H_1}$$

$$H_E = \frac{M_{BE} + M_{EB}}{H_1}$$

$$H_F = \frac{M_{CF} + M_{FC}}{H_2}$$

Persamaan Slope-Deflection untuk batang **horizontal**:

$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_B)$$

Atau dapat dimodifikasi dengan menggunakan kekakuan relatifnya:

$$M_{AB} = M_{FAB} + k_{AB} (-2\theta_A - \theta_B)$$

Persamaan Slope-Deflection untuk batang **vertikal**:

$$M_{AD} = M_{FAD} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_D + 3R_{AD})$$

Atau dapat dimodifikasi dengan menggunakan kekakuan relatif dan rotasi relatif:

$$M_{AD} = M_{FAD} + k_{AD} (-2\theta_A - \theta_D + 3R_{rel})$$

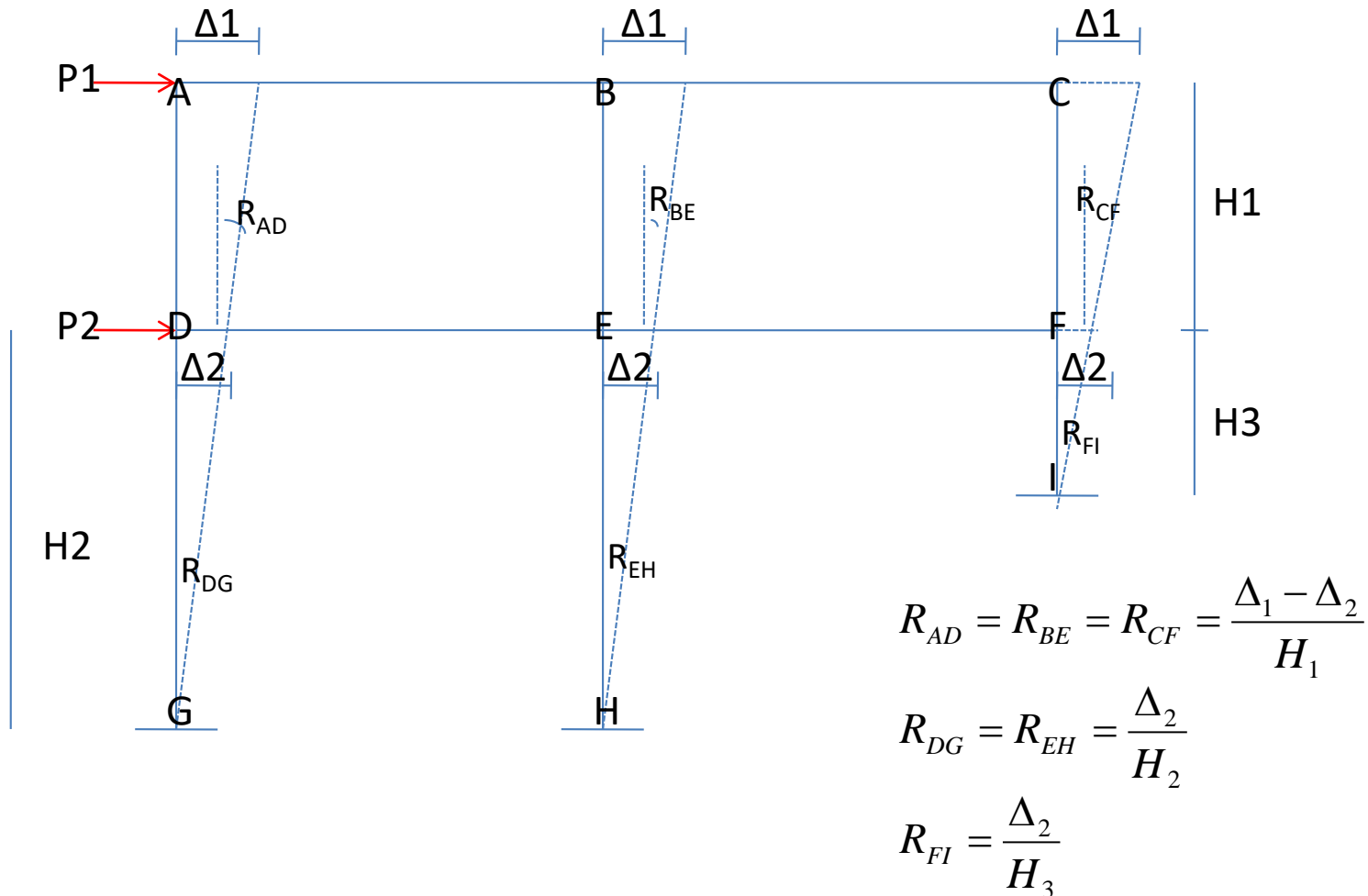
Mengingat adanya pergerakan horizontal ini menyebabkan ada tambahan bilangan yang tidak diketahui (semula hanya Θ , sekarang ada R), maka dibutuhkan satu persamaan lagi. Persamaan tambahan ini dapat diperoleh dari kondisi geser ($\Sigma F_h = 0$), yaitu:

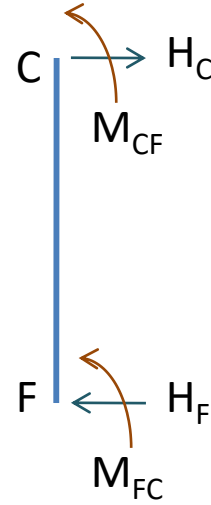
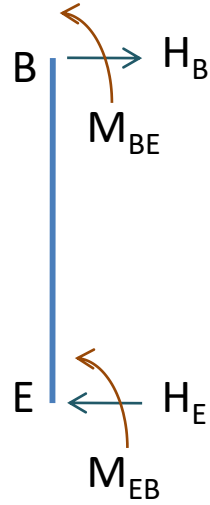
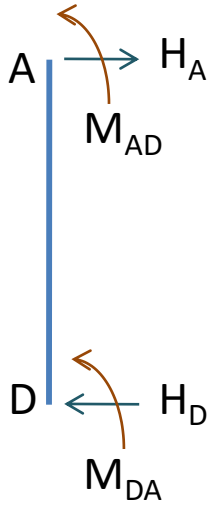
$$P_1 - H_D - H_E - H_F = 0$$

Prosedur Perhitungan

1. Tentukan fixed end momen masing-masing batang yang membentuk portal.
2. Aplikasikan persamaan slope-deflection terhadap masing-masing batang tersebut. Ingat: ada perbedaan persamaan antara batang horisontal dengan batang vertikal!
3. Tuliskan kondisi joint dan kondisi geser yang harus dipenuhi.
4. Susun persamaan simultan dari kondisi joint dan kondisi geser tersebut.
5. Selesaikan persamaan simultan tersebut untuk mendapatkan nilai-nilai Θ maupun R
6. Substitusikan nilai-nilai Θ maupun R yang diperoleh ke dalam persamaan slope-deflection untuk mendapatkan momen ujung (M_{AB}, \dots)
7. Hitung semua reaksi dengan menggunakan bantuan diagram free-body.
8. Gambarkan BMD, SFD dan NFD

Portal Bergoyang (Bertingkat)

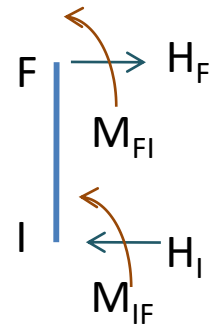
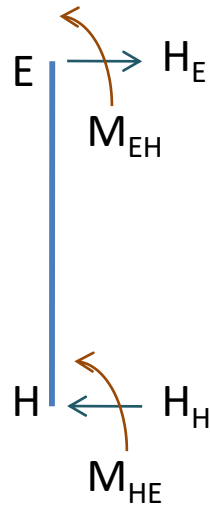
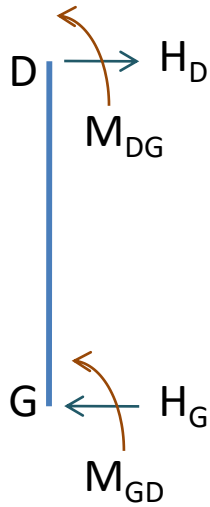




$$H_D = \frac{M_{AD} + M_{DA}}{H_1}$$

$$H_E = \frac{M_{BE} + M_{EB}}{H_1}$$

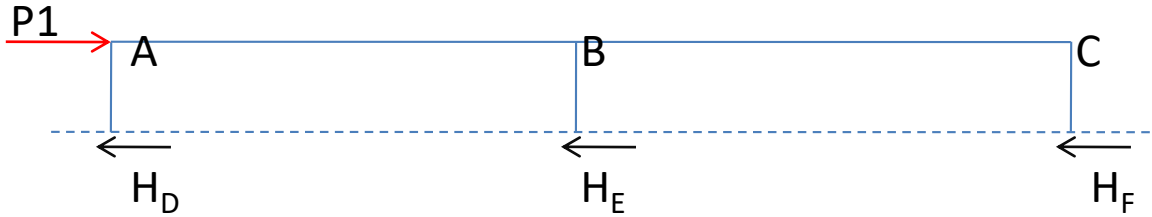
$$H_F = \frac{M_{CF} + M_{FC}}{H_1}$$



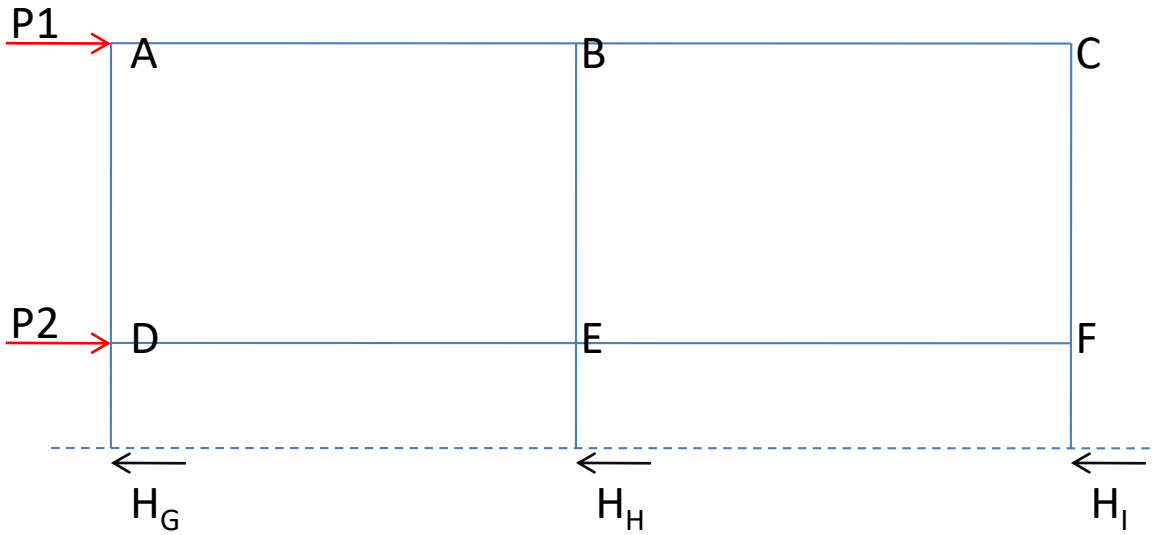
$$H_G = \frac{M_{DG} + M_{GD}}{H_2}$$

$$H_H = \frac{M_{EH} + M_{HE}}{H_2}$$

$$H_I = \frac{M_{FI} + M_{IF}}{H_3}$$



$$P_1 - H_D - H_E - H_F = 0$$



$$P_1 + P_2 - H_G - H_H - H_I = 0$$

Persamaan Slope-Deflection untuk batang horizontal:

$$M_{AB} = M_{FAB} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_B)$$

Atau dapat dimodifikasi dengan menggunakan kekakuan relatifnya:

$$M_{AB} = M_{FAB} + k_{AB} (-2\theta_A - \theta_B)$$

Persamaan Slope-Deflection untuk batang vertikal:

$$M_{AD} = M_{FAD} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_D + 3R_{AD})$$

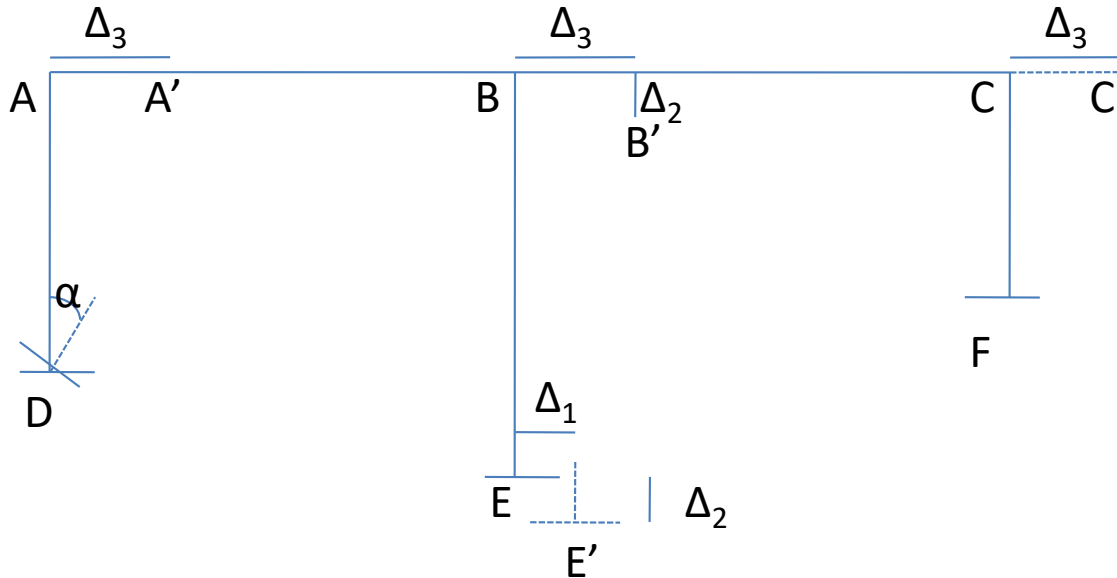
Atau dapat dimodifikasi dengan menggunakan kekakuan relatif dan rotasi relatif:

$$M_{AD} = M_{FAD} + k_{AD} (-2\theta_A - \theta_D + 3R_{rel})$$

Prosedur Perhitungan

1. Tentukan fixed end momen masing-masing batang yang membentuk portal.
2. Aplikasikan persamaan slope-deflection terhadap masing-masing batang tersebut. Ingat: ada perbedaan persamaan antara batang horisontal dengan batang vertikal!
3. Tuliskan kondisi joint dan kondisi geser yang harus dipenuhi.
4. Susun persamaan simultan dari kondisi joint dan kondisi geser tersebut.
5. Selesaikan persamaan simultan tersebut untuk mendapatkan nilai-nilai Θ maupun R
6. Substitusikan nilai-nilai Θ maupun R yang diperoleh ke dalam persamaan slope-deflection untuk mendapatkan momen ujung (M_{AB}, \dots)
7. Hitung semua reaksi dengan menggunakan bantuan diagram free-body.
8. Gambarkan BMD, SFD dan NFD

Portal Bergoyang (akibat pergerakan perletakan)



$$R_{AB} = \frac{\Delta_2}{L_{AB}}$$

$$R_{BC} = -\frac{\Delta_2}{L_{BC}}$$

$$R_{AD} = \frac{\Delta_3}{L_{AD}} - \alpha$$

$$R_{BE} = \frac{\Delta_3 - \Delta_1}{L_{BE}}$$

$$R_{CF} = \frac{\Delta_3}{L_{CF}}$$

Portal ini mengalami pergerakan perletakan di D dan E. Pada perletakan D terjadi rotasi sebesar α radian dan pada perletakan E terjadi pergeseran horizontal sebesar Δ_1 dan pergeseran vertikal sebesar Δ_2 . Sebagai akibat pergerakan perletakan-perletakan ini, maka joint A dan C bergeser horizontal sebesar Δ_3 dan joint B bergeser horizontal dan vertikal masing-masing sebesar Δ_3 dan Δ_2 .

Persamaan Slope-Deflection yang berlaku untuk masing-masing batang adalah:

$$M_{AD} = M_{FAD} + \frac{2EI}{L} (-2\theta_A - \theta_D + 3R_{AD})$$

Persamaan yang dibangun untuk menyelesaikan persoalan ini selain disusun dari kondisi joint, juga diperoleh dari kondisi geser sebagai berikut:

$$H_D + H_E + H_F = 0$$
$$\frac{M_{AD} + M_{DA}}{L_{AD}} + \frac{M_{BE} + M_{EB}}{L_{BE}} + \frac{M_{CF} + M_{FC}}{L_{CF}} = 0$$

Note:

Nilai R pada persamaan slope-deflection sebagian sudah dapat diketahui, sebagian lain harus dicari.

Dalam kasus portal diatas: R_{AB} dan R_{BC} sudah diketahui nilainya karena Δ_2 sudah ditentukan, sedangkan R_{AD} , R_{BE} dan R_{CF} harus dicari karena Δ_3 belum diketahui. Nilai R yang belum diketahui ini dapat dinyatakan dengan nilai Δ_3 sehingga bilangan yang harus dicari berubah dari R menjadi Δ_3 .

Prosedur Perhitungan

1. Tentukan fixed end momen masing-masing batang yang membentuk portal (sama dengan nol bila tidak ada gaya luar yang bekerja pada portal).
2. Aplikasikan persamaan slope-deflection terhadap masing-masing batang tersebut. Ingat dalam persamaan slope-deflection ini, ada yang mengandung nilai R yang belum diketahui dan ada pula nilai R yang sudah dapat ditentukan. Nilai R yang belum diketahui dapat dinyatakan dengan nilai Δ sehingga bilangan yang harus dicari berubah dari R menjadi Δ .
3. Tuliskan kondisi joint dan kondisi geser yang harus dipenuhi.
4. Susun persamaan simultan dari kondisi joint dan kondisi geser tersebut.
5. Selesaikan persamaan simultan tersebut untuk mendapatkan nilai-nilai Θ maupun Δ yang belum diketahui.
6. Substitusikan nilai-nilai Θ maupun Δ yang diperoleh ke dalam persamaan slope-deflection untuk mendapatkan momen ujung (M_{AB}, \dots)
7. Hitung semua reaksi dengan menggunakan bantuan diagram free-body.
8. Gambarkan BMD, SFD dan NFD