

Teorema Limit



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

Menghitung limit suatu fungsi di suatu titik dengan menggunakan teorema tentang limit yang sesuai



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Semua teorema yang akan dibicarakan yang berlaku untuk limit dua sisi berlaku juga untuk limit dari satu sisi dan untuk limit di ketakhinggaan



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

Teorema Limit Utama

Jika n bilangan bulat positif, k konstanta dan f, g adalah fungsi-fungsi yang mempunyai limit di c , maka :

1. $\lim_{x \rightarrow c} k = k$
2. $\lim_{x \rightarrow c} x = c$
3. $\lim_{x \rightarrow c} kf(x) = k \lim_{x \rightarrow c} f(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
6. $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \lim_{x \rightarrow c} g(x)$
7. $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}$, asalkan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$
8. $\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left(\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right)^n$ dengan n bilangan bulat (asalkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq 0$ jika $n < 0$)
9. $\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$ dengan n bilangan bulat positif (asalkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \geq 0$ jika n genap)



Teorema Substitusi:

Jika f suatu fungsi polinom atau fungsi rasional, maka $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ asalkan dalam kasus fungsi rasional nilai penyebutnya tidak sama dengan nol di c

Teorema :

Jika $f(x) = g(x)$ untuk semua x pada interval buka di sekitar c kecuali pada c itu sendiri, dan jika $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$ ada maka $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ ada dan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x)$



Hitunglah limit berikut :

a. $\lim_{x \rightarrow 4} 5x^2 - 2x + 3$

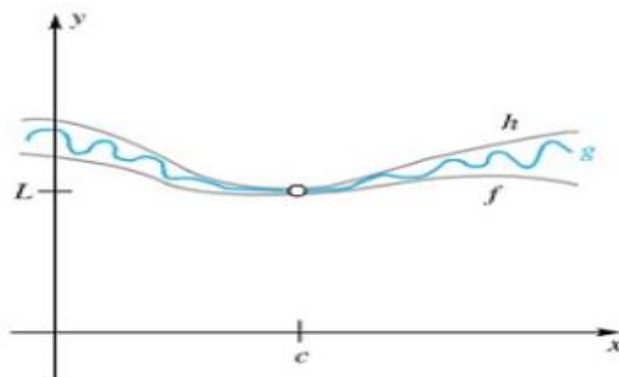
b. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^4 + x^2 - 6}{x^4 + 2x + 3} \right)$

c. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-x-6}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x}$

Teorema Apit :

Jika f, g dan h adalah fungsi-fungsi yang memenuhi $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ untuk semua x dekat c , kecuali mungkin di c . Jika $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = L$ maka $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = L$



Teorema Limit Fungsi Trigonometri

Untuk sebarang bilangan riil c pada daerah asalnya, berlaku

$$1. \lim_{t \rightarrow c} \sin t = \sin c$$

$$2. \lim_{t \rightarrow c} \cos t = \cos c$$

$$3. \lim_{t \rightarrow c} \tan t = \tan c$$

$$4. \lim_{t \rightarrow c} \cot t = \cot c$$

$$5. \lim_{t \rightarrow c} \sec t = \sec c$$

$$6. \lim_{t \rightarrow c} \csc t = \csc c$$

Teorema Limit Trigonometri Istimewa

$$1. \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$$

$$2. \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t} = 0$$



Hitung limit yang berikut

a. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x \cos x}$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3x}{\sin x}$

Teorema

Jika k bilangan asli, maka

$$1. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^k} = \infty$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^k} = \begin{cases} \infty & \text{jika } k \text{ genap} \\ -\infty & \text{jika } k \text{ ganjil} \end{cases}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^k} = \begin{cases} \infty & \text{jika } k \text{ genap} \\ \text{tidak ada} & \text{jika } k \text{ ganjil} \end{cases}$$

Teorema

Jika $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \neq 0$ dan $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0$, maka

$$(a) \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \text{ jika } L > 0 \text{ dan } g(x) \rightarrow 0^+ \text{ jika } x \rightarrow c$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty \text{ jika } L < 0 \text{ dan } g(x) \rightarrow 0^+ \text{ jika } x \rightarrow c$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty \text{ jika } L > 0 \text{ dan } g(x) \rightarrow 0^- \text{ jika } x \rightarrow c$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty \text{ jika } L < 0 \text{ dan } g(x) \rightarrow 0^- \text{ jika } x \rightarrow c$$



Soal :

Hitung limit yang berikut

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{1}{|x-1|}$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x + 7}{x^2 - 2x + 1}$

d. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-1}}{x^2 - x - 2}$

Teorema

Jika k bilangan asli, maka

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^k} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} x^k = \infty$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \begin{cases} \infty & \text{jika } k \text{ genap} \\ -\infty & \text{jika } k \text{ ganjil} \end{cases}$$



Soal :

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{1+x^2}$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

d. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+3}}$



UNS
UNIVERSITAS
SEBELAS MARET