

PERTEMUAN 4

Indikator Pencapaian Hasil Belajar

Mahasiswa menunjukkan kemampuan dalam :

1. Menentukan definisi fungsi yang diperoleh dari penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian dari fungsi-fungsi yang diberikan
2. Menentukan definisi fungsi komposit dari fungsi-fungsi yang diberikan dan menentukan daerah asal dan daerah hasil dari fungsi komposit tersebut
3. Memahami arti geometri dari berbagai transformasi fungsi
4. Membuat sketsa grafik fungsi dengan memanfaatkan transformasi fungsi

Materi Ajar

Operasi Pada Fungsi

Bilamana dua fungsi dikatakan sama ? Tentu saja jika daerah asal dan aturan pengaitannya sama. Hal itu didefinisikan seperti berikut :

Definisi :

Dua fungsi $f : A \rightarrow B$ dan $g : A \rightarrow B$ dikatakan sama , ditulis $f = g$, jika $f(x) = g(x)$ untuk semua $x \in A$

Penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian fungsi

Jika a dan b bilangan riil, maka kita dapat menjumlahkan a dan b sehingga diperoleh $a + b$. Kita memikirkan hal sama untuk fungsi-fungsi, kita menginginkan jika f dan g fungsi, kita bisa mendapatkan fungsi $f + g$. Bagaimana pendefinisian untuk $f + g$? Apakah setiap kali kita memiliki dua fungsi, kita selalu bisa mendapat jumlah dari kedua fungsi tersebut ?

Misal $f(x) = x - 3$ dan $g(x) = \sqrt{x}$, kita dapat membuat fungsi $f + g$ dengan mengaitkan x dengan nilai $f(x) + g(x) = x - 3 + \sqrt{x}$. Tentu saja agar nilai tersebut ada, x harus berada pada daerah asal f dan daerah asal g . Dengan cara yang analog, kita dapat memperoleh $f - g$, fg dan $\frac{f}{g}$.

Definisi :

Misalkan f fungsi dengan daerah asal A dan g fungsi dengan daerah asal B

Fungsi $f + g$, $f - g$, fg dan $\frac{f}{g}$ didefinisikan sebagai

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad \text{dengan daerah asal } A \cap B$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) \quad \text{dengan daerah asal } A \cap B$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) \quad \text{dengan daerah asal } A \cap B$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad \text{dengan daerah asal } (A \cap B) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

Soal :

Misal $F(x) = \sqrt[4]{x+1}$ dan $G(x) = \sqrt{9-x^2}$. Cari rumus untuk $F + G$, $F - G$, $F \cdot G$ dan F / G

dan tentukan daerah asalnya

Komposisi Fungsi

Misal $f(x)$ adalah nilai yang diberikan oleh fungsi f untuk x , dan fungsi g dapat mengaitkan $f(x)$ dengan $g(f(x))$ maka dikatakan kita telah mengkomposisikan g dengan f . Fungsi yang diperoleh dinamakan komposisi dari g dengan f dinotasikan dengan $g \circ f$ dan $(g \circ f)(x) = g(f(x))$. Tentu saja agar $g(f(x))$ memiliki nilai x harus menjadi anggota daerah asal f dan $f(x)$ menjadi anggota daerah asal g . Ini berarti agar g dapat dikomposisikan dengan f , maka daerah hasil f dengan daerah asal g harus beririsan (tidak boleh saling lepas).

Definisi :

Diberikan fungsi f dengan daerah asal A dan g dengan daerah asal B . Fungsi komposit $g \circ f$ (disebut juga komposisi dari g dengan f) didefinisikan oleh $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ dengan daerah asal $g \circ f$ adalah himpunan semua $x \in A$ dan $f(x) \in B$

Soal :

1. Apakah menurutmu operasi komposisi bersifat komutatif? Jelaskan

2. Diberikan fungsi $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 9}$ dan $g(x) = \sqrt{3x}$

- Perlihatkan bahwa f dapat dikomposisikan dengan g
- Tentukan rumus fungsi $f \circ g$
- Tentukan daerah asal $f \circ g$

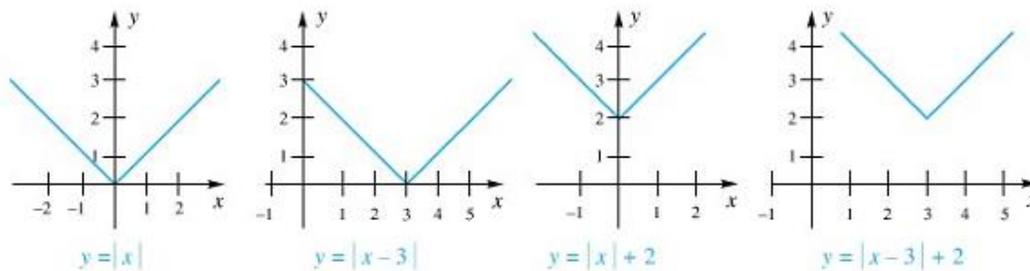
Translasi Fungsi

Dengan menerapkan transformasi tertentu pada grafik fungsi yang diketahui, dapat diperoleh grafik fungsi tertentu yang berkaitan. Hal ini akan memberikan kita kemudahan untuk menggambar grafik fungsi secara cepat dengan menggunakan tangan

Misal $f(x) = |x|$, grafik dari

$$y = f(x) \quad y = f(x - 3) \quad y = f(x) + 2 \quad y = f(x - 3) + 2$$

diberikan sebagai berikut



Adakah kaitan antara grafik-grafik tersebut? Secara umum kita punyai :

Pergeseran Tegak dan Mendatar

Jika $c > 0$, dari grafik $y = f(x)$ dapat diperoleh grafik

$y = f(x) + c$ dengan menggeser $y = f(x)$ sejauh c satuan ke atas

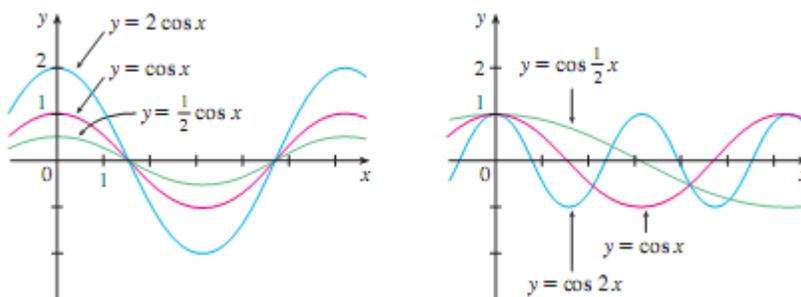
$y = f(x) - c$ dengan menggeser $y = f(x)$ sejauh c satuan ke bawah

$y = f(x - c)$ dengan menggeser $y = f(x)$ sejauh c satuan ke kanan

$y = f(x + c)$ dengan menggeser $y = f(x)$ sejauh c satuan ke kiri

Misal $y = \cos x$. Grafik dari $y = 2 \cos x$, $y = \frac{1}{2} \cos x$, $y = \cos 2x$ dan $y = \cos \frac{1}{2} x$ dapat

dilihat sebagai berikut



Secara umum kita punyai :

Peregangan dan Pencerminan Tegak dan Mendatar

Jika $c > 1$, dari grafik $y = f(x)$ dapat diperoleh grafik

$y = cf(x)$ dengan meregangkan $y = f(x)$ secara tegak dengan faktor c

$y = \frac{1}{c}f(x)$ dengan memampatkan $y = f(x)$ secara tegak dengan faktor c

$y = f(cx)$ dengan memampatkan $y = f(x)$ secara mendatar dengan faktor c

$y = f(\frac{1}{c}x)$ dengan meregangkan $y = f(x)$ secara mendatar dengan faktor c

Soal :

Tanpa memplot titik demi titik gambarkan grafik

- $y = 2 + \frac{1}{x+1}$ dari grafik $y = \frac{1}{x}$, $x > 0$
- $y = \cos \frac{1}{2}(x - \pi)$ dari grafik $y = \cos x$

TUGAS 4

- Diketahui $f(x) = \frac{1-x}{x}$ dan $g(x) = \frac{x}{1+x}$
Tentukan fungsi $f + g$, $f - g$, fg dan f/g dan g/f beserta daerah definisinya
- Diketahui $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ dan $g(x) = 1+x^2$
Perlihatkan bahwa fungsi $f \circ g$ terdefinisi, tentukan persamaan fungsi $f \circ g$ dan tentukan daerah asal $f \circ g$
- Gunakan geogebra untuk menunjukkan bahwa grafik fungsi berikut dapat diperoleh dengan memanfaatkan transformasi dari fungsi baku yang diberikan :
 - $y = x^2 + 2x + 3$ dari grafik fungsi $y = x^2$
 - $y = 2 + \frac{2}{x+1}$ dari grafik fungsi $y = \frac{1}{x}$
 - $y = 2 \sin(x - \frac{\pi}{6})$ dari grafik fungsi $y = \sin x$